Arbeidsnotater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

Dronningensgt. 16, Oslo-Dep., Oslo 1. Tlf. 41 38 20

IO 75/41 26. november 1975

TRE-TRINNS MINSTE KVADRATERS METODE. BESKRIVELSE AV DATAMASKINPROGRAMMET 3SLSPROG.*)

AV

ERIK GARAAS

Innhold

---

*) Deler av denne beskrivelsen bygger på et notat skrevet av Joan Keesey, The Brookings Computer Center. Erik Biørn har gitt verdifulle råd og vink.

1. INNLEDNING, KORT OM PROGRAMMET

Ved The Brookings Computer Center er det utviklet et EDB-program for estimering ved hjelp av Zellner og Theil's tre-trinns minste kvadraters metode. Dette program er implementert og tilgjengelig for bruk i Byrået. Programmet vil først og fremst komme til nytte ved estimering av simultane ligningssystemer. Ved hjelp av programmet kan en foreta estimering ved ordinær to- og tre-trinns minste kvadraters metode (2SLS og 3SLS). Det åpner også muligheten for ved estimeringen å ta hensyn til a priori informssjon uttrykt i form av lineære restriksjoner på modellens strukturkoeffisienter.*) Endelig kan programmet benyttes til testing av en generell lineær hypotese. Alle matriseoperasjoner i programmet utføres med "double precision".

I kapittel 2 gis det en generell orientering om 2SLS og 3SLS. En vil spesielt legge vekt på å angi når en kan ha nytte av disse økonometriske metodene, og nevne noen av egenskapene ved dem. I kapittel 3 behandles bruken av programmet. Kortoppsett og dataorganisering blir gjennomgått. Illustrerende eksempler knyttet til en enkel modell for norsk økonomi blir nærmere drøftet.

2. EN KORT ORIENTERING OM 2SLS og 3SLS

2.1. To-trinns minste kvadraters metode (2SLS)

To-trinns minste kvadraters metode (Two Stage Least Squares) er en metode for å estimere parametrene i én ligning i et system av flere ligninger. Vi betrakter her et system med G likninger. Vi skriver den ligning vi er interessert i, ligning nr. i, som

$$(2.1) \qquad y_1 = Y_i\beta_i + X_i\gamma_i + u_i$$

hvor y_i er en nx1 vektor som inneholder n observasjoner av den "avhengige" variable, Y_i er en nxg_i matrise av observasjoner av de andre g_i endogene

*) 2SLS kan også utføres med programmet TSP som Byrået disponerer. Det er enklere å behandle 2SLS med TSP enn med dette programmet. TSP kan imidlertid ikke (eller vanskelig) brukes til 3SLS. TSP har imidlertid mulighet for å foreta andre typer beregninger enn rene regresjoner. Dette er momenter en må ta i betraktning når en skal velge mellom de to programmer for å analysere en bestemt problemstilling.

variable som inngår i denne ligningen, β_i er en $g_i x1$ vektor av strukturkoeffisienter og X_i er en nxk_i matrise av observasjoner av de k_i predeterminerte variable som opptrer i ligningen, (matrisen X_i inneholder en kolonne av 1-ere hvis ligningen har konstantledd), γ_i er en $k_i x1$ vektor av koeffisienter og u_i er en restleddsvektor med dimensjon nx1. Videre innfører vi

$\delta_i = \begin{bmatrix} \beta_i \\ \gamma_i \end{bmatrix}$ og $Z_i = \begin{bmatrix} Y_i X_i \end{bmatrix}$. Vi antar at $Eu_i = 0$ og $E(u_i u_i') = \sigma_{ii} I$ hvor I er enhetsmatrisen. Dvs. restleddet har forventning 0, konstant varians og ingen autokorrelasjon.

Videre forutsetter vi at (2.1) er pålagt et tilstrekkelig antall restriksjoner, slik at ligningen er identifiserbar innenfor ligningssystemet.

Problemet ved å benytte vanlig minste kvadraters metode (OLS) på (2.1) er at variablene i Y_i generelt vil være korrelert med restleddet u_i. Estimatorene blir dermed forventningsskjeve og inkonsistente.

Hovedidéen bak 2SLS er at en i første trinn erstatter Y_i med en beregnet matrise, $\hat{Y}_i$, som fremkommer når de restleddskomponenter som forårsaker korrelasjonen mellom Y_i og u_i, er "trukket ut". I annet trinn tar en OLS-regresjon av y_i med hensyn på $\hat{Y}_i$ og X_i.

Matrisen $\hat{Y}_i$ i første trinn beregnes ved å ta regresjonen av hver variabel i Y_i med hensyn på alle de predeterminerte variable i <u>hele</u> modellen. Dvs. at

$$\hat{Y}_i = X(X'X)^{-1}X'Y_i \tag{2.2}$$

hvor $X = \begin{bmatrix} X_i X_i^* \end{bmatrix}$ er en nxK matrise av observasjoner av alle de predeterminerte variable i den fullstendige modellen, idet X_i^* er matrisen av observasjoner av de predeterminerte variable som ikke inngår i (2.1).

