Arbeidsnotater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

IO 73/25 14. august 1973

DYNAMISKE VARIANTER AV MAKRO-KONSUMFUNKSJONEN
- NOEN EMPIRISKE RESULTATER BASERT PÅ ÅRSDATA

Av

Erik Biørn

INNHOLD

1. INNLEDNING. OVERSIKT

Gjennom årene har det vært fremsatt adskillige forslag om å raffinere Keynes' makro-konsumfunksjon ved innføring av dynamiske elementer. Blant økonometrikere har det vært betydelig interesse for varianter med distributed lag og/eller autoregressive mekanismer, og mange forsøk har vært gjort på å trekke statistiske slutninger om parametrene i slike relasjoner ved hjelp av makrodata på kvartals- eller årsbasis.[1)]

Dynamiske konsumrelasjoner kan begrunnes på flere måter, med forskjellige aspirasjonsnivåer når det gjelder det økonomisk-teoretiske fundament. Den mest overfladiske type av "begrunnelser" består i at relasjonene postuleres "direkte", altså at man på et rent intuitivt grunnlag finner en hypotese om at det løpende private konsum avhenger ikke bare av den løpende privatdisponible realinntekt, men også av utviklingen i inntekt og/eller konsum i tidligere perioder, plausibel.

I andre tilfelle er lag-relasjoner for det private konsum basert på mer "dypsindige" resonnementer, idet de f.eks. tenkes avledet av mer "fundamentale" strukturrelasjoner. Det som ofte kjennetegner de bakenforliggende strukturrelasjoner i denne type av modeller, er at uobserverbare (eller vanskelig observerbare) variable opptrer som forklaringsvariable for konsumet, men slik at man ved passende transformasjoner, under visse forutsetninger, er i stand til å frembringe lag-relasjoner hvor det som høyresidevariable bare inngår observerbare variable. Et velkjent - og alvorlig - problem er imidlertid at restleddene i relasjoner avledet på denne måten i alminnelighet ikke kan antas å ha fordelingsegenskaper som vil kunne rettferdiggjøre estimering ved "tradisjonelle" estimeringsmetoder, f.eks. vanlig minste kvadraters metode. Hovedgrunnen til det er at laggede verdier av den endogene variable svært ofte vil inngå som høyresidevariable samtidig med at restleddet er autokorrelert.[2)]

Noe helt skarpt skille mellom de alternative måter å begrunne dynamiske makro-konsumfunksjoner på lar det seg imidlertid neppe gjøre å trekke.

---

1) En oversikt over alternative modeller og diskusjon av estimeringsmetoder finnes i Malinvaud [9], Ch. 4.

2) I Malinvaud [9], Ch. 14 § 5, er problemet diskutert i det tilfelle da autokorrelasjonsskjemaet er en første ordens Markov-prosess. Problemet er også behandlet av Griliches i [5] og [6] (spesielt avsnittene 1 og 4).

I dette notatet vil vi studere alternative modeller som nærmest tilhører den andre hovedtype av modeller omtalt ovenfor. Vi vil konsentrere oppmerksomheten om tre modeller og kort omtale noen varianter av disse. Estimeringsproblemer for de tre hovedmodeller vil bli berørt, og vi vil spesielt presentere estimeringsmetoder som - uten å ta skrittet over i Maximum Likelihood-estimering - i noen grad tar hensyn til de spesielle problemer bruk av denne type av modeller reiser. Metodene vil bli applisert på norske nasjonalregnskapsdata fra etterkrigstiden. Det er grunn til å tro at resultatene vil kunne være av interesse ved vurdering av mulighetene for, og ønskeligheten av, å innføre dynamiske relasjoner for totalkonsumet i makro-økonomiske analysemodeller for den norske økonomi.[1)]

Notatet er disponert på følgende måte: Avsnitt 2 gir en presentasjon og diskusjon av modeller og estimeringsmetoder. Avsnitt 3 starter med en kortfattet redegjørelse for datamaterialet etterfulgt av en oversikt over og diskusjon av de empiriske resultater. Det vil herunder bli foretatt en sammenligning med tilsvarende resultater basert på amerikanske data. En oppsummering av hovedkonklusjonene blir til slutt gitt i avsnitt 4.

2. OVERSIKT OVER MODELLER OG ESTIMERINGSMETODER

I avsnittene 2.1-2.3 vil vi ta for oss tre varianter av dynamiske konsummodeller og presentere metoder for estimering av modellenes parametre. I de to første modeller består det dynamiske element i at strømningsvariable og beholdningsvariable inngår side om side, mens den tredje er en variant av den såkalte "normalinntektshypotese". Generaliseringer av modellene vil bli skissert i avsnitt 2.4. Empiriske resultater for de tre hovedmodeller vil bli gitt i avsnitt 3.

---

1) De resultater som her omtales, representerer en del av arbeidet med å etablere en makro-konsumfunksjon til bruk i Statistisk Sentralbyrås analyse- og planleggingsmodell MODIS IV. I et tidligere arbeidsnotat om submodellen for det private konsum i MODIS IV er det presentert empiriske resultater basert på forskjellige statiske og dynamiske utforminger av makro-konsumfunksjonen. (Se Biørn [2], avsnitt IV.) Teoretiske problemer i forbindelse med de dynamiske varianter ble der bare i liten grad berørt, likeledes spørsmålet om hvorvidt det på basis av norske årsdata empirisk er mulig å skjelne mellom forskjellige typer av lagstrukturer. Ett av formålene med det foreliggende notat er å gå nærmere inn på disse problemer.

2.1. Modell I

I den første modell antar vi at konsumrelasjonen kan gis følgende utforming

$$(2.1) \quad C_t = \alpha_1 + \beta_1 Y_t + \gamma_1 M_{t-1} + u_{1t} \qquad t=1,2, \ldots ,T,$$

hvor C_t og Y_t betegner realverdien av henholdsvis det private konsum og den personlige disponible inntekt i periode t, og M_t er gitt ved

$$(2.2) \quad M_t = \frac{1}{1-\lambda_1 L} C_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda_1^{\tau} C_{t-\tau} \qquad (0 \leq \lambda_1 \leq 1),$$

hvor L er lag-operatoren.[1] Vi antar at det foreligger observasjoner av C_t og Y_t for periodene 1,2,....,T. Av (2.2) følger

$$(2.3) \quad M_t = \lambda_1 M_{t-1} + C_t.$$

Som vi ser, kan M_t oppfattes som "akkumulert konsum" fra "tidenes morgen" til og med periode t, idet "beholdningen" i hver periode "depresierer" med en depresieringsrate lik $1 - \lambda_1$. En nærliggende tolkning av (2.1) er dermed at det løpende konsum avhenger av den løpende inntekt samt av konsumvanene, hvor disse uttrykkes ved det akkumulerte konsum over alle de foregående perioder.[2] Vi vil se bort fra muligheten for "simultaneous equation" - problemer, idet vi spesielt vil anta at restleddene u_{1t} har en sannsynlighetsfordeling med følgende egenskaper:

$$(2.4) \quad E(u_{1t}) = 0,$$

$$(2.5) \quad E(u_{1t}u_{1s}) = \begin{cases} \sigma_1^2 & \text{for } s = t \\ 0 & \text{for } s \neq t \end{cases}$$

for alle verdier av t, s og Y_τ.

Restleddsforutsetningene (2.4)-(2.5) gir grunnlag for to kommentarer. For det første: Det kan reises innvendinger mot antagelsen om konstant residualvarians, idet det vil kunne argumenteres for at variasjonene i forbruksmønsteret fremkaller "slingringer" omkring det "sanne" regresjonsplan som gjennomgående er større for høye inntektsnivåer enn

1) For en vilkårlig tidsrekke $\{x_t\}$ er L definert slik at $Lx_t = x_{t-1}$ og $L^n x_t = x_{t-n}$ for n = 2,3... .

2) Modeller av lignende utforming er benyttet av Houthakker og Taylor i [8], Ch. 6, I-IV.

for lave. Selvom det i dette tilfelle kanskje er vanskeligere å stole på intuisjonen på makroplanet enn i mikro, kan vi ikke utelukke at synspunktet heteroscedastisitet har noe for seg. Vi vil imidlertid her følge den praksis som er etablert av en rekke tidligere forfattere[1], og forutsette konstant residualvarians.

For det annet: Relasjon (2.2) ble ovenfor nærmest oppfattet som en definisjonsligning for M_t. En alternativ betraktningsmåte kunne gå ut på at indikatoren for vanedannelseselementet i konsumfunksjonen ikke kan uttrykkes ved en (eksakt) funksjon av typen (2.2), men bare ved en relasjon hvor stokastiske feilelementer inngår. Dette leder tanken hen på feil i de variable (errors in variables), som vi vil komme tilbake til i avsnitt 2.4.

Slik M_t antas å bli generert, er den åpenbart en uobserverbar variabel, fordi beregning av den fordrer kjennskap til såvel λ_1 som konsumutviklingen i periodene forut for første observasjonsperiode (periode 1) (jfr. at τ-summeringen i (2.2) i prinsippet går til uendelig). Den må derfor på en eller annen måte elimineres fra systemet.

En måte dette kunne gjøres på, er følgende.[2] Ved innsetting av (2.2) i (2.1) fåes

$$(2.6) \qquad C_t = \alpha_1 + \beta_1 Y_t + \frac{\gamma_1 L}{1-\lambda_1 L} C_t + u_{1t} ,$$

som kan omformes til

$$(1-\lambda_1 L)C_t = \alpha_1(1-\lambda_1) + \beta_1(1-\lambda_1 L)Y_t + \gamma_1 LC_t + (1-\lambda_1 L)u_{1t}$$

eller

$$(2.7) \qquad C_t = \alpha_1(1-\lambda_1) + (\lambda_1+\gamma_1)C_{t-1} + \beta_1 Y_t - \beta_1\lambda_1 Y_{t-1} + u_{1t} - \lambda_1 u_{1,t-1} .$$

Det innses umiddelbart av (2.7) at strukturparametrene er identifiserbare, hvilket innebærer at det skulle være mulig å finne konsistente estimatorer for dem. Å anvende vanlig minste kvadraters metode på (2.7) fører imidlertid ikke frem, da den "høyresidevariable" C_{t-1} og det sammensatte restledd $u_{1t} - \lambda_1 u_{1,t-1}$ ikke er ukorrelert (under forutsetning av at $\lambda_1 > 0$)[3].

