

Arbeidsnotater

S T A T I S T I S K S E N T R A L B Y R Å

IO 67/7

Oslo, 28. november 1967

R a p p o r t

fra nordisk kurs i makroøkonomisk planlegging 21/8 - 3/9 1967

Av Olav Bjerkholt

1. Innledning

Kurset hadde ca. 30 deltakere fra de fire nordiske land. Deltakerne var stort sett ferdige kandidater (lisensiaten) tilknyttet universitet, forskningsinstitusjoner eller administrative organer. Kurset ble ledet av professor Leif Johansen og universitetslektor Karl Vind. Professor Johansen og universitetslektor Vind hadde hver en dobbeltforelesning daglig. Et sammendrag av innholdet i disse er gitt nedenfor i punkt 2 og 3. Den øvrige tiden gikk med til plenumsdiskusjon av innsendte papers eller av emner i tilknytning til forelesningene. Jeg gir en kort oversikt over de innsendte papers i punkt 4 nedenfor. Interesserte vil kunne få låne disse av meg. For øvrig ble det avholdt parallelle gruppe-kollokvier over forskjellige emner med noen tilknytning til kursets tema.

2. Leif Johansens forelesninger

Leif Johansen tok sikte på å gi en oversikt over metoder og modeller for makroøkonomisk planlegging med følgende hovedpunkter:

- (a) Måter å formulere planleggingsproblemet på,
- (b) Måter å beskrive produksjonsstrukturen på,
- (c) Måter å beskrive etterspørselsstrukturen på,
- (d) Desentraliseringsprinsipper og eksempler på planleggingsmodeller.

Ikke for offentliggjøring. Dette notat er et arbeidsdokument og kan siteres eller refereres bare etter spesiell tillatelse i hvert enkelt tilfelle. Synspunkter og konklusjoner kan ikke uten videre tas som uttrykk for Statistisk Sentralbyrås oppfatning.

(a) Måter å formulere planleggingsproblemet på

Begrepet planlegging forutsetter følgende elementer: en mengde av mulige aksjoner, en mengde av mulige resultater av aksjonene og en vurderingsskala for resultatene. Ut fra dette enkle skjemaet ble en del av de viktigere distinksjoner i planleggingsteorien drøftet. Mengden av mulige aksjoner varierer både i kvantitative og kvalitative aspekter. Noe helt prinsipielt skille er vanskelig å trekke, mange kvalitative trekk kan reformuleres som kvantitative betingelser på parametre. Både mengden av aksjoner og resultater må aggregeres i en håndterbar analyse. Problemer oppstår da ved at makroøkonomiske aksjoner ikke er entydige i en mer detaljert utforming. Tinbergens planning-in-stages teknikk ble her drøftet. Frisch's seleksjons/ implementeringsanalyse og Frisch-Tinbergen-Hansens mål/middelanalyse er komplementære måter i analysen av sammenhengen mellom aksjoner, resultater og vurderingsskala.

Usikkerhet i planleggingsprosessen bringer nye problemer. Forventningsverdi av resultater må avveies mot varians. I stedet for en fast plan for flere tidsperioder må man søke å finne en strategi som på ethvert tidspunkt lar aksjon avhenge av de realiserte verdier av stokastiske variable på tidligere tidspunkt (Theil). Under svært restriktive forutsetninger har Theil vist at certainty equivalence gjelder, det vil si at det forventede maksimum av preferansfunksjonen gir det samme som maksimum av preferansfunksjonen over de forventede verdier av de variable.

(b) Produksjonsstruktur

En aggregert produksjonsstruktur i en makromodell kan enten forutsettes direkte eller utledes av en mikrostruktur under slike forutsetninger at den aggregerte funksjon blir entydig. Slike forutsetninger kan være effisient fordeling av produksjonsfaktorer i forskjellige prosesser, betingelser på produktsammensetning og etterspørselsforhold.

Tre produktfunksjonsbegreper bør holdes atskilt i analysen. (I) Ex-ante funksjonen. Denne kan beskrives ny-klassisk med isokvanter i faktorummet. (II) Den øyeblikkelige makrofunksjon. Denne vil være bestemt av det eksisterende produksjonsapparat som avhenger av den historiske prisutvikling og den tekniske endring i ex-ante funksjonen. En mer utførlig drøfting av den øyeblikkelige makrofunksjon ble her gitt med utgangspunkt i en artikkel av Houthakker i Review of Economic Studies 1955/56. Denne bygger på at det finnes et kontinuum av aktiviteter som kan beskrives ved en (stykkevis kontinuerlig) tetthetsfunksjon av faktorinnsatser pr. produsert

enhet. Houthakkers forutsetninger gir et analytisk utgangspunkt for en drøfting av tradisjonelle produktfunksjonsegenskaper som substitusjon, kapasitet, teknisk framgang (embodied og disembodied) m.m.