I annet trinn tar vi regresjonen av y_i med hensyn på $\hat{Y}_i$ og X_i. Det gir estimatorene:

$$d_i = \begin{bmatrix} b_i \\ c_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\hat{Y}_i X_i)' \ (\hat{Y}_i X_i) \end{bmatrix}^{-1} (\hat{Y}_i X_i)' y_i . \tag{2.3}$$

$$d_i = \begin{bmatrix} b_i \\ c_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_i'\hat{Y}_i & \hat{Y}_i'X_i \\ X_i'\hat{Y}_i & X_iX_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{Y}_i'y_i \\ X_i'y_i \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Det kan vises (Zellner og Theil (1962) s.56) at varians/kovariansmatrisen til disse estimatorene kan skrives som

$$E(d_i-\delta_i)(d_i-\delta_i)' = \left[Z_i'X(X'X)^{-1}X'Z_i\right]^{-1}s_{ii} + O(T^{-1}) \tag{2.5}$$

hvor $O(T^{-1})$ betegner ledd av størrelsesorden mindre enn T^{-1} og

$$s_{ii} = \frac{1}{D_{ii}} (y_i-Z_id_i)' (y_i-Z_id_i).$$

Her er s_{ii} en konsistent estimator for residualvariansen σ_{ii}. Programmet gir mulighet for å velge D_{ii} enten lik $n-P_i$, hvor $P_i = g_i + k_i$ er tallet på kolonner i Z_i, eller lik T. Hvis Z_i inneholder bare én eksogen variabel, vil en ved å sette $D_{ii} = (n-P_i)$ i uttrykket for s_{ii} få en forventningsrett estimator for residualviansen. 2SLS-estimatorene er konsistente, men i alminnelighet ikke effisiente. Dette henger sammen med at metoden er en "delinformasjonsmetode" (Limited Information Method). Den utnytter fullt ut bare den informasjon vi har om ligningen (2.1). Eventuell a priori informasjon om resten av modellen ivaretar den bare på en summarisk måte. Dette er nærmere behandlet i Malinvaud (1970) side 692.

2.2 Tre-trinns minste kvadraters metode (3SLS)

Tre-trinns minste kvadraters metode (Three Stage Least Squares) er en metode for å estimere alle ligningene i modellen simultant. Den er altså en "full-informasjonsmetode" (Full Information Method). La oss anta at hele modellen består av G ligninger av formen (2.1). Vi premultipliserer alle ligninger med X'; modellen kan da skrives

$$\begin{bmatrix} X'y_1 \\ X'y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ X'y_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'Z_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X'Z_2 & \dots & 0 \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ 0 & 0 & \dots & X'Z_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X'u_1 \\ X'u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ X'u_G \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

eller kortere

(2.7) $$q = W\delta + \varepsilon,$$

Varians/kovarians-matrisen til restleddsvektoren ε blir her:

$$E(\varepsilon\varepsilon') = \begin{bmatrix} \sigma_{11}X'X & \sigma_{12}X'X & \ldots & \sigma_{1G}X'X \\ \sigma_{21}X'X & \sigma_{22}X'X & \ldots & \sigma_{2G}X'X \\ \vdots & \vdots & & \\ \sigma_{G1}X'X & \sigma_{G2}X'X & \ldots & \sigma_{GG}X'X \end{bmatrix},$$

som kompakt kan skrives på formen

(2.8) $$E(\varepsilon\varepsilon') = \{\sigma_{ij}\} \otimes X'X = \Sigma \otimes X'X,$$

hvor $\otimes$ betegner Kronecker-produktet. (For definisjon av $\otimes$, se f.eks. Johnston (1972) s. 92.)

Hvis Σ var kjent, ville vi kunne anvende Aitken's generaliserte minste kvadraters metode (Johnston (1972) s. 210) til estimering av δ i (2.7). Det ville gi

(2.9) $$\delta^* = \{W' [\Sigma^{-1} \otimes (X'X)^{-1}] W\}^{-1} W' [\Sigma^{-1} \otimes (X'X)^{-1}] q.$$

Normalt vil Σ være ukjent. Vi kan imidlertid skaffe oss konsistent estimator for den ved hjelp av residualene beregnet på grunnlag av 2SLS. Mer presist: 2SLS estimatorer beregnes for hver strukturligning. Ved hjelp av disse beregnes residualene $\hat{u}_i = Y_i - \hat{Y}_i$ $(i=1,\ldots,G)$. Vi bruker så s_{ij} som estimator for σ_{ij}.