---

1) Jfr. f.eks. Houthakker og Taylor [8], Ch. 6; Malinvaud [9], Ch. 4; og Zellner og Geisel [12]. Andre forfattere har prøvet å eliminere heteroscedastisitetsproblemet ved bruk av dobbelt-logaritmiske relasjoner.

2) Denne fremgangsmåte svarer i hovedtrekk til den som er benyttet av Houthakker og Taylor i [8].

3) Begge "inneholder" nemlig $u_{1,t-1}$.

Den estimeringsmetode som her vil bli anvendt, går ut på, istedenfor å eliminere M_t, å prøve å beregne den som funksjon av λ_1, slik at M_t er bestemt ved observasjonsmaterialet når λ_1 er gitt. La $M_t = m_t(\lambda_1)$ betegne denne funksjonen.

Den sentrale forutsetning som er lagt til grunn ved etableringen av m_t-funksjonen, er at konsumet frem til første observasjonsperiode har hatt en jevn vekst med vekstrate g_C (>0), som fastlegges a priori, dvs. vi antar at

(2.8) $$C_{t-\tau} = \frac{1}{(1+g_C)^{\tau}} C_t \qquad \text{for } t \leq 1 \ \& \ \tau > 0,$$

som innsatt i (2.2) gir

(2.9) $$M_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda_1}{1+g_C}\right)^{\tau} C_t = \frac{1+g_C}{1-\lambda_1+g_C} C_t \qquad \text{for } t \leq 0,$$

ved bruk av summasjonsformelen for en uendelig, konvergent geometrisk rekke. Ved i (2.9) spesielt å sette t=0 og benytte at $C_o = C_1/(1+g_C)$ får vi

(2.10) $$M_o = \frac{1}{1-\lambda_1+g_C} C_1.$$

Det blir på denne måte fastlagt en initialverdi for M, og vi kan deretter bestemme $M_1, \ldots, M_{T-1}$ ved

(2.11) $$M_t = \lambda_1{}^t M_o + \sum_{\tau=0}^{t-1} \lambda_1^{\tau} C_{t-\tau},$$

som følger ved suksessiv anvendelse av (2.3).

Etter at vi ved (2.10) og (2.11) har etablert funksjonen $m_t(\lambda_1)$, estimerer vi som annet trinn strukturparametrene ved å minimere

(2.12) $$\sum_{t=1}^{T} u_{1t}{}^2 = \sum_{t=1}^{T} (C_t - \alpha_1 - \beta_1 Y_t - \gamma_1 m_{t-1}(\lambda_1))^2$$

med hensyn på α_1, β_1, γ_1 og λ_1. Rent praktisk løser vi dette minimeringsproblemet ved såkalt "scanning"; det vil si at vi velger λ_1-verdier over hele det a priori mulige intervall (fra 0 til 1) og for hver verdi minimerer restleddskvadratsummen (partielt) med hensyn på α_1, β_1 og γ_1. Som løsning velger vi det løsningssett som gir lavest verdi på restleddskvadratsummen.

Brukbarheten av den estimeringsmetode som her er skissert, står og faller med (i) om (2.8) er en realistisk forutsetning, (ii) om vi er i stand til å finne en pålitelig anslagsverdi for g_C. Flere motforestillinger melder seg i den forbindelse.

Det kan opplagt sies å være en svakhet ved metoden at den er basert på at det gjøres uavhengige forutsetninger om utviklingen i tidligere perioder i en variabel som er endogen i modellen. Som vist i Appendix, kan løsningen av differensligningen (2.7) skrives som (jfr. (A.5) - (A.6))

$$(2.13)\quad C_t = \alpha_1(1-\lambda_1)\frac{1-(\lambda_1+\gamma_1)^t}{1-\lambda_1-\gamma_1} + (\lambda_1+\gamma_1)^t C_o + \beta_1 \sum_{s=0}^{t-1} (\lambda_1+\gamma_1)^s \cdot (Y_{t-s}-\lambda_1 Y_{t-s-1}) + \sum_{s=0}^{t-1} (\lambda_1+\gamma_1)^s (u_{1,t-s}-\lambda_1 u_{1,t-s-1})$$

eller - om vi antar at modellen har vært i funksjon helt fra "tidenes morgen" (og forutsetter at $\lambda_1 + \gamma_1 < 1$) -

$$(2.14)\quad C_t = \frac{\alpha_1(1-\lambda_1)}{1-\lambda_1-\gamma_1} + \beta_1 \sum_{\tau=0}^{\infty} (\lambda_1+\gamma_1)^\tau (Y_{t-\tau}-\lambda_1 Y_{t-\tau-1}) + \sum_{\tau=0}^{\infty} (\lambda_1+\gamma_1)^\tau (u_{1,t-\tau}-\lambda_1 u_{1,t-\tau-1}).$$

Et alternativ til å benytte (2.8) kunne være å forutsette en konstant vekstrate, g_Y, for Y i tidsrommet frem til første observasjonsperiode og så anvende (2.14), med restleddene satt lik null, til å beregne den korresponderende utvikling i C_t. Hvorvidt det vil være noen vesensforskjell mellom disse to metodene, avhenger av konstantleddets størrelse. Er det spesielt lik null, gir den sistnevnte metode samme vekstrate for C og Y.

En annen estimeringsmetode som kunne komme på tale, er Maximum Likelihood-estimering.[1)] Som det fremgår av (2.13), er imidlertid restleddsstrukturen i dette tilfelle såvidt komplisert at det er tvilsomt om slik estimering er praktisk gjennomførbar. En alternativ metode (hvis egenskaper jeg ikke vil innlate meg på å forsøke å kartlegge) kunne være å anvende minste kvadraters metode på (2.13), idet vi så bort fra at restleddet i denne relasjon egentlig er et sammensatt restledd, dvs. minimere

$$(2.15)\quad \sum_{t=1}^{T} \{C_t-\alpha_1(1-\lambda_1)\frac{1-(\lambda_1+\gamma_1)^t}{1-\lambda_1-\gamma_1} - (\lambda_1+\gamma_1)^t C_o - \beta_1 \sum_{s=0}^{t-1} (\lambda_1+\gamma_1)^s (Y_{t-s}-\lambda_1 Y_{t-s-1})\}^2$$

1) Idet vi innfører den tilleggsforutsetning at restleddene er normalt fordelt.

m.h.p. α_1, β_1, γ_1 og λ_1. (Første observasjonsperiode ville i dette tilfelle tilsvare periode 0.)

På denne måten ville vi slippe å måtte gjøre separate forutsetninger om utviklingen i C (eller Y) i periodene forut for første observasjonsperiode, men til gjengjeld ville estimeringsproblemet rent løsningsteknisk bli vanskeligere å håndtere. Ved bruk av et computerprogram for ekstremalisering av ikke-lineære funksjoner (noe Byrået i dag ikke disponerer) skulle slik estimering imidlertid ligge innenfor mulighetenes grenser.

Et annet alternativ kunne bestå i direkte å fastlegge (gjette på) verdien av M_o, men det vil antagelig være vanskelig å danne seg klare intuitive forestillinger.

Uttrykket "første observasjonsperiode (estimeringsperiode)" som ovenfor er benyttet, må ikke taes helt bokstavelig. Beregningsresultatene i avsnitt 3 er således basert på materiale for årene 1951-1968, mens det i Norge faktisk foreligger oppgaver over det private konsum helt tilbake til 1865. En mulighet for fastleggelse av m_t-funksjonen for perioden 1951-1968 kunne derfor være å fiksere verdien av M ved utgangen av 1864, f.eks. sette den lik null,[1)] og så på basis av det registrerte konsum for årene 1865-1950 bestemme m-funksjonen. Dette ville kunne benyttes istedenfor (2.10).

2.2 Modell II

Konsumrelasjonen i den andre modellen har følgende form:

$$(2.16) \quad C_t = \alpha_2 + \beta_2 Y_t + \gamma_2 N_{t-1} + u_{2t} \qquad t=1,2,\ldots,T,$$

hvor C_t og Y_t er definert som ovenfor, og N_t er gitt ved

$$(2.17) \quad N_t = \frac{1}{1-\lambda_2 L} Y_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda_2^{\tau} Y_{t-\tau} \qquad (0 \leq \lambda_2 \leq 1),$$

dvs.

$$(2.18) \quad N_t = \lambda_2 N_{t-1} + Y_t .$$

Restleddet u_{2t} antaes å oppfylle tilsvarende forutsetninger som u_{1t}.

---

1) Det er rimelig å tro at valget av verdi, på grunn av den lange tidsavstanden, ville være av underordnet betydning for resultatet.

Analogt med i Modell I kan vi tolke N_t som "akkumulert inntekt" til og med periode t, idet "depresieringsraten" er $1-\lambda_2$. Vi kan si at også Modell II representerer en slags vanedannelseshypotese, hvor vaneelementet kommer til uttrykk gjennom den "akkumulerte inntekt" over de foregående perioder.[1)]

Problemet at N_t er uobserverbar kan - i likhet med det tilsvarende problem når det gjelder M_t i Modell I - håndteres på to måter. Ved innsetting av (2.17) i (2.16) fåes

$$(2.19)\quad C_t = \alpha_2 + \beta_2 Y_t + \frac{\gamma_2 L}{1-\lambda_2 L} Y_t + u_{2t},$$

som ved omforming gir

$$(2.20)\quad C_t = \alpha_2(1-\lambda_2) + \lambda_2 C_{t-1} + \beta_2 Y_t + (\gamma_2-\beta_2\lambda_2)Y_{t-1} + u_{2t} - \lambda_2 u_{2,t-1}.$$

Formelt sett faller den "reduserte form" (2.20) sammen med den tilsvarende "reduserte form" av Modell I, (2.7). Også autokorrelasjonsproblemet har samme karakter. Det eneste som skiller dem, er at parametrene har forskjellig tolkning. Et observasjonsmateriale kan ikke hjelpe til å avgjøre hvorvidt det er Modell I eller Modell II som har vært "i funksjon". Slike tolkningsproblemer er velkjente i forbindelse med "partial adjustment" - og "adaptive expectations"-mekanismer. (Se Griliches [6].)