Det tredje produktfunksjonsbegrepet er steady state (eller long run) funksjonen. Denne framkommer ved å anta at all kapital omskapes til den ex-ante funksjon som gjelder i øyeblikket. For kortsiktig planlegging er vi interessert i den øyeblikkelige funksjon, for langsiktig planlegging i steady state funksjonen.

Ved forskjellige estimeringsmetoder får man estimert begrepsmessig forskjellige produktfunksjoner og ofte en blanding av flere.

(c) Etterspørselsstruktur

Under denne overskriften ble behandlet fordelingen av totalkonsumet på underposter under klassiske forutsetninger om generell nyttestruktur. Under disse forutsetninger kan man avlede generelle formelle krav ved etterspørselsfunksjonene som budsjettbetingelse, homogenitet i priser og inntekt og symmetri for substitusjonseffekter. Praktiske krav til etterspørselsfunksjoner er håndterbarhet ved estimering og at de føyer seg til data. Problemet er ofte å få med priseffektene på en håndterbar måte. Generelt har man følgende uttrykk for frihetsgrader i denne problemstillingen. For gitte priser og inntekt skal man finne følgende variable:

- n Budsjettandeler α_j $j = 1, \dots, n$
- n Engjelastisiteter E_j $j = 1, \dots, n$
- n^2 Priselastisiteter e_{ij} , $j = 1, \dots, n$

Følgende relasjoner vil alltid gjelde

$$\begin{aligned} 1 \quad \sum_j \alpha_j &= 1 \\ 1 \quad \sum_j \alpha_j E_j &= 1 \\ n \quad \sum_j \alpha_j e_{jk} &= -\alpha_k \end{aligned}$$

$$\frac{n(n-1)}{2} \alpha_i (e_{ij} + \alpha_j E_i) = \sum_j (e_{ji} + \alpha_i E_j)$$

(Homogenitetsbetingelsen, $\sum_j e_{ij} = -E_i$, er avledbar av relasjonene ovenfor). Antall frihetsgrader er altså

$$(n^2 + 2n) - \left(\frac{n(n-1)}{2}\right) + n + 2 = \frac{n(n+1)}{2} + n - 2$$

Antall frihetsgrader svarer til summen av 1. og 2. deriverte av nyttefunksjonen (symmetrien av de 2. deriverte tatt i betraktning) redusert med 2 som uttrykker vilkårligheten av 1. og 2. deriverte av en vilkårlig monoton transformasjon av nytteindikatoren.

Man kan redusere antallet av uavhengige parametre ved å gjøre forutsetninger om formen på nytteindikatoren. Dette gjøres av Frisch i hans "Complete Scheme" (Ec.metr. 1959) der han forutsetter at

$$U(x_1, \dots, x_n) = \sum_i U_i(x_i)$$

Liknende, men noe mer generelle opplegg følges av Pearce (Ec.metr. 1961) og Powell (Ec.metr. 1966). Houtbakker (Ec.metr.) forutsetter at nytteindikatoren skrevet som en funksjon av priser og inntekt har formen

$$U = \sum_i U_i \left(\frac{P_i}{y} \right)$$

Dette kalles indirekte additivitet og gir formler analoge til dem som kan avledes fra Frisch's direkte additivitet. En nyttefunksjon som er både direkte og indirekte additiv gir imidlertid etterspørselsfunksjoner av den enkle formen

$$x_i = a_i \frac{y}{p_i}$$

Barten (Ec.metr. 1964) forutsetter "nesten additiv" nyttefunksjon. Han forutsetter

$$u_{ij} = \theta_{ij} \sqrt{u_{ii} u_{jj}} \quad i \neq j$$

der θ_{ij} forutsettes så små at

$$(I + \theta)^{-1} = I - \theta$$

Mange forenklede opplegg for estimering av etterspørselsfunksjoner leder til etterspørsel som funksjon av realinntekt og realpris for samme gode. Fourgeaud og Nataf (Ec.metr. 1959) har funnet den mest generelle form for slike etterspørselsfunksjoner forutsatt avledet av en nyttefunksjon.

$$x_i = \frac{K \left(\frac{y}{p} \right) \left[s_i - t_i \left(\frac{p_i}{p} \right)^\beta \right] + s_i \frac{y}{p}}{p_i / p}$$

$$\sum_j s_j = 1 \quad p = \left(\sum_j t_j p_j \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

(d) Desentraliseringsprinsipper og eksempler på planleggingsmodeller

En enkel desentraliseringsmodell kan man få fram i en vanlig kryssløpsmodell ved å anta at sektorkoeffisientene bare er kjent i de enkelte sektorene, men at sentralen kjenner aggregerte koeffisienter. Ved iterasjon

får man løsningsprosessen til å konvergere. Systemet kan opereres enten med en sentral aggregert modell eller ved at sentralen bare formidler informasjon mellom sektorene. En tilsvarende organisering kan foretas i store lineære programmeringsproblemer der koeffisientene i de enkelte aktiviteter bare er kjent lokalt, mens sentralen kjenner koeffisientene i aggregerte aktiviteter.