(2.10) $$\{s_{ij}\} = \{\frac{1}{D_{ij}} (y_i - Z_i d_i)' (y_j - Z_j d_j)\}^{+)},$$

+) En kan velge mellom to verdier av divisoren D_{ij} ved estimering av kovariasjonsmatrisen. Enten $D_{ij}^0 = (n-P_i)(n-Pj)$ eller $D_{ij}^1 = n$. Begge gir konsistente estimater. Valget mellom dem må skje ut fra egenskapene i små sampel. Disse egenskapene er imidlertid ennå ikke klarlagt. Se avsnitt (3.4.2).

3SLS-estimatoren $\hat{\delta}$ blir dermed:

(2.11) $$\hat{\delta} = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\delta}_G \end{bmatrix} = \{W'[\{s_{ji}\}^{-1} \otimes (X'X)^{-1}]W\}^{-1} W'[\{s_{ij}\}^{-1} \otimes (X'X)^{-1}]q .$$

Som kan skrives:

(2.12) $$\hat{\delta} = \begin{bmatrix} Z_1'X(X'X)^{-1}X'Z_1 s^{11} & Z_1'X(X'X)^{-1}X'Z_2 s^{12} & Z_1'X(X'X)^{-1}X'Z_G s^{1G} \\ Z_2'X(X'X)^{-1}X'Z_1 s^{21} & Z_2'X(X'X)^{-1}X'Z_2 s^{22} & Z_2'X(X'X)^{-1}X'Z_G s^{2G} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_G'X(X'X)^{-1}X'Z_1 s^{G1} & Z_G'X(X'X)^{-1}X'Z_2 s^{G2} & Z_G'X(X'X)^{-1}X'Z_G s^{GG} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{G} Z_1'X(X'X)^{-1}X'y_i s^{1i} \\ \sum_{i=1}^{G} Z_2'X(X'X)^{-1}X'y_1 s^{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i-1}^{G} Z_G'X(X'X)^{-1}X'y_i s^{Gi} \end{bmatrix}$$

hvor s^{ij} betegner elementene i $\{s_{ij}\}^{-1}$. Zellner og Theil (1962) (side 58), viser at momentmatrisen $V(\hat{\delta})$ er

(2.13) $$V(\hat{\delta}) = \begin{bmatrix} Z_1'X(X'X)^{-1}X'Z_1 s^{11} & \dots & Z_1'X(X'X)^{-1}X'Z_G s^{1G} \\ \vdots & & \vdots \\ Z_G'X(X'X)^{-1}X'Z_1 s^{G1} & \dots & Z_G'X(X'X)^{-1}X'Z_G s^{GG} \end{bmatrix}^{-1} + 0(T^{-1}) ,$$

Det kan vises at 3SLS estimatoren i (2.11) er konsistent, asymptotisk normalfordelt og effisient. Sammenlignet med 2SLS gir 3SLS asymptotisk bedre egenskaper bare dersom $\{\sigma_{ij}\}$ ikke er diagonal. Hvis den er diagonal, gir 2SLS og 3SLS sammenfallende estimatorer, idet elementene utenfor diagonalen i den inverterte matrisen på høyresiden av (2.12) er 0, og $s^{ii} = \frac{1}{s_{ii}}$.

2.3. Testing av en generell lineær hypotese

Utgangspunktet er at vi vil teste en generell lineær hypotese, gitt ved:

(2.14) $$C\delta = 0$$

hvor C er en matrise og δ er koeffisientvektoren i (2.6) og (2.7).

Eksempel:

Vi har en modell med to ligninger, to predeterminerte variable og et konstantledd i hver ligning.

Vi vil teste hypotesen:

(2.15) $$\delta_1 = \delta_2 \quad \text{dvs.} \quad \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{11} \\ \delta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{20} \\ \delta_{21} \\ \delta_{22} \end{bmatrix}$$

Det vil si:

(2.16) $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{11} \\ \delta_{12} \\ \delta_{20} \\ \delta_{21} \\ \delta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Generelt kan vi teste hypotesen:

(2.15') $$\delta_1 = \delta_2 = \dots \delta_G$$

med

(2.16') $$\begin{bmatrix} I & -I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & -I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

hvor elementene er null- og enhetsmatriser av dimensjon p x p, og p er tallet på koeffisienter i hver ligning. C i (2.16') er da en (G-1)pxGp- matrise som ivaretar den generelle lineære hypotese.

For å teste hypotesen i (2.14) benytter vi følgende F-observator

$$(2.17)\qquad F_{q,G\cdot n-k} = \frac{G\cdot n-k}{q}\,\frac{y'\Sigma^{-1}X(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}C'\left[C(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}C'\right]^{-1}C(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}y}{y'\Sigma^{-1}y-y'\Sigma^{-1}X(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}y},$$

hvor k=tallet på predeterminerte variable i hele settet av ligninger

$(=\sum_{i=1}^{G} p_i)$, q = tallet på restriksjoner pålagt ved hypotesen foran, dvs.

tallet på linjer i matrisen C.