Den metode for estimering av α_2, β_2, γ_2 og λ_2 som vil bli benyttet, er analog med den som ble foreslått for Modell I.

Vi etablerer en funksjon $N_t = n_t(\lambda_2)$ ved å forutsette

$$(2.21)\quad Y_{t-\tau} = \frac{1}{(1+g_Y)^\tau} Y_t \qquad \text{for } t \leq 1 \ \ \& \ \ \tau > 0,$$

hvor g_Y er en a priori anslagsverdi for Y's gjennomsnittlige vekstrate i tidsrommet frem til første observasjonsperiode. Dette impliserer (jfr. (2.10) og (2.11))

1) Alternativt kunne (2.16) oppfattes som en variant av Milton Friedman's "Permanent Income"-hypotese [4], hvor N_t - normalisert på en passende måte - representerer den "permanente" og Y_t den observerte inntekt, idet vi a priori regner med at såvel den "permanente" som den "transitoriske" del av Y_t har en positiv marginal konsumtilbøyelighet. (Jfr. også avsnitt 2.3.) Et opplegg hvor beslektede ideer ligger til grunn, er anvendt på mikrodata av Watts [11].

(2.22) $N_0 = \frac{1}{1-\lambda_2+g_Y} Y_1,$

(2.23) $N_t = \lambda_2^t N_0 + \sum_{\tau=0}^{t-1} \lambda_2^\tau Y_{t-\tau}.$

Strukturparametrene estimeres så ved å minimere

(2.24) $\sum_{t=1}^{T} u_{2t}^2 = \sum_{t=1}^{T} (C_t - \alpha_2 - \beta_2 Y_t - \gamma_2 n_{t-1}(\lambda_2))^2$

med hensyn på α_2, β_2, γ_2 og λ_2 (ved "scanning" over λ_2).

Som vist i Appendix, kan (2.19) omformes til (jfr. (A.8))

(2.25) $C_t - u_{2t} = \alpha_2(1-\lambda_2^t) + \lambda_2^t \mu_o + \beta_2 Y_t - \beta_2 \lambda_2^t Y_o + \gamma_2 \sum_{s=0}^{t-1} \lambda_2^s Y_{t-s-1},$

hvor $\mu_o = C_o - u_{20}$. Dette innebærer at Maximum Likelihood-estimering i dette tilfelle ville være ekvivalent med å minimere

(2.26) $\sum_{t=1}^{T} \{C_t - \alpha_2(1-\lambda_2^t) - \lambda_2^t \mu_0 - \beta_2 Y_t + \beta_2 \lambda_2^t Y_0 - \gamma_2 \sum_{s=0}^{t-1} \lambda_2^s Y_{t-s-1}\}^2$

m.h.p. α_2, β_2, γ_2, λ_2 og μ_0, altså matematisk sett et problem av lignende vanskelighetsgrad som minimering av (2.15).

2.3 Modell III

Hypotesen som ligger til grunn for denne modell, er at det løpende konsum, på et additivt restledd nær, avhenger lineært av utviklingen i den "normale" realinntekt, altså

(2.27) $C_t = k_0 + kY_t^* + u_{3t}$ $\qquad t=1,2,\ldots,T,$

hvor "normalinntekten" Y_t^* antaes å være generert ved følgende veiede gjennomsnitt av den faktiske inntekt i periodene frem til og med periode t[1])

---

1) "Normalinntektsrelasjonen" (2.28) adskiller seg fra den vanlige "adaptive expectations"-relasjon

$$Y_t^* = \frac{(1-\lambda)L}{1-\lambda L} Y_t,$$

som er omtalt i bl.a. Griliches [6], pp. 16-17 (den skriver seg opprinnelig fra Cagan). En relasjon svarende til (2.28) er benyttet i bl.a. Malinvaud [9], Ch. 15 § 2.

$$(2.28)\quad Y_t^{*} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} Y_t = (1-\lambda)\sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda^{\tau} Y_{t-\tau} \qquad (0 \le \lambda \le 1),$$

dvs.

$$(2.29)\quad Y_t^{*} = \lambda Y_{t-1}^{*} + (1-\lambda)Y_t,$$

og hvor restleddet u_{3t} forutsettes å ha tilsvarende fordelingsegenskaper som u_{1t} og u_{2t}.

Ved innsetting av (2.28) i (2.27) fåes etter omforming

$$(2.30)\quad C_t = k_0(1-\lambda) + \lambda C_{t-1} + k(1-\lambda)Y_t + u_{3t} - \lambda u_{3,t-1}.$$

Sammenligning av (2.17) og (2.20) med (2.28) og (2.30) viser at Modell III rent formelt kan oppfattes som et spesialtilfelle av Modell II, hvor Y_t^{*} tilsvarer $(1-\lambda_2)N_t$, og hvor korrespondansen mellom de fire strukturkoeffisienter i Modell II og de tre strukturkoeffisienter i Modell III er gitt ved

$$(2.31)\quad \begin{array}{lcl} \alpha_2 & \text{tilsvarer} & k_0, \\ \beta_2 & " & k(1-\lambda), \\ \gamma_2 & " & k\lambda(1-\lambda), \\ \lambda_2 & " & \lambda, \end{array}$$

dvs. at Modell III er ekvivalent med Modell II pålagt restriksjonen

$$(2.32)\quad \gamma_2 - \beta_2\lambda_2 = 0.$$

Spesialtilfellet av Modell III da konstantleddet $k_0 = 0$, er studert i Zellner og Geisel [12].

Som for Modell I og II går også første trinn av estimeringsmetoden i dette tilfelle ut på å "beregne" utviklingen i den uobserverbare variable i strukturrelasjonen. Nå er Y_t^{*}, som nevnt, analog med $(1-\lambda)N_t$, slik at Y_t^{*} kan uttrykkes som funksjon av λ ved

$$(2.33)\quad Y_t^{*} = y_t^{*}(\lambda) = (1-\lambda)n_t(\lambda),$$

hvor $n_t(\lambda)$ er gitt ved (2.22) og (2.23). Vi behøver derfor ikke å foreta separate beregninger for å få bestemt $Y_t^{*}(\lambda)$. Som annet trinn minimeres

$$(2.34)\quad \sum_{t=1}^{T} u_{3t}^2 = \sum_{t=1}^{T} (C_t - k_0 - k(1-\lambda)n_t(\lambda))^2$$

med hensyn på k_0, k og λ.

Av (2.27) følger (se Appendix, formel (A.11))

$$(2.35)\quad C_t - u_{3t} = k_0(1-\lambda^t) + \lambda^t \eta_0 + k(1-\lambda)\sum_{s=0}^{t-1}\lambda^s Y_{t-s},$$

hvor $\eta_0 = C_0 - u_{30}$, slik at Maximum Likelihood-estimering av parametrene i Modell III ville være ekvivalent med å minimere

$$(2.36)\quad \sum_{t=1}^{T}\{C_t - k_0(1-\lambda^t) - \lambda^t\eta_0 - k(1-\lambda)\sum_{s=0}^{t-1}\lambda^s Y_{t-s}\}^2$$

m.h.p. k_0, k, λ og η_0.[1)]

2.4 Andre modeller

Vi vil så skissere noen forslag til generaliseringer av Modell I og Modell II. Noen inngående drøftelse av disse generaliserte modeller ut fra synspunktene identifiserbarhet og estimering tar vi ikke sikte på. Dette betyr selvfølgelig ikke at slike problemer ansees som uinteressante eller uvesentlige. Grunnen til at vi ikke vil ta dem opp her, er dels at de ligger noe på siden av det som er hovedideen i dette notat, og dels at modellene er såvidt kompliserte at en inngående diskusjon lett vil bli forholdsvis omfattende. Vi mener likevel at modellskissene har krav på interesse, om ikke av annen grunn så fordi de kan bidra til å betrakte enklere dynamiske modeller i et noe videre perspektiv.

Modell I A

I Modell I inngår Y_t og u_{1t} bare på formen $\beta_1 Y_t + u_{1t} = \beta_1(Y_t + u_{1t}/\beta_1)$. Dette gir oss idêen til en omtolkning av (2.1) fra å være en relasjon hvor restleddene inngår på "vanlig" måte (dvs. som disturbances, shocks) til å være en relasjon med (måle)feil (errors) i inntekten. Tolkningen ville i så fall være:

observert inntekt = Y_t,

"sann" ("permanent") inntekt = $Y_t^* = Y_t + u_{1t}/\beta_1$,

målefeil ("transitorisk inntekt") = $\varepsilon_t = Y_t - Y_t^* = -u_{1t}/\beta_1$.

---

1) Dette tilsvarer estimeringsmetoden benyttet av Zellner og Geisel for den variant av deres modell hvor restleddene i strukturrelasjonen er forutsatt å være ukorrelerte (Assumption II). (Se [12], p. 868.)

Mens vi i Modell I forutsatte at u-ene var ukorrelert med Y-ene, ville det her være nærliggende å regne med ukorrelerthet mellom u-ene (ε-ene) og Y^{x}-ene - i tråd med den vanlige tankegang i modeller med feil i de variable. Dette ville igjen innebære at u-ene (ε-ene) og C-ene var ukorrelerte, siden C-ene og Y^{x}-ene er forbundet ved eksakte relasjoner. I en slik modell kunne det derfor være aktuelt å estimere strukturkoeffisientene ved minste kvadraters metode, idet vi oppfattet Y_t som venstresidevariabel og C_t og M_{t-1} som høyresidevariable.