Viktige dekomponeringsmodeller er Dantzig-Wolfes og Kornais.

Dantzig-Wolfe bygger på at programmeringsproblemet har følgende struktur:

$$A_1 X = b(1)$$

$$A_2 Y = b(2)$$

$$\bar{A}_1 X + \bar{A}_2 Y = \bar{b}$$

Dantzig-Wolfes metoder bygger på at sentralen beregner skyggepriser og at gruppene løser det primale problem. I Kornais' modell gir sentralen kvantumspåbud til gruppene som beregner skyggepriser.

En gruppering av planleggingsmodeller kan foretas etter planleggingshorisonten, det vil si korttids- eller langtidsmodeller. En annen, inndeling er om de bygger bare på produksjons- og etterspørselsstrukturen eller om atferdsrelasjoner er det sentrale i modellen.

En firegruppering etter disse to kriteriene vil se slik ut for visse eksisterende modeller:

Korttidsmodeller		Langtidsmodeller	
Produksjons- og etterspørselsstruktur	Atferdsrelasjoner	Produksjons- og etterspørselsstruktur	Atferdsrelasjoner
MODIS	Central Planning Bureau	Cambridge Growth Project	Central Planning Bureau
	SSRC-modellen	MSG	
		Channel Model	

3. Karl Vinds forelesninger

Karl Vinds forelesninger omfattet abstrakte økonomier og dynamiske kontrollsystemer på et forholdsvis avansert matematisk nivå. Abstrakte økonomier ble forelest ut fra Debreus bok "Theory of Value". Dette refereres i punkt (a). Under dynamiske kontrollsystemer ble spesielt Pontrjagins maksimumsprinsipp gjennomgått, se punkt (b).

(a) Abstrakte økonomier

Enhetene i de abstrakte økonomier vi skal betrakte er følgende:

$k = 1, \dots, k$ varer (omfatter også produksjonsfaktorer)

$i = 1, \dots, m$ konsumenter

$j = 1, \dots, n$ produsenter

Hver konsument vil på et gitt tidspunkt være i en situasjon beskrevet ved et punkt i en mengde X_i som er en undermengde av R^K (K -dimensjonalt Euklidisk rum) som er summen av mulige varekombinasjoner. X_i forutsettes lukket, konveks, nedtil begrenset og sammenhengende. Hver konsument forutsettes å ha en preferanserelasjon over X_i . Denne relasjonen som skrives \succsim_i , er reflektiv, transitiv og sammenhengende. Det vil si

$$x \succsim_i y \text{ og } y \succsim_i z \quad = \quad x \succsim_i z$$

$$x \succsim_i x$$

$$x \succsim_i y \text{ eller } y \succsim_i x$$

Preferanserelasjonen forutsettes også å ha kontinuitets- og konveksitetsegenskaper som gjør den mer lik en nytteindikator. Kontinuiteten forutsettes ved at et grensepunkt for en følge av punkter som er preferert eller indifferent til et bestemt punkt, også skal være preferert eller indifferent til punktet. Konveksiteten innføres ved at et punkt som ligger på linjen mellom to punkter som ikke er indifferente skal være preferert over det lavest prefererte av de to. Hver konsument er karakterisert ved (X_i, \succsim_i) .

Produsentene karakteriseres ved en mengde Y_j (inneholdt i R^K) av produksjonsmuligheter. Mengdene Y_j tillegges også visse matematiske egenskaper.

De totale ressurser kan angis ved et punkt ω i R^1 .

En økonomi kan da defineres som

$$E = ((X_i, \succsim_i), (Y_j), \omega)$$

Tilstanden i en økonomi kan beskrives ved punkter x_i i X_i og y_j i Y_j . En tilstandsbeskrivelse gis som

$$((x_i), (y_j), x = \sum_i x_i, y = \sum_j y_j)$$

der nettoetterspørsmål er $x - y$, overskottsetterspørsmål er $x - y - \omega$, og markedslikevekt eller oppnåelige tilstander er gitt ved $x - y - \omega = 0$.

Vi innfører profittandeler (θ_{ij}) der θ_{ij} er konsument i 's andel av produsent j 's profitt. $\sum_i \theta_{ij} = 1$ $\theta_{ij} \geq 0$.

En økonomi med slik profittdeling kalles en "private ownership economy".