I uttrykket for F inngår Σ, som generelt er ukjent. Vi bruker, som ovenfor $\{s_{ij}\}$ definert ved (2.10) som estimator for Σ og får ved innsetting i (2.17) observatoren $\tilde{F}$. Hvis ingen av de ligningene som blir testet, inneholder mer enn én endogen variabel, vil testobservatoren $\tilde{F}$ ha følgende egenskaper (Zellner (1962) side 356):

(i) $\tilde{F} = F + O(T^{-\frac{1}{2}})$,

(ii) $q\tilde{F}$ er asymptotisk χ^2 - fordelt med q frihetsgtader.

Egenskap (ii) tillater oss å teste hypotesen (2.14) i store sampel. Den eksakte fordeling av denne testobservatoren i endelige sampel er ukjent.

2.4. Estimering med restriksjoner

Ved formulering av økonometriske modeller kan det være aktuelt å legge restriksjoner på enkelte koeffisienter på grunnlag av a priori informasjon. Kovariansanalyse representerer et spesialtilfelle, hvor vi tvinger de estimerte vinkelkoeffisienter i regresjonsligningene til å være de samme, men tillater forskjellige konstantledd. Tilfellet med generelle lineære restriksjoner behandles generelt ved å minimere (Theil (1961))

$$(2.18)\qquad (y-\hat{Z}\delta)'(y-\hat{Z}\delta) - \lambda'(R\delta-r)$$

med hensyn på elementene i δ. y, $\hat{Z}$ og δ er definert som fær. λ' er en vektor av Lagrange-multiplikatorer. R er en matrise og r er en vektor av gitte tall som tilsammen definerer restriksjonene. Matrisen inneholder én linje for hver restriksjon, i alt Q og like mange kolonner som det er elementer i δ vektoren. r er en gitt kolonnevektor med Q x 1 elementer. Vi antar at rangen til R er lik antall linjer i R, = Q, men at rangen til R er mindre enn rangen til X. Den estimator som minimerer (2.18), $\hat{\delta}_0$, vil da tilfredsstille

(2.19) $$R\hat{\delta}_0 = r$$

E k s e m p e l :

Vi har en modell med to ligninger, to eksogene variable og et konstantledd i hver ligning. Estimering uten restriksjoner på konstantleddet og med like vinkelkoeffisienter i begge ligninger oppnås ved å spesifisere R og r slik:

(2.20) $$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{11} \\ \delta_{12} \\ \delta_{20} \\ \delta_{21} \\ \delta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} .$$

Her er δ_{10} konstantleddet i første ligning, og δ_{11} og δ_{12} koeffisientene i første ligningen. Tilsvarende er δ_{20} konstantleddet i andre ligning, δ_{21} og δ_{22} koeffisientene i denne ligningen. (2.20) inneholder altså 2 (Q=2) restriksjoner: $\delta_{11}-\delta_{21} = 0$ og $\delta_{12}-\delta_{22} = 0$. Ved å konstruere R og r på en passende måte, er det altså mulig å få tatt hensyn til de restriksjoner vi ønsker, forutsatt at de er lineære.

Minimering av (2.18) gir følgende uttrykk for $\hat{\delta}_0$:

(2.21) $$\hat{\delta}_0 = \hat{\delta} + (\hat{Z}'\hat{Z})^{-1}R'\left[R(\hat{Z}'\hat{Z})^{-1}R'\right]^{-1}(r-R\delta),$$

hvor $\hat{\delta}$ er OLS-estimatoren uten restriksjoner, altså $\hat{\delta} = (\hat{Z}'\hat{Z})^{-1}\hat{Z}'y$. Varians/kovarians matrisen blir nå:

(2.22) $$V(\hat{\delta}_0) = V(\hat{\delta}) - V(\hat{\delta})R'\left[R(\hat{Z}'\hat{Z})^{-1}R'\right]^{-1}RV(\hat{\delta}),$$

hvor $V(\hat{\delta})$ er varians/kovarians matrisen for OLS-estimatorer uten restriksjoner.

Estimatorene i (2.21) og (2.22) tar ikke hensyn til muligheten for korrelerte restledd. Estimatorer som tar vare på slik korrelasjon, er

$$(2.23) \qquad d_0 = d + (\hat{Z}'\{s_{ij}\}^{-1}\hat{Z})^{-1}R'[R(\hat{Z}'\{s_{ij}\}^{-1}\hat{Z})^{-1}R']^{-1}(r-Rd) \quad \text{og}$$

$$(2.24) \qquad V(d_o) = V(d) - V(d)R'[R(\hat{Z}^1\{s_{ij}\}^{-1}\hat{Z})^{-1}R']^{-1}R(V(d)$$

hvor $\{s_{ij}\}$ er en estimator for kovarians matrisen i (2.1), avledet fra residualvardiene ved å benytte estimatoren i (2.21). Her, som ovenfor, vil den beregnede verdien, d_o, tilfredsstille $Rd_o = r$.