Modell I B

En annen variant av Modell I består i å oppfatte u_{1t} som målefeil i konsumet (konsumets "transitoriske" komponent, ifølge Milton Friedman's [4] terminologi), slik at det "sanne" ("permanente") konsum blir lik C_t-u_{1t}, og samtidig erstatte M_t gitt ved (2.2) med

$$(2.2a)\quad M_t^{x} = \frac{1}{1-\lambda_1 L}(C_t-u_{1t})$$

som indikator for konsumvanene i konsumfunksjonen. Som vi ser, svarer M_t^{x} til det akkumulerte "permanente" konsum. I dette tilfelle ville det - som i Modell I - være naturlig å forutsette at u-ene og Y-ene er ukorrelerte.

Istedenfor (2.6) og (2.7) ville vi få

$$(2.6a)\quad C_t - u_{1t} = \alpha_1 + \beta_1 Y_t + \frac{\gamma_1 L}{1-\lambda_1 L}(C_t-u_{1t}),$$

$$(2.7a)\quad C_t = \alpha_1(1-\lambda_1) + (\lambda_1+\gamma_1)C_{t-1} + \beta_1 Y_t - \beta_1\lambda_1 Y_{t-1} + u_{1t} - (\lambda_1+\gamma_1)u_{1,t-1},$$

altså formelt sett en autoregressiv modell med feil i de variable. Dette er en modelltype som er lite behandlet i litteraturen. Uttrykket for den eksplisitte tidsfunksjon ville svare til (2.13), resp. (2.14), med følgende modifikasjoner: De sammensatte restledd ville simpelthen bli å erstatte med u_{1t}, og istedenfor C_0 i (2.13) ville vi få C_0-u_{10}. Dette betyr at minimering av kvadratsummen (2.15) asymptotisk vil gi Maximum-Likelihood-estimatorer for parametrene i denne modell.

En kombinasjon av Modellene I A og I B kunne også være aktuelt. Vi vil ikke forfølge denne idé videre.

Modell II A

Som det fremgår av avsnitt 2.2, inngår C_t og u_{2t} i Modell II bare på formen $C_t - u_{2t}$ 1). Vi kan derfor, uten endring av forutsetninger, omtolke modellen til å gjelde en situasjon med målefeil (error) i konsumet, men ikke i inntekten.

En modell hvor det motsatte er tilfelle, får vi ved å sløyfe u_{2t} og erstatte Y_t med $Y_t^* = Y_t - v_{2t}$, hvor v_{2t} representerer målefeilen i Y_t, og erstatte N_t gitt ved (2.17) med

$$(2.17a)\quad N_t^* = \frac{1}{1-\lambda_2 L} Y_t^* = \frac{1}{1-\lambda_2 L}(Y_t - v_{2t})$$

i konsumfunksjonen. Det ville være naturlig å forutsette at v_{2t} var ukorrelert med den "sanne" (permanente) inntekt Y_t^*. Istedenfor (2.19) og (2.20) ville vi dermed få

$$(2.19a)\quad C_t = \alpha_2 + \beta_2(Y_t - v_{2t}) + \frac{\gamma_2 L}{1-\lambda_2 L}(Y_t - v_{2t}),$$

$$(2.20a)\quad C_t = \alpha_2(1-\lambda_2) + \lambda_2 C_{t-1} + \beta_2 Y_t + (\gamma_2 - \beta_2\lambda_2)Y_{t-1} - \beta_2 v_{2t} - (\gamma_2 - \beta_2\lambda_2)v_{2,t-1}.$$

Vi vil ikke ta opp estimeringsproblemer innenfor denne modell, men bare påpeke at under de angitte forutsetninger er både Y_t og Y_{t-1} korrelert med det sammensatte restledd i (2.20a). Estimering basert på at en "snur regresjonen" slik at Y_t blir venstresidevariabel, som vi antydet som en mulig utvei for Modell I A, vil derfor i alminnelighet 2) ikke føre frem. Problemet er av samme karakter som det en møter ved bruk av enkel minste kvadraters metode på (2.7), (2.7a) eller (2.20).

Forsøk på å kombinere Modell II og Modell II A vil bringe ytterligere komplikasjoner.

Modell IV

En hypotese som har vært lansert, går ut på at det løpende konsum er bestemt ikke bare av den løpende realinntekt, men også av realverdien av konsumentenes samlede formue (jfr. Ackley [1], Ch. XII, og Farrell [3]), f.eks.

---

1) Det tilsvarende gjelder for C_t og u_{3t} i Modell III.

2) Bare hvis $\gamma_2 = \beta_2\lambda_2$ (jfr. Modell III), vil dette problem ikke oppstå.

$$(2.37)\quad C_t = \alpha_4 + \beta_4 Y_t + \gamma_4 F_{t-1} + u_{4t},$$

hvor F_{t-1} betegner realverdien av formuen ved utgangen av periode t-1 og Y_t realdisponibel inntekt eksklusive formuesinntekt. Det er klart at konsumentenes sparing, definert som (Y_t + formuesinntekt i periode t) - C_t, må utgjøre en viktig komponent i formuesøkningen $F_t - F_{t-1}$. La oss rendyrke dette synspunkt og spesielt anta at formuesinntekten i en periode utgjør en konstant andel av formuen ved periodens begynnelse[1]. Vi forutsetter altså

$$(2.38)\quad F_t = (1+\rho)F_{t-1} + Y_t - C_t \qquad (\rho > 0),$$

hvor ρ - som antaes å være uavhengig av t - har tolkning av en rentesats korrigert for virkningen av endringer i konsumprisnivået (og eventuelt prisgevinster på formuen).[2]

Formelt kan (2.38) transformeres til[3]

$$(2.39)\quad F_t = \frac{1}{1-(1+\rho)L}(Y_t - C_t),$$

som ved innsetting i (2.37) og omforming resulterer i

$$(2.40)\quad C_t = -\alpha_4\rho + (1+\rho-\gamma_4)C_{t-1} + \beta_4 Y_t + (\gamma_4 - \beta_4(1+\rho))Y_{t-1} + u_{4t} - (1+\rho)u_{4,t-1}.$$

Den "reduserte form" (2.40) har samme "utseende" som (2.7) og (2.20), med den viktige forskjell at koeffisienten foran $u_{4,t-1}$ er større enn 1. Vi tar dette som en indikasjon på at en forutsetning om homoscedastiske

---

1) Tilfellet da observasjoner av F_t foreligger, er uinteressant i denne sammenheng.

2) Erkjennelsen av at (2.38) bare gir uttrykk for en tilnærmet relasjon, kunne ha vært ivaretatt ved å innføre et stokastisk restledd. Vi vil ikke forfølge denne idé videre.

3) Formel (2.39) kan skrives som $F_t = \sum_{\tau=0}^{\infty}(1+\rho)^{\tau}(Y_{t-\tau} - C_{t-\tau})$, som i alminnelighet vil være en ikke-konvergent sum. Tolket på denne måte har formelen neppe noen praktisk anvendelse. Ved bruk av modellen må vi istedet forestille oss at et initialnivå for formuen på en eller annen måte er fiksert.

restledd neppe ville kunne forsvares i dette tilfelle. (Jfr. i denne forbindelse fotnote 3, side 15.)[1]

Også i denne modellen kunne målefeilsynspunktet trekkes inn, men noe prinsipielt nytt bringer det ikke.

2.5 Oppsummering

Alle de modeller vi har betraktet ovenfor, kan sees som spesialtilfelle av følgende modell:

$$(2.41)\quad C_t^{*} = \alpha + \beta Y_t^{*} + \frac{\gamma L}{1-\mu_1 L} C_t^{*} + \frac{\delta L}{1-\mu_2 L} Y_t^{*} + u_t$$

hvor $C_t^{*} = C_t - \varepsilon_{1t}$, $Y_t^{*} = Y_t - \varepsilon_{2t}$ og hvor ε_{1t}, ε_{2t} og u_t er ukorrelert med alle verdier av Y_τ^{*}, er innbyrdes ukorrelerte og har forventning null og samme varianser for alle verdier av t.

Den forangående drøftelse, spesielt diskusjonen i avsnitt 2.4 hvor beslektede modeller ble betraktet fra forskjellige synsvinkler, indikerer at skillet mellom dynamiske modeller (autoregressive og distributed lag-mekanismer) med vanlige restledd (disturbances) og tilsvarende modeller med feil i de variable (errors) kanskje ikke er så markert som det lærebokfremstillinger av økonometrisk teori og metode kan gi inntrykk av. Således skulle det være grunnlag for å hevde at de problemer som følger av at autoregressiv "strukturdel" og autokorrelerte restledd opptrer samtidig i en relasjon[2], egentlig er av samme karakter som de problemer feil i de variable medfører. Økonometrisk teori synes å være noe mangelfullt utviklet på dette område.

3. EMPIRISKE RESULTATER

3.1 Datamaterialet

Til grunn for estimeringen av parametrene i Modellene I, II og III ligger anslag for det private konsum (C_t) og den personlige disponible inntekt (Y_t) på årsbasis for årene 1951-1968 beregnet på grunnlag av

---

1) En mulig "løsning" av problemet kunne være, på tilsvarende måte som for M_t og N_t i Modellene I og II, å anta at også formuesindikatoren var gjenstand for "depresiering", slik at koeffisienten foran F_{t-1} i (2.38) ble mindre enn 1.

2) Jfr. (2.7), (2.20) og (2.30) samt siste del av avsnittet om Modell II A.

nasjonalregnskapstall.[1] Tallene, som er gjengitt i tabell 1, er målt i milliarder 1961-kroner. Omregning til per capita-basis er ikke foretatt.