(P.O.E.)

$$\xi = ((X_i, \succsim_i), (Y_j), (\theta_{ij}))$$

Ut fra et system som skissert ovenfor drøftet Vind forskjellige likevektsbegreper.

1. Nash likevekt betyr at systemets tilstand er slik at enhver har oppnådd det best mulige gitt alle de andres tilpasning.
2. Optimum betyr at det ikke finnes noen annen tilstand som alle konsumenter enten vil preferere eller være indifferent til.
3. Edgeworth Allocation. Enhver gruppe av konsumenter vil ha et optimum innen gruppen.

De viktigste resultater er

- (1) Enhver P.O.E. har et nash likevektspunkt (under bestemte forutsetninger om X_i, Y_j etc.)
- (2) Likevekt under ett gitt sett av priser vil være en Edgeworth Allocation og et optimum.
- (3) For et optimum finnes det et prissett som gir likevekt.

(b) Dynamiske kontrollsystemer

La S være mengden av tilstanden i et system og T et tidsintervall. Tilstanden $x \in S$ er en funksjon av $t \in T$.

Et system har Markovegenskapen hvis tilstanden på et tidspunkt t_1 vil bestemme tilstanden på et tidspunkt t_2 . Det vil si at det finnes en funksjon f_0 slik at

$$f_0(x(t_1), t_1, t_2) = x(t_2)$$

som må oppfylle

$$f_0(x(t_1), t_1, t_3) = f_0(f_0(x(t_1), t_1, t_2), t_2, t_3)$$

En annen måte å betrakte systemets utvikling er å studere

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, t)$$

En tredje betraktningsmåte er å studere hele klassen av funksjonen

$$x: T \rightarrow S.$$

Hovedpoenget i det følgende var å finne nødvendige betingelser for at systemet skulle utvikle seg slik at X_0 som en funksjon av t skulle minimalisere et integral $I(x) = \int_a^b f(t, x(t), \dot{x}(t)) dt$.

Problemet ble utvidet utover grensene for tradisjonell variasjonsregning ved å anta (1) forskjellige restriksjoner på x i form av ulikheter og likninger (generalisering av Lagrange), (2) at funksjon x inneholder visse kontrollparametre som gjør det mulig å "styre" x fra et punkt a til et punkt b (Pontrjagin), og (3) at de tilstandsvariable (elementene i x) kan ha sprang (Vinds utvidelse av dynamiske kontrollsystemer).

4. Andre emner

Delvis i tilknytning til Leif Johansens forelesninger forelå et par norske papirer.

Hilde Bojer: Notat om sammenhengen mellom Richard Stones lineære utgiftsfunksjoner og Ragnar Frisch's "Complete Scheme for Computing All Direct and Cross Demand Elasticities in a Model with Many Sectors".

Olav Bjerkholt: Arbeidsnotat om MODIS III.

I tilknytning til Karl Vinds forelesninger forelå for det første to artikler av Vind.

Karl Vind: Edgeworth-Allocations in an Exchange Economy with Many Traders.

Karl Vind: Control Systems with Jumps in the State Variables.

Det første behandler allokeringsproblemet i en bytteøkonomi av ytterst abstrakt karakter. Det andre viser hvordan et matematisk kontrollsystem som forutsetter kontinuerlige variable kan omformuleres til et system som tillater sprang i de variable.

Lewis Taylor: The Maximum Principle and its Economic Applications gir en beskrivelse av Pontrjagins maksimumsprinsipp og en forenklet utledning av det.

Johan Lønnroth: Optimal fördelning av kapital och arbete på kapitalvaresektor, konsumvaresektor och bostadsbyggande.

gir en svært enkel og illustrerende anvendelse av Pontrjagins maksimumsprinsipp på en regionaløkonomisk problemstilling. Problemstillingen er optimal vekst i en region der tilgangen på arbeidskraft er begrenset av tilgangen på boliger. Modellen skjeler mellom en investeringsvaresektor, konsumvaresektor og en arbeidskraftproduserende sektor (boliger).

Axel Mossin: Inkonsistens mellom kriterier for decision under usikkerhet viste ved eksempler at det er inkonsistens mellom følgende to desisjonskriterier:

- (1) maksimering av en målsettingsvariabel under forutsetning av at en usikker variabel antar sin forventningsverdi.
- (2) maksimering av forventningsverdier av en målsettingsvariabel.

Lars Folkesson: Förslag til Planeringsmodell för den svenske jordbrukssektoren er et utkast til en programmeringsmodell til bruk i beredskapsplanlegging for jordbruk og foredlingssektorer i Sverige.

Carl Johan Åberg: Forecasts, uncertainty and decision-making behandler forholdet mellom økonomiske prognoser på den ene side og desisjonsstrategier og planleggingsteknikk på den annen.