3. 3SLSPROG - EGENSKAPER OG BRUKERBESKRIVELSE

3.1. Beskrivelse av 3SLSPROG

Det programmet som er tilgjengelig i Byrået, er kalt 3SLSPROG. Det er relativt enkelt og rimelig i bruk, kravene til maskinkapasitet er imidlertid større enn øvre grense for de såkalte jobbstrømsoppdrag.

Programmet foretar to sett av beregninger. I det første settet blir det tatt regresjonen av hver endogen variabel y_i $(i = 1,\ldots,G)$ med hensyn på alle de predeterminerte variable (eller en nærmere angitt undergruppe av disse variable). Dette gir estimater for redusert form koeffisientene. Programmet skriver ut estimerte koeffisienter, deres estimerte standardavvik og varianser, samt matrisen av estimerte korrelasjonskoeffisienter for estimatene.

I det neste sett av beregninger foretas enten bare 2SLS eller både 2SLS og 3SLS estimering. Det skrives ut estimerte koeffisienter, standardavvik, den inverse av kryssprodukt matrisen og den normaliserte inverse matrise. Den inverse kryssprodukt matrise benyttes for å beregne 3SLS estimater. I tillegg til 3SLS estimatene skrives det ut den estimerte varians/kovarians- og korrelasjonsmatrise. Dette er nærmere drøftet i forbindelse med eksemplet i kapittel 4.

3.2. Begrensninger på datamaterialet

Det er begrensninger når det gjelder størrelsen av de problemer programmet kan behandle. Vi bruker betegnelsene:

NVID = tallet på variable i hver observasjon

NADD = tallet på variable dannet ved transformasjon (se 3.5)

NEQ1 = tallet på ligninger i første trinn

NEQ2 = tallet på ligninger i annet trinn

LNVE = maksimalt antall predeterminerte variable i den ligningen som har flest

NFC = tallet på formatkort

Vi definere størrelsene:

A = NVID + NADD + NEQ1 + 1

B = LNVE

C = Max [NEQ1, NEQ2]

D = NFC

E = Max [B*C,A]

Den totale plass dette programmet trenger, er da:

(3.2) $$S = 5*(A*(A+1))/2 + 16*A + 3*C + 2*B*C + 20*D + 2*E + 1.$$

Øvre skranke for S er 10 000.

E k s e m p e l :

I en modell inngår 15 observerbare variable, og 5 variable som dannes ved transformasjon. Tallet på ligninger i begge trinn er 6. Det inngår 10 predeterminerte variable i den ligning som inneholder flest. Materialet beskrives ved hjelp av 3 formatkort. S er i dette tilfellet 2 641, altså godt under 10 000.

3.3 Kortoppsett

3SLSPROG krever et kortoppsett som vist nedenfor. Flere uavhengige sett av beregninger kan foretas i samme kjøring. Det krever at et kortoppsett som det nedenfor er til stede for hvert sett av beregninger. Kort for ett beregningssett skal følge umiddelbart etter kort som beskriver det foregående.

Kortoppsett (for hvert beregningssett):

1. Tittelkort
2. Problemkort
3. Navnekort
4. Formatkort
5. Datakort

6a. Kortrollkort for første ligning i trinn 1
 .
 .
 .
 Kontrollkort for siste ligning i trinn 1

6b. Kontrollkort for første ligning i trinn 2
 .
 .
 .
 Kontrollkort for siste ligning i trinn 2

7. Kontrollkort for evt. F-test
8. Kontrollkort for evt. restriksjoner ved estimeringen

I tillegg til dette kommer de programkort som er spesielle for Byråets datamaskinanlegg.

Det er:

Kollonne:

1	8	16
Å	IDENT	....
Å	LIMITS	5,45K,,10K
Å	USERID	ÆÆÆÆÆÆÆ
Å	OPTION	FORTRAN
Å	FORTY	NLSTIN
Å	INCODE	IBMEL
Å	PRMFL	Sx,R/W,S,SSB/FAST01/FRSKÅÆ/EGAKAT/3SLSPROG
Å	OPTION	FORTRAN
Å	FORTY	
Å	INCODE	IBMEL

.
.
.

Her følger subrutine for å transformere variable (se avsnitt 3.5).