Det hadde vært ønskelig å kunne gjøre bruk av kvartalstall i analysen. Dessverre er muligheten for å legge norske kvartalsdata til grunn ved analyser av makro-konsumfunksjonen nokså begrenset. Riktignok foreligger, for en del etterkrigsår, nasjonalregnskapstall for bruttonasjonalprodukt og privat konsum på kvartalsbasis, men en kvartalsvis oppsplitting av anslagene for den personlige disponible inntekt er ikke foretatt.

Det fremgår av tabell 1 at C_t ligger temmelig nær Y_t for alle år i observasjonsperioden; differansen beløper seg maksimalt til ca. 7 prosent. Av de 18 observasjonsår var i 6 (hvorav alle faller før 1960) C_t større enn Y_t. I noen grad reflekterer disse tallene formodentlig ettervirkninger av vareknapphet og rasjonering de første etterkrigsår, men det virker lite sannsynlig at det alene skulle kunne forklare at den personlige sparing var negativ i de fleste år mellom 1950 og 1960. Vi må ta i betraktning at Y_t slik den her er definert, antagelig ikke omfatter alle de inntektsposter som faktisk er "konsummotiverende"; eksempelvis er det tenkelig at en del av selskapsinntekten har en positiv marginal konsumtilbøyelighet. En viss rolle spiller formodentlig også andre feil i det statistiske grunnmateriale, særlig i første del av observasjonsperioden.

---

1) De "opprinnelige" nasjonalregnskapstall har vært gjenstand for en viss bearbeidelse. Således er nasjonalregnskapets anslag for det private konsum "renset" for et par poster som bare i begrenset utstrekning er "privatfinansiert" (helsepleie, skolegang). Anslagene for den personlige disponible inntekt er fremkommet ved en bearbeidelse hvis hovedtrekk kan beskrives på følgende måte: Til nasjonalregnskapets anslag for total lønnsinntekt er lagt en beregnet bruttoinntekt for selvstendige (definert som eierinntekten i de næringer hvor hovedtyngden av eierinntekten antaes å tilfalle selvstendige). Denne sum er tillagt anslag for stønader til lønnstakere, trygdede og selvstendige og fratrukket anslag for direkte skatter fra de samme grupper. De forutsetninger som er lagt til grunn ved disse beregninger, er til dels nokså grove, særlig for de første år av observasjonsperioden. De anslag for den disponible inntekt som derved fremkommer, er til slutt deflatert med nasjonalregnskapets prisindeks for det korrigerte private konsum. En mer detaljert beskrivelse er beregningsmetoden er gitt i Biørn [2], avsnitt IV. 3.

3.2 Beregningsresultater; Modell I

Resultatene av estimering av parametrene i Modell I ved hjelp av "scanning"-prosedyren beskrevet i avsnitt 2.1, er gitt i tabell 2. Ved beregning av det "akkumulerte konsum " ble vekstraten g_C satt lik 4 prosent.[1)] Dette svarer omtrent til den gjennomsnittlige vekstrate i observasjonsperioden, men overstiger den gjennomgående konsumvekst i tidligere perioder. Beregninger med sikte på å kartlegge resultatenes følsomhet overfor valget av verdi for g_C er ikke foretatt. Det fremgår imidlertid av (2.10) at anslaget for M_0 er desto mer følsomt overfor variasjoner i g_C jo nærmere λ_1 ligger 1.

Som tabell 2 viser, er punktestimatene $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\beta}_1$ og $\hat{\gamma}_1$ - som ventet - relativt følsomme overfor endringer i λ_1. Eksempelvis stiger punktestimatet for den "kortsiktige" marginale konsumtilbøyelighet, $\hat{\beta}_1$, fra 0.59 for $\lambda_1 = 0$ til 0.77 for $\lambda_1 \approx 0.7$ og avtar så til 0.74 for $\lambda_1 = 1$. Estimatet på konstantleddet, $\hat{\alpha}_1$, synker monotont, men er for alle λ_1-verdier signifikant positivt (bedømt ved en t-test med 5 pst. nivå).[2)]

Punktestimatet på standardavviket for restleddet, $\hat{\sigma}_1$, varierer forholdsvis lite. Det har et indre maksimum (= 0.195) for $\lambda_1 \approx 0.65$, men ingen indre minima. Det globale minimum (= 0.171) (jfr. dog forbeholdet i fotnote 2) inntreffer for $\lambda_1 = 0.0$, som dermed blir vårt punktestimat for λ_1.

Dette betyr for det første at "optimalverdien" av det akkumulerte konsum M_t degenererer til det løpende konsum, eller annerledes uttrykt at vanedannelseselementet i konsumet "slites" så sterkt (jfr. at $1-\lambda_1$ kan oppfattes som en "depresieringsrate" for det akkumulerte konsum) at konsumet i årene t-2, t-3 osv. intet bidrag gir til "forklaring" av variasjonene i det løpende konsum. For det annet betyr $\lambda_1 = 0$ at det autokorrelasjonsproblem vi generelt vil møte i forbindelse med relasjon (2.7), bortfaller.

---

1) Alle beregninger i dette notatet er utført ved hjelp av computerprogrammet TSP (Time Series Processor), som er beskrevet i [7]. Noe som gjorde dette programmet godt egnet for vårt formål, er at det inneholder rutiner for beregning av akkumulerte beholdninger når depresieringen skjer med konstant depresieringsrate.

2) Siden vi bare har betraktet diskrete λ_1-verdier, har vi selvsagt ingen garanti for at variasjonen er monoton. Lokale ekstrema kan tenkes, men virker kanskje ikke så "rimelig" på bakgrunn av det regelmessige forløp av estimatene.

Våre punktestimater for parametrene i Modell I blir etter dette

$$(3.1) \quad \hat{\alpha}_1 = 1.1295 \quad \hat{\beta}_1 = 0.5920 \quad \hat{\gamma}_1 = 0.3543 \quad \hat{\lambda}_1 = 0.00 \quad \hat{\sigma}_1 = 0.1711$$

Nå viser $\hat{\sigma}_1$, som nevnt, forholdsvis liten variasjon med λ_1, dvs. at minimalløsningen av (2.12) er uskarpt bestemt. Hadde vi tatt bryderiet med å beregne de estimerte standardavvik på de fem estimater (også $\hat{\sigma}_1$ vil selvfølgelig være beheftet med samplingfeil), ville vi antagelig ha funnet at store deler av variasjonen i punktestimatene ikke er signifikant.

Det kan likevel være av interesse å sammenligne (3.1) med de estimater Houthakker og Taylor ([8], Ch. 6.I) er kommet til ved å anvende samme modell (men en annen estimeringsmetode) på årsdata fra U.S.A. og Canada. For U.S.A. (observasjonsperiode 1929-1961, bortsett fra årene 1942-1946) er resultatet (med våre symboler)

$$(3.2) \quad \hat{\beta}_1 = 0.512 \quad \hat{\gamma}_1 = 0.350 \quad \hat{\lambda}_1 = -0.266$$

mens det canadiske tallmateriale (observasjonsperiode 1927-1961, bortsett fra årene 1942-1946) gir

$$(3.3) \quad \hat{\beta}_1 = 0.522 \quad \hat{\gamma}_1 = 0.391 \quad \hat{\lambda}_1 = 0.138$$

Alt i alt må overensstemmelsen sies å være god, uten at vi dermed kan påstå at det er avdekket elementer i en struktursammenheng.

3.3 Beregningsresultater; Modell II

Estimering av parametrene i Modell II ved "scanning" over λ_2 (se avsnitt 2.2) gav resultatene i tabell 3. Vekstraten g_Y ble - i likhet med g_C i Modell I - satt lik 4 prosent, som omtrent svarer til den gjennomsnittlige årlige vekstrate for den personlige disponible realinntekt i observasjonsperioden. Også denne forutsetning representerer åpenbart en forenkling. Vårt forsvar for å velge samme verdi for g_Y som for g_C i Modell I er at erfaringer fra flere land tyder på at det private konsum på lang sikt utgjør en temmelig stabil andel av den (personlige) disponible realinntekt.[1)]

1) Hvorvidt dette vil være en realistisk forutsetning, avhenger av om den "langsiktige" konsumfunksjon er uten konstantledd. Jfr. forøvrig kommentaren etter (2.14) samt fotnote 1, side 22.

Som det fremgår av tabell 3, er punktestimatene $\hat{\beta}_2$ og $\hat{\gamma}_2$ relativt følsomme overfor variasjoner i λ_2. Punktestimatet på den "kortsiktige" marginale konsumtilbøyelighet, $\hat{\beta}_2$, stiger fra 0.74 for $\lambda_2 = 0$, når et maksimum på 0.81 for $\lambda_2 \approx 0.55$ og avtar så til 0.72 for $\lambda_2 = 1$. Estimatet på konstantleddet, $\hat{\alpha}_2$, viser en svakt avtagende tendens[1], men er for alle λ_2-verdier signifikant positivt (nivå 5%). Estimatet på vanedannelsesparameteren γ_2 er derimot ikke signifikant forskjellig fra null for noen verdi av λ_2.

Residualspredningen, $\hat{\sigma}_2$, viser imidlertid meget liten variasjon - fra 0.188 til 0.197; funksjonen (2.24) er med andre ord temmelig "flat" over hele det a priori mulige variasjonsområde for λ_2. Tendensen er mer utpreget enn for Modell I.[2] Som for Modell I finner vi et indre maksimum (for $\lambda_2 \approx 0.5$), men ingen indre minima. Lokale minima inntreffer i begge endene av λ_2-skalaen; $\lambda_2 = 1.0$ gir det globale minimum. Vår estimeringsmetode leder dermed til punktestimatene

$$(3.4) \qquad \hat{\alpha}_2 = 1.8354 \quad \hat{\beta}_2 = 0.7246 \quad \hat{\gamma}_2 = 0.0069 \quad \hat{\lambda}_2 = 1.00 \quad \hat{\sigma}_2 = 0.1878.$$

En λ_2-verdi lik 1 innebærer at inntektene i periode t-1, t-2 osv. har samme virkning på det løpende konsum, altså at det overhodet ikke skjer depresiering av den akkumulerte inntekt.[3]

Umiddelbart synes dette resultat å stå i sterk kontrast til den konklusjon Modell I peker i retning av, nemlig at det later til å være en sterk "slitasje" av vanedannelseselementet i konsumet. Nå er det en essensiell forskjell mellom det å representere vanedannelsen ved akkumulert konsum og det å benytte akkumulert inntekt, men likevel virker det noe påfallende at vi skal ledes til motsatt ende av skalaen i de to tilfelle.

---

1) Det må her selvsagt taes samme forbehold som i fotnote 2, side 18.

2) Durbin-Watson observatoren ligger for alle λ_2-verdier mellom "øvre" og "nedre" forkastningsgrense. Vi har dermed visse indikasjoner på positivt autokorrelerte restledd.

3) $\lambda_2 = 1$ impliserer dessuten en såvidt sterk korrelasjon mellom restleddene i (2.20) i to påfølgende perioder (korrelasjonskoeffisienten er lik $-\frac{1}{2}$) at det neppe kan forsvares å estimere strukturparametrene ved å anvende minste kvadraters metode på denne avledede relasjon.

Disse tilsynelatende motsetninger ville nok i noen grad kunne forenes om man tok samplingfeilene på estimatene i betraktning. Det er ikke sikkert at vi ville kunne forkaste hypotesen $\lambda_2 = 0$. Vi kan forøvrig merke oss at residualspredningen for Modell II er større enn for Modell I; Modell I "forklarer" altså konsumutviklingen noe bedre enn Modell II.

3.4 Beregningsresultater; Modell III

Som ved estimering av parametrene i Modell II har vi også her satt $g_Y = 0.04$. Resultatene er gitt i tabell 4. Rent konkret er den "langsiktige" marginale konsumtilbøyelighet k estimert ved at vi først har estimert $b=k(1-\lambda)$, som kan tolkes som den "kortsiktige" marginale konsumtilbøyelighet, og dernest beregnet estimatet for k ved $\hat{k}=\hat{b}/(1-\lambda)$ (jfr. (2.31) og (2.34)). Vi ser at $\hat{k}$ er en monotont stigende funksjon av λ; det varierer fra 0.89 for $\lambda=0$, passerer 1 for $\lambda \simeq 0.8$ og antar verdier større enn 4 for $\lambda > 0.99$. Estimatet på konstantleddet, $\hat{k}_0$, viser derimot et "optimumsforløp" og når et maksimum på ca. 2 (milliarder) for $\lambda \simeq 0.9$. Det er signifikant positivt for alle λ-verdier.[1)]

Til forskjell fra resultatene basert på Modellene I og II får vi i dette tilfelle bestemt et indre minimum for residualspredningen, $\hat{\sigma}_3$. Det inntreffer for $\lambda=0.15$. Såvidt vi kan bedømme ut fra tabellen, eksisterer det ingen andre (indre) ekstrema. Punktestimatene for strukturparametrene blir dermed

$$(3.5) \quad \hat{k}_0 = 1.8908 \quad \hat{b} = \hat{k}(1-\hat{\lambda})=0.7623 \quad \hat{k} = 0.8969 \quad \hat{\lambda} = 0.15 \quad \hat{\sigma}_3 = 0.1870,$$

altså et punktestimat for den marginale konsumtilbøyelighet med hensyn på "normalinntekten" (den "langsiktige" marginale konsumtilbøyelighet) i underkant av 0.90 og et punktestimat for den "kortsiktige" marginale konsumtilbøyelighet på 0.76. Ved innsetting av punktestimatet for λ i (2.29) får vi

$$(3.6) \quad Y_t^{\mathbf{x}} = 0.15\, Y_{t-1}^{\mathbf{x}} + 0.85\, Y_t,$$

dvs. at den løpende inntekt synes å svare for den overveiende del av

---

1) Durbin-Watson observatoren indikerer imidlertid positivt autokorrelerte restledd for λ-verdier større enn ca. 0.2. Tendensen synes å være desto mer utpreget jo større λ er.

"normalinntekten". Vi får altså, når det gjelder graden av vanedannelse, en konklusjon som peker i samme retning som den Modell I gav.

Zellner og Geisel [12] har, med utgangspunkt i sesongkorrigerte amerikanske kvartalstall for "personal disposable income" og "personal consumption expenditures" for årene 1947-1960, beregnet Maximum Likelihood-estimater for parametrene i en modell som bortsett fra at konstantleddet k_0 er satt lik null,[1] er identisk med vår Modell III. (Jfr. fotnote 1, side 12.) Punktestimatene er

$$(3.7) \qquad \hat{b} = 0.515 \qquad \hat{k} = 0.937 \qquad \hat{\lambda} = 0.45$$

(se [12], p. 869), altså en noe høyere "langsiktig" og en vesentlig lavere "kortsiktig" marginal konsumtilbøyelighet enn våre beregninger gir.[2] Siden (3.6) er basert på årsdata, mens (3.7) bygger på kvartalsdata, er det ikke umiddelbart lett å bedømme graden av overensstemmelse mellom punktestimatene for b og for λ. Nå virker det vel a priori ikke urimelig at den løpende inntekt skulle telle mindre ved konsumentenes bedømmelse av normalinntekten på kvartalsbasis enn på årsbasis, m.a.o. at λ skulle være høyere - og b lavere - når periodelengden er ett kvartal enn når den er ett år. De bilder (3.6) og (3.7) gir av vanedannelsens betydning for konsumet, er derfor kanskje ikke uforenlige.[3]

---

1) Det har vært reist argumenter for å anta streng proporsjonalitet mellom den ikke-stokastiske del av konsumet og "normalinntekten". Friedman's opprinnelige formulering av "Permanent-Income"-hypotesen [4] er således basert på denne forutsetning. Vi har imidlertid ikke funnet å ville pålegge en slik restriksjon a priori, og som nevnt, har vi fått utsagnskraftig estimat på konstantleddet. (Målt som andel av konsumet utgjør estimatet på konstantleddet ca. 10%.) Dette avkrefter selvsagt ikke hypotesen om proporsjonalitet mellom konsum og inntekt "på lang sikt". For det første kan vi ikke se bort fra "nivåfeil" i tidsrekkene for C_t og Y_t (jfr. fotnote 1, side 17). For det annet må vi regne med at det "unormalt" høye konsumnivå i de første år av observasjonsperioden kan resultere i en overvurdering av k_0 (og en tilsvarende undervurdering av k).

2) Innholdet av konsum- og inntektsbegrepene er selvfølgelig av betydning for nivået for k og b. Skjønnsmessig vurdert later det ikke til å være vesentlige forskjeller mellom de definisjoner som er lagt til grunn.

3) En mer stringent analyse, hvor en utfører den "aggregering over tid" som er nødvendig for å kunne foreta en presis sammenligning, vil imidlertid indikere at et slikt intuitivt resonnement ikke holder i alle tilfelle. Det endelige resultat vil være betinget dels av nivået på den gjennomgående vekstrate for inntekten på årsbasis (forutsatt at den tilnærmet følger en trend) og dels av hvorledes inntekten i det enkelte år fordeler seg på kvartaler. (Noen aspekter av problemet aggregering over tid i distributed lag modeller er diskutert i Mundlak [10].) Men i betraktning av at modeller formulert med kvartals-lag og modeller basert på års-lag må sies å representere to typer av teori (eller i det minste to varianter av en teori formulert med kontinuerlig tid), har en slik formell sammenligning begrenset verdi.

Estimeringsmetoden ovenfor er basert på den forutsetning at restleddet u_{3t} i strukturrelasjonen (2.27) ikke er autokorrelert og har konstant varians. La oss nå se hva resultatet ville ha blitt om vi hadde erstattet denne forutsetning med den (meget spesielle) antagelse at fordelingen for u_{3t} var slik at restleddet i (2.30), altså $u_{3t} - \lambda u_{3,t-1}$, ikke var autokorrelert og hadde konstant varians.[1] Vi ville da ha fått ML-estimater for strukturparametrene ved å anvende minste kvadraters metode på (2.30). Nå har vi allerede gjennomført en formelt sett identisk beregning i forbindelse med Modell I, da vi anvendte minste kvadraters metode på (2.6) med λ_1 satt lik null. Av nederste linje i tabell 2 får vi dermed direkte

$$k_0(\hat{1}-\lambda) = \hat{\alpha}_1(0) = 1.1295,$$

$$\hat{\lambda} = \hat{\gamma}_1(0) = 0.3543,$$

$$\hat{b} = k(\hat{1}-\lambda) = \hat{\beta}_1(0) = 0.5920,$$

som ved omforming gir estimatene

$$(3.8) \qquad \hat{k}_0 = 1.7493 \qquad \hat{b} = 0.5920 \qquad \hat{k} = 0.9168 \qquad \hat{\lambda} = 0.3543.$$

Zellner og Geisel's estimater basert på kvartalsdata for USA og samme estimeringsmetode er til sammenligning (se [12], p. 867)

$$(3.9) \qquad \hat{b} = 0.306 \qquad \hat{k} = 0.89 \qquad \hat{\lambda} = 0.657.$$

Resultatene (3.5) og (3.8) gir dermed en bekreftelse på Zellner og Geisel's konklusjon (se [12], pp. 872-873) at punktestimatet for den langsiktige marginale konsumtilbøyelighet, k, synes å være relativt lite følsomt overfor valget av restleddsforutsetninger, mens estimatet for λ (og b) later til å være essensielt avhengig av forutsetningene på dette punkt.

---

1) Som nevnt i fotnote 1, side 21, gir resultatene en viss indikasjon på at u_{3t} er positivt autokorrelert. At autokorrelasjonskoeffisienten akkurat skulle falle sammen med vanedannelsesparameteren λ ville selvsagt være et rent sammentreff.