.
.
.

```
Å          EXECUTE
Å          LIMITS          5,45K,,10K
Å          SYSOUT          06
Å          FILE            07,A1,10L
Å          FILE            08,A2,10L
Å          DATA            05
Å          INCODE          IBMEL
.
.
.
Kortopprett for 3SLSPROG
.
.
.
Å          ENDJOB
```

3.4. Beskrivelse av de enkelte kort i 3SLSPROG

3.4.1. Tittelkort

Kolonne	Innhold
1-56	Navn på problemet, valgt av brukeren

3.4.2 Problemkort

Kolonne	Innhold	Variabelnavn
1- 5	Tallet på variable i hver observasjon	NVID
6-10	Tallet på variable som lages i subrutinen TRANS (se 3.5)	NADD
11-15	Tallet på observasjoner	NOB
16-20	Tallet på formatkort	NFC
21-25	Tallet på ligninger i 1.trinn (≥ 0)	NEQ1
26-30	Tallet på ligninger i 2.trinn (>0)	NEQ2
31-35	Maksimalt antall predeterminerte variable den ligningen som har flest	LNVE
36-40	$= 0$ Benytter D^o_{ij} / $= 1$ " D^1_{ij} } ved estimering (se fotnote i tilknytning til (2.10))	IDIV

Kolonne	Innhold	Variabelnavn
41-45	= 1 Bruker data fra foregående problem. (Se 3.3). Variabelnavnkort og formatkort utelates. Etter problemkortet følger første kontrollkort for trinn 2. Dersom verdiene fra forrige problem skal brukes, settes kolonnene 1-10 og 21-25 blanke.	IRUS
	= 0 Det leses inn data	
46-50	= 1 Korrelasjonsmatrisen for alle variable i systemet skrives ut	KKN(1)
	= 0 Matrisen skrives ikke ut	
51-55	= 1 Varians/kovariansmatrisen for residualene skrives ut	KKN(2)
	= 2 Korrelasjonsmatrisen for residualene skrives ut	
	= 3 Begge matriser skrives ut	
	= 0 Ingen av matrisene skrives ut	
56-60	= 0 Både 2SLS- og 3SLS- estimater beregnes	KKN(3)
	= 1 Bare 2SLS- estimater beregnes	
61-65	= 1 Varians/kovariansmatrisen for 3SLS-estimater skrives ut	KKN(4)
	= 2 Korrelasjonsmatrisen for 3SLS-estimater skrives ut	
	= 3 Begge matriser skrives ut	
	= 0 Ingen av matrisene skrives ut	
66-70	= 1 Skriver ut Durbin-Watson-observatoren for hver ligning i trinn 2 (kan bare gjøres hvis NEQ1 = 0)	KKN(5)
	= 0 Beregner ikke Durbin-Watson observatoren	
71-75	Tallet på F-observatorer som skal beregnes (Se avsnittene 2.3 og 3.4.7)	KKN(6)
76-80	Tallet på koeffisienter pålagt restriksjoner: (Se avsnittene 2.4 og 3.4.8)	KKN(7)

3.4.3. Navnekort

Kolonne	Innhold
1- 8	Navn på variabel nr. 1
9-16	Navn på variabel nr. 2
17-24	Navn på variabel nr. 3
.	
.	
.	
.	
73-80	Navn på variabel nr. 10

Brukeren kan fritt velge variabelnavn etter eget ønske. Dersom det er nødvendig med mer enn 10 variabelnavn, fortsetter en på samme måten på neste kort. Det må være ett navn for hver variabel. Det totale antall variable er NVID + NADD + NEQ1. NVID, NADD og NEQ1 er punchet i kolonnene 1-5, 6-10 og 21-25 på problemkortet. Dette er behandlet i avsnitt 3.4.2.

3.4.4. Formatkort

Kolonne	Innhold
1-80	Standard FORTRAN format statement som beskriver hvordan originaldataene er punchet på datakortene

Ordet FORMAT punches ikke på kortet. Format statementet - inklusive parentesene - kan plasseres i kolonnene 1-80. Om nødvendig, benyttes flere kort. Tallet på formatkort angis ved NFC (kolonne 16-20 på problemkortet). Formatkortet inneholder en beskrivelse av de observerbare variable i ett observasjonssett. Det kan bare brukes kodene X, F, E eller D i formatbeskrivelsen[x].

3.4.5. Datakort

Kolonne	Innhold
1-80	Kort som inneholder observasjonsmaterialet. Observasjonene ordnes etter observasjonssett. Hvert observasjonssett begynner på et nytt kort og går over ett eller flere kort. Antall observasjonssett tilsvarer NOB i kolonne 11-15 på problemkortet. Punches i henhold til formatet angitt på formatkortet.

x) Dersom datakortene også skal kunne brukes ved kjøring av programmet TSP, bør en ta hensyn til dette når en fastlegger format.

3.4.6. Kontrollkort for ligningene

Kolonne		Innhold
1- 8		Et navn som identifiserer ligningen, valgt av brukeren
11	=	1 Varians/kovarians-matrise for regresjonskoeffisienter skrives ut
	=	2 Korrelasjonsmatrise for regresjonskoeffisienter skrives ut
	=	3 Begge matriser skrives ut
	=	0 Ingen av matrisene skrives ut
17-18		Tallet på predeterminerte varable i denne ligningen ($\leq$LNVE)
19-20		Tallet på variable som opptrer i ligningen
21-22		Nummer på 1. variabel
23-24		Nummer på 2. variabel
.		
.		
.		
.		
79-80		Nummer på 30. variabel

Dersom det trengs mer enn ett kort for å beskrive ligningen, skal følgende format brukes for de resterende variable.

Kolonne	Innhold
1- 2	Nummer på 31. variabel
3- 4	Nummer på 32. variabel
.	
.	
.	
.	
.	
79-80	Nummer på 70. variabel

Merk følgende:

i) Dersom konstantledd skal tas med i regresjonsligningen, må det representeres ved en predeterminert variabel som inkluderes i listen av variable som begynner i kolonne 21. Konstantledd betegnes som variabel nr. 0.

ii) Maksimalt LNVE (kolonne 31-35 på problemkortet) variable er tillatt i en ligning. I det første sett av beregninger, dannes NEQ1 nye variable $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_{NEQ1})$. NEQ1 er definert i kolonnene 21-35 på problemkortet. Disse nye variable gis indekser i den rekkefølge de beregnes.

Nummereringen starter med (NVID + NADD + 1) og slutter med (NVID + NADD + NEQ1). De endogene variable må - i programmet - refereres til med disse indeksene, når en spesifiserer regresjonsligningene i annet beregningstrinn.

3.4.7. Kontrollkort for F-test

F-test er aktuell ved testing av en generell lineær hypotese, jfr. avsnitt 2.3.

For hver F-observator en ønsker, må følgende kort foreligge. Det anvendes to korttyper.

Kort av type (i)

Kolonne	Innhold
1- 2	Tallet på linjer i C-matrisen
3- 4	Tallet på kort av type (ii)
7-80	Navnet på denne F-testen

Kort av type (ii)

Disse kortene inneholder de elementene (Cm_in_i) i restriksjonsmatrisen C som er forskjellig fra 0. m_i og n_i angir henholdsvis linje- og kolonnenummer i restriksjonsmatrisen. Det punches 5 elementer pr. kort.

Kolonne	Innhold
1- 3	m_1
4- 6	n_1
7-15	Cm_1n_1 (punchet i F format)

61-63	m_5
64-66	n_5
67-75	Cm_5n_5 (punchet i F format)
76-80	Identifikasjon av dette kortet (dette skrives ikke ut)

3.4.8 Estimering med restriksjoner på koeffisientene

For hver estimering med restriksjoner som ønskes, må restriksjonsmatrisen R og restriksjonsvektoren r - beskrevet i avsnitt 2.4 - punches på kort som beskrevet nedenfor: Også her anvendes to korttyper.

Kort av type (i)

Kolonne		Innhold
1- 2		Tallet på linjer i R-matrisen
3- 4		Tallet på kort av type (ii)
5- 6	=	0 Bare diagonalen i varians/kovariansmatrisen beregnes
	=	1 Hele matrisen beregnes
	=	-1 Matrisen beregnes ikke
7-80		Navnet på denne estimeringen

Kort av type (ii)

Disse kortene inneholder de elementene i r-vektoren og R-matrisen som er forksjellige fra null. Det punches 5 elementer pr. kort, r-vektoren forutsettes å være kolonne nr. (m+1) i R-matrisen, som er av dimensjon kxm, hvor $k \leq m$, og m er totalt antall predeterminerte variable i analysen. M_i og n_i angir henholdsvis linje- og kolonnenummer i matrisene.

Kolonne	Innhold
1- 3	m_1
4- 6	n_1
7-15	Rm_1n_1 (punchet i F format)
---	---
---	---
61-63	m_5
64-66	n_5
67-75	Rm_5n_5 (punchet i F format)
76-80	Identifikasjon av dette kortet (dette skrives ikke ut)

3.5. Transformasjon av data

Data kan transformeres dersom brukeren ønsker dette. På den måten kan en definere nye variable som kan inngå i modellen. De transformasjoner som ønskes, beskrives i en subrutine, med navnet TRANS.

Den er av følgende form:

```
SUBRUTINE TRANS (DATA, NVID, N, ID1)
DOUBLE PRECISION DATA (ID1)
    .
    .
    .
    Brukerens program (i FORTRAN)
    .
    .
    .
RETURN
END
```

Her er N antall observasjoner som skal behandles, vektoren DATA inneholder observasjonene i elementene 2 til (NVID+1), hvor NVID er tallet på variable i hver observasjon. 1. element i DATA inneholder konstantleddet 1.0. DATA har i alt ID1 elementer. ID1 beregnes i hovedprogrammet ved følgende ligning:

$$ID1 = NVID + NADD + NEQ1 + 1$$

Hvis tallet på elementer i DATA skal endres i subrutinen TRANS, må dette markeres i kolonne 6-10 (NADD) på problemkortet. NADD kan være enten positiv eller negativ. Ved å la NADD være negativ sparer en plass i programmet. En må da lagre de "nye" variable på plassen til "gamle" variable som er overflødige etter at transformasjonene er foretatt.