4. KONKLUSJON

Modellbetraktningene og de empiriske resultater i dette notat gir grunnlag for følgende konklusjoner:

1. Lag-relasjoner for det private konsum kan avledes av "strukturrelasjoner" hvor vanedannelsesindikatorer representert ved "akkumulert konsum" eller "akkumulert inntekt" inngår som forklaringsvariable ved siden av den løpende inntekt. Et alternativ til å estimere strukturparametrene ved å anvende minste kvadraters metode på de avledede lag-relasjoner kan være direkte å basere seg på "strukturrelasjonene", idet de uobserverbare beholdningsvariable erstattes med "anslagsverdier" uttrykt som funksjoner av observerbare variable og strukturparametre. Dette er en metode som - uten fullt ut å ta skrittet over i Maximum Likelihood-estimering - eliminerer noen av de svakheter som hefter ved enkle regresjonsmetoder.

2. Skillet mellom "vanlige" restledd (disturbances) og feil i de variable (errors) fremtrer som mindre markant for den type av modeller som her står i fokus, enn for rent statiske modeller.

3. På basis av norske årsdata fra etterkrigstiden synes det empirisk å være vanskelig å skille mellom forskjellige varianter av dynamiske mekanismer. Selv om ingen av de modeller som er betraktet, peker seg ut, tyder resultatene likevel på at vanedannelsesmekanismer er av betydning, men at "slitasjen" er forholdsvis sterk, m.a.o. at den løpende inntekt og inntekten (evt. konsumet) lagget ett år svarer for den alt overveiende del av variasjonen i det løpende konsum. Samplingfeilene i punktestimatene for de sentrale strukturparametre er imidlertid betydelige, så noen presis konklusjon er det ikke grunnlag for. Kvartalsdata må antagelig taes i bruk om klarere slutninger om lag-strukturens form skal kunne trekkes.

4. Punktestimatene for strukturparametrene stemmer likevel godt overens med tilsvarende resultater basert på årsdata fra U.S.A. og Canada. En sammenligning med estimater basert på kvartalsdata fra U.S.A. faller heller ikke dårlig ut, men en presis sammenligning er det av forskjellige grunner vanskelig å foreta.

5. Et punktestimat på ca. 0.9 for den "langsiktige" marginale konsumtilbøyelighet (basert på våre definisjoner av inntekt og konsum) synes å være relativt sterkt fundert. Derimot er det - jfr. punkt 3 - neppe mulig å gi et velfundert anslag for den "kortsiktige" marginale konsumtilbøyelighet. Således er estimatet følsomt overfor endringer i restleddsforutsetninger (autokorrelasjon), et inntrykk som stemmer helt overens med det amerikanske analyser gir.

6. Ved den type av modeller som her er forsøkt, synes det vanskelig å få redusert residualspredningen noe vesentlig under 1 prosent av totalkonsumet på årsbasis, dvs. omtrent 1/4 av gjennomsnittlig årlig vekstrate for det private konsum i etterkrigstiden.

Tabell 1. Det private konsum og den personlige disponible inntekt[x], 1951-1968. Milliarder 1961-kroner.

År t	Privat konsum C_t	Personlig disponibel inntekt Y_t	Konsumkvote C_t/Y_t
1951	14.245	13.285	1.072
1952	14.798	14.387	1.029
1953	15.414	15.090	1.021
1954	15.873	15.933	0.996
1955	16.350	16.221	1.008
1956	16.839	17.048	0.988
1957	17.222	17.161	1.004
1958	17.239	17.229	1.001
1959	17.945	18.190	0.987
1960	19.102	19.280	0.991
1961	20.279	20.432	0.993
1962	20.898	20.940	0.998
1963	21.667	22.215	0.975
1964	22.465	23.013	0.976
1965	23.187	24.356	0.952
1966	24.202	25.314	0.956
1967	25.253	26.111	0.967
1968	26.205	27.117	0.966

x) Se fotnote 1, side 17, avsnitt 3.

Tabell 2. Estimater for parametrene i Modell I for forskjellige λ_1-verdier.[x)]

λ_1	$\hat{\alpha}_1(\lambda_1)$	$\hat{\beta}_1(\lambda_1)$	$\hat{\gamma}_1(\lambda_1)$	$\hat{\sigma}_1(\lambda_1)$
1.00	1.6437(0.3002)	0.7410(0.1185)	0.0063(0.0050)	0.1894
0.99	1.6247(0.3129)	0.7448(0.1182)	0.0078(0.0063)	0.1898
0.98	1.6081(0.3253)	0.7481(0.1180)	0.0093(0.0076)	0.1902
0.97	1.5935(0.3371)	0.7508(0.1180)	0.0106(0.0089)	0.1905
0.96	1.5807(0.3485)	0.7532(0.1183)	0.0121(0.0103)	0.1909
0.95	1.5695(0.3593)	0.7552(0.1186)	0.0135(0.0117)	0.1912
0.90	1.5317(0.4057)	0.7621(0.1222)	0.0204(0.0192)	0.1924
0.85	1.5163(0.4401)	0.7663(0.1274)	0.0271(0.0276)	0.1934
0.80	1.5144(0.4643)	0.7694(0.1330)	0.0336(0.0366)	0.1942
0.75	1.5181(0.4801)	0.7712(0.1383)	0.0402(0.0462)	0.1948
0.70	1.5207(0.4895)	0.7712(0.1429)	0.0471(0.0560)	0.1951
0.65	1.5175(0.4949)	0.7684(0.1467)	0.0553(0.0658)	0.1952
0.60	1.5064(0.4946)	0.7625(0.1494)	0.0653(0.0756)	0.1949
0.55	1.4870(0.4923)	0.7535(0.1512)	0.0777(0.0851)	0.1943
0.50	1.4604(0.4878)	0.7417(0.1520)	0.0928(0.0941)	0.1934
0.45	1.4283(0.4814)	0.7278(0.1519)	0.1107(0.1027)	0.1922
0.40	1.3926(0.4736)	0.7123(0.1512)	0.1313(0.1107)	0.1907
0.35	1.3552(0.4646)	0.6960(0.1498)	0.1543(0.1181)	0.1888
0.30	1.3176(0.4549)	0.6795(0.1479)	0.1793(0.1249)	0.1867
0.25	1.2810(0.4447)	0.6631(0.1456)	0.2060(0.1312)	0.1844
0.20	1.2461(0.4343)	0.6473(0.1431)	0.2341(0.1370)	0.1819
0.15	1.2133(0.4238)	0.6322(0.1405)	0.2631(0.1423)	0.1793
0.10	1.1830(0.4135)	0.6179(0.1378)	0.2930(0.1473)	0.1766
0.05	1.1550(0.4033)	0.6045(0.1350)	0.3234(0.1519)	0.1738
0.00	1.1295(0.3935)	0.5920(0.1323)	0.3543(0.1563)	0.1711

x) I parentes de estimerte standardavvik på estimatene.

Tabell 3. Estimater for parametrene i Modell II for forskjellige λ_2-verdier.[1)]

λ_2	$\hat{\alpha}_2(\lambda_2)$	$\hat{\beta}_2(\lambda_2)$	$\hat{\gamma}_2(\lambda_2)$	$\hat{\sigma}_2(\lambda_2)$	$d^{2)}$
1.00	1.8354(0.2373)	0.7246(0.1220)	0.0069(0.0051)	0.1878	1.416
0.99	1.8472(0.2367)	0.7273(0.1216)	0.0085(0.0063)	0.1881	1.415
0.98	1.8564(0.2365)	0.7303(0.1212)	0.0100(0.0075)	0.1884	1.415
0.97	1.8637(0.2367)	0.7334(0.1207)	0.0113(0.0086)	0.1887	1.414
0.96	1.8693(0.2369)	0.7366(0.1203)	0.0127(0.0098)	0.1891	1.414
0.95	1.8736(0.2376)	0.7398(0.1198)	0.0139(0.0110)	0.1894	1.414
0.90	1.8824(0.2394)	0.7552(0.1180)	0.0193(0.0167)	0.1911	1.414
0.85	1.8823(0.2413)	0.7690(0.1172)	0.0235(0.0224)	0.1926	1.414
0.80	1.8808(0.2429)	0.7808(0.1172)	0.0267(0.0282)	0.1939	1.415
0.75	1.8798(0.2442)	0.7907(0.1180)	0.0293(0.0343)	0.1950	1.416
0.70	1.8797(0.2453)	0.7987(0.1192)	0.0316(0.0406)	0.1958	1.417
0.65	1.8801(0.2460)	0.8045(0.1208)	0.0340(0.0471)	0.1964	1.416
0.60	1.8808(0.2465)	0.8081(0.1225)	0.0367(0.0539)	0.1968	1.413
0.55	1.8817(0.2468)	0.8095(0.1243)	0.0401(0.0608)	0.1970	1.406
0.50	1.8827(0.2469)	0.8087(0.1262)	0.0446(0.0679)	0.1970	1.395
0.45	1.8838(0.2468)	0.8059(0.1279)	0.0504(0.0752)	0.1969	1.379
0.40	1.8849(0.2465)	0.8012(0.1295)	0.0576(0.0825)	0.1966	1.358
0.35	1.8861(0.2461)	0.7950(0.1310)	0.0663(0.0899)	0.1962	1.333
0.30	1.8874(0.2455)	0.7875(0.1321)	0.0766(0.0973)	0.1957	1.304
0.25	1.8886(0.2447)	0.7792(0.1331)	0.0882(0.1045)	0.1951	1.271
0.20	1.8898(0.2438)	0.7704(0.1337)	0.1012(0.1116)	0.1944	1.237
0.15	1.8909(0.2428)	0.7613(0.1339)	0.1153(0.1185)	0.1936	1.200
0.10	1.8919(0.2417)	0.7523(0.1339)	0.1301(0.1250)	0.1927	1.163
0.05	1.8927(0.2406)	0.7435(0.1335)	0.1458(0.1313)	0.1918	1.125
0.00	1.8933(0.2393)	0.7352(0.1327)	0.1617(0.1371)	0.1908	1.087

1) I parentes de estimerte standardavvik på estimatene.

2) Durbin-Watson-observatoren.

Tabell 4. Estimater for parametrene i Modell III for forskjellige λ-verdier.[1]

λ	$\hat{k}_o(\lambda)$	$\hat{b}(\lambda)$	$\hat{k}(\lambda)$	$\hat{\sigma}_3(\lambda)$	d[2]
1.00	1.7798(0.4147)	0.0354(0.00080)	..	0.3285	0.582
0.99	1.8375(0.4126)	0.0440(0.00100)	4.4012	0.3279	0.581
0.98	1.8834(0.4109)	0.0526(0.00119)	2.6291	0.3274	0.579
0.97	1.9195(0.4096)	0.0611(0.00138)	2.0373	0.3270	0.576
0.96	1.9475(0.4085)	0.0696(0.00157)	1.7409	0.3266	0.574
0.95	1.9689(0.4076)	0.0781(0.00176)	1.5628	0.3262	0.571
0.90	2.0119(0.4028)	0.1207(0.00269)	1.2065	0.3232	0.561
0.85	2.0053(0.3956)	0.1633(0.00358)	1.0885	0.3174	0.558
0.80	1.9873(0.3853)	0.2060(0.00440)	1.0300	0.3088	0.561
0.75	1.9711(0.3725)	0.2488(0.00513)	0.9951	0.2983	0.569
0.70	1.9593(0.3579)	0.2915(0.00577)	0.9717	0.2865	0.580
0.65	1.9509(0.3422)	0.3342(0.00632)	0.9549	0.2740	0.595
0.60	1.9448(0.3262)	0.3769(0.00679)	0.9423	0.2611	0.614
0.55	1.9392(0.3104)	0.4196(0.00719)	0.9325	0.2484	0.638
0.50	1.9337(0.2951)	0.4623(0.00753)	0.9247	0.2362	0.668
0.45	1.9279(0.2809)	0.5051(0.00783)	0.9183	0.2248	0.706
0.40	1.9217(0.2680)	0.5479(0.00810)	0.9131	0.2144	0.754
0.35	1.9153(0.2569)	0.5907(0.00837)	0.9088	0.2055	0.815
0.30	1.9088(0.2477)	0.6336(0.00865)	0.9051	0.1981	0.890
0.25	1.9025(0.2408)	0.6765(0.00898)	0.9020	0.1925	0.980
0.20	1.8964(0.2362)	0.7194(0.00936)	0.8993	0.1888	1.085
0.15	1.8908(0.2341)	0.7623(0.00983)	0.8969	0.1870	1.204
0.10	1.8857(0.2344)	0.8053(0.01039)	0.8948	0.1872	1.332
0.05	1.8814(0.2371)	0.8482(0.01107)	0.8929	0.1893	1.466
0.00	1.8779(0.2420)	0.8911(0.01187)	0.8911	0.1932	1.603

1) I parentes de estimerte standardavvik på estimatene.

2) Durbin-Watson-observatoren.

Appendix

LØSNING AV DIFFERENSLIGNINGENE I MODELLENE I, II OG III

Formålet med dette appendix er å utlede de eksplisitte løsninger av de differensligninger som de tre hovedmodellene, Modellene I, II og III, leder til.

Anta at det mellom tidsrekkene $\{\chi_t\}$ og $\{Z_t\}$ gjelder følgende enkle første ordens differensligning

$$(A.1) \qquad \chi_t = a + b\chi_{t-1} + cZ_t.$$

De tre differensligninger som her er av interesse, kan alle, ved passende tolkninger av de variable, skrives på denne form.

Løsningen av (A.1) kan formuleres på to måter: 1) ved en initialverdi, χ_0, av $\{\chi_t\}$ og tidsrekken $\{Z_t\}$ fra og med periode 1 til og med periode t, eller 2) ved hele tidsrekken $\{Z_t\}$ frem til og med periode t. Ved suksessiv innsetting finner vi lett at løsningen i tilfelle 1) har formen

$$(A.2) \qquad \chi_t = a\,\frac{1-b^t}{1-b} + b^t\chi_0 + c\sum_{s=0}^{t-1} b^s Z_{t-s},$$

mens vi i tilfelle 2) kan uttrykke den ved (forutsatt at $|b| < 1$)

$$(A.3) \qquad \chi_t = \frac{a}{1-b} + c\sum_{\tau=0}^{\infty} b^{\tau} Z_{t-\tau}.$$

Sammenligning av (2.7) og (A.1) viser at det er følgende korrespondanse mellom de variable og koeffisientene i (A.1) og i <u>Modell I</u>:

$$(A.4) \qquad \begin{cases} \chi_t & \text{tilsvarer} \quad C_t, \\ Z_t & \text{"} \quad (Y_t + \frac{1}{\beta_1}u_{1t}) - \lambda_1(Y_{t-1} + \frac{1}{\beta_1}u_{1,t-1}), \\ a & \text{"} \quad \alpha_1(1-\lambda_1), \\ b & \text{"} \quad \lambda_1 + \gamma_1, \\ c & \text{"} \quad \beta_1. \end{cases}$$

Den eksplisitte løsning av (2.7) kan altså skrives som

$$(A.5) \qquad C_t = \alpha_1(1-\lambda_1)\,\frac{1-(\lambda_1+\gamma_1)^t}{1-\lambda_1-\gamma_1} + (\lambda_1+\gamma_1)^t C_o + \sum_{s=0}^{t-1}(\lambda_1+\gamma_1)^s \cdot$$
$$(\beta_1 Y_{t-s} + u_{1,t-s} - \lambda_1(\beta_1 Y_{t-s-1} + u_{1,t-s-1})),$$

resp.

$$(A.6)\quad C_t = \frac{\alpha_1(1-\lambda_1)}{1-\lambda_1-\gamma_1} + \sum_{\tau=0}^{\infty}(\lambda_1+\gamma_1)^{\tau}\,(\beta_1 Y_{t-\tau}+u_{1,t-\tau}-\lambda_1(\beta_1 Y_{t-\tau-1}+u_{1,t-\tau-1})).$$

For Modell II finner vi på analog måte ved sammenligning av (2.20) og (A.1)

$$(A.7)\quad \begin{cases} X_t \text{ tilsvarer } C_t - u_{2t}, \\ Z_t \quad " \quad Y_t + (\frac{\gamma_2}{\beta_2} - \lambda_2)Y_{t-1}, \\ a \quad " \quad \alpha_2(1-\lambda_2), \\ b \quad " \quad \lambda_2, \\ c \quad " \quad \beta_2. \end{cases}$$

I dette tilfelle er det unødvendig å gå veien om (A.2) og (A.3), da vi enklest finner løsningen ved å benytte (2.19) direkte. Den blir

$$(A.8)\quad C_t - u_{2t} = \alpha_2(1-\lambda_2^{\,t}) + \lambda_2^{\,t}(C_o-u_{20}) + \beta_2 Y_t - \beta_2\lambda_2^{\,t}Y_0 + \gamma_2\sum_{s=0}^{t-1}\lambda_2^{\,s}Y_{t-s-1},$$

resp.

$$(A.9)\quad C_t - u_{2t} = \alpha_2 + \beta_2 Y_t + \gamma_2\sum_{\tau=0}^{\infty}\lambda_2^{\,\tau}Y_{t-\tau-1}.$$

På tilsvarende måte finner vi for Modell III

$$(A.10)\quad \begin{cases} X_t \text{ tilsvarer } C_t - u_{3t}, \\ Z_t \quad " \quad Y_t, \\ a \quad " \quad k_o(1-\lambda), \\ b \quad " \quad \lambda, \\ c \quad " \quad k(1-\lambda). \end{cases}$$

Løsningen blir her

$$(A.11)\quad C_t - u_{3t} = k_o(1-\lambda^t) + \lambda^t(C_o-u_{30}) + k(1-\lambda)\sum_{s=0}^{t-1}\lambda^s Y_{t-s},$$

resp.

$$(A.12) \quad C_t - u_{3t} = k_o + k(1-\lambda)\sum_{\tau=0}^{\infty}\lambda^{\tau}Y_{t-\tau}.$$

Ved (A.4), (A.7) og (A.10) får vi på en oversiktlig måte beskrevet de viktigste likheter og forskjeller mellom de tre modeller. Modellvariantene omtalt i avsnitt 2.4 kan karakteriseres på lignende måte.

REFERANSER

[1] Ackley, G.: Macroeconomic Theory. The Macmillan Company, New York, 1961.

[2] Biørn, E.: Det private konsum i MODIS IV. Formell beskrivelse av konsummodellen og beregningsresultater. Arbeidsnotat IO 72/14 fra Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 1972.

[3] Farrell, M.J.: The New Theories of the Consumption Function. The Economic Journal, 1959, pp. 678-696.

[4] Friedman, M.: A Theory of the Consumption Function. Princeton University Press, Princeton, 1957.

[5] Griliches, Z.: A Note on Serial Correlation Bias in Estimates of Distributed Lags. Econometrica, 1961, pp. 65-73.

[6] Griliches, Z.: Distributed Lags: A Survey. Econometrica, 1967, pp. 16-49.

[7] Hall, R.E.: Contingency Planning and Investment Demand. Final Report. Volume IV: The Time Series Processor User's Manual. Massachusetts Institute of Technology, 1972.

[8] Houthakker, H.S. and Taylor, L.D.: Consumer Demand in the United States, 1929-1970. Analyses and Projections. Harvard University Press, Cambridge (Mass.), 1966.

[9] Malinvaud, E.: Statistical Methods of Econometrics. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966.

[10] Mundlak, Y.: Aggregation over Time in Distributed Lag Models. International Economic Review, 1961, pp. 154-163.

[11] Watts, H.W.: An Analysis of the Effects of Transitory Income on Expenditure of Norwegian Households. Artikler nr. 19 fra Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 1968.

[12] Zellner, A. and Geisel, M.S.: Analysis of Distributed Lag Models with Applications to Consumption Function Estimation. Econometrica, 1970, pp. 865-888.