Eksempel:

En ønsker å summere variabel nr. 2, 3 og 4. Summen gis betegnelsen variabel nr. 5. Videre dannes en ny variabel, nr. 6, slik at $x_6 = 1-x^2$. Subrutinen TRANS blir i dette tilfellet

```
SUBRUTINE TRANS (DATA, NVID, N, ID1)
DOUBLE PRECISION DATA (ID1)
DATA (5) = DATA (2) + DATA (3) + DATA (4)
DATA (6) = SQRT (1.0 - DATA (5)**2)
RETURN
END
```

4. 3SLSPROG BELYST VED EN ENKEL MODELL FOR NORSK ETTERKRIGSØKONOMI

Hensikten med dette kapitlet er i form av et eksempel å vise hva slags problemer det kan være av interesse å behandle med 2SLS og 3SLS. Videre drøftes det datamaterialet og kortoppsett programmet krever, samt de resultater programmet gir. Dette vil tjene som en illustrasjon av de mer teoretiske og tekniske kapitler foran.

Som eksempel er valgt en enkel makromodell for norsk økonomi. Modellen er ment som en illustrasjon, og den gjør ikke krav på å gi noen dekkende beskrivelse av norsk økonomi i etterkrigstiden. Dertil er den altfor lite detaljert. Av omfang er den som en middels stor lærebokmodell.

4.1. Modellformulering

(4.1) $$X_t + B_t + B_t^{*} = Cp_t + Co_t + Y_t + A_t$$

(4.2) $$Cp_t = \alpha + \beta\,(X_t - D_t - (T_t - V_t)) + U_{1t}$$

(4.3) $$I_t = \gamma + \delta\,(X_t - X_{t-1}) + U_{2t}$$

(4.4) $$B_t = a + b_1 Cp_t + b_2 Co_t + b_3 J_t + b_4 A_t + U_{3t}$$

(4.5) $$J_t = I_t + D_t$$

hvor:

X = Bruttonasjonalprodukt
Cp = Privat konsum
Co = Offentlig konsum
J = Bruttoinvestering
I = Nettoinvestering
A = Eksport
B = Import ekskl. skip
B^{*} = Import av skip
D = Depresiering
T = Skatter (direkte og indirekte) til det offentlige
V = Stønader og subsidier fra det offentlige

Alle størrelser er målt i faste priser. Fotskrift t betegner observasjonstidspunkt (t = 1951,---,1970).

(4.1) er en økosirkisk sammenheng (generalbudsjettligningen).

(4.2) er en enkel konsumfunksjon. Nettonasjonalprodukt fratrukket nettoverdien av skattene antas å være konsummotiverende inntekt.

(4.3) er en investeringsrelasjon av enkleste type. Investeringene bestemmes ved det såkalte akselerasjonsprinsippet. I relasjonen inngår et konstantledd.

(4.4) er en importfunksjon. Privat konsum, offentlig konsum, bruttoinvestering og eksport kan ha forskjellige marginale importtilbøyeligheter.

(4.5) er en definisjonssammenheng. Vi tenker oss at kapitalslitet er eksogent i modellen.

Relasjonene (4.1) og (4.5) gjelder eksakt.

Relasjonene (4.3), (4.4) og (4.5) inneholder et stokastisk restledd.

Om restleddsvektoren

(4.6) $$u_t = \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \\ u_{3t} \end{bmatrix}$$ forutsetter vi:

i) $Eu_t = 0$

ii) $Eu_t u'_s = \begin{cases} 0 & \text{for } t \neq s \\ \Sigma & \text{for } t = s \end{cases}$

Vi forutsetter altså at restleddet har forventning 0, og konstant varians og kovarians og at det ikke er autokorrelasjon i restleddene.

X_t, Cp_t, I_t og B_t oppfattes som endogene variable,

Co_t, A_t, D_t, B_t, $(T-V)_t$ og Xt-1 som predeterminerte variable.

Vi benytter (4.5) til å eliminere I_t fra (4.1) og (4.4) da modellen kan reformuleres:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -\beta & 1 & 0 & 0 \\ -\delta & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b_1 & -b_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ Cp_t \\ I_t \\ B_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta & 0 & -\beta & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta \\ a & b_2 & b_4 & b_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ Co_t \\ A_t \\ D_t \\ B_t \\ (T-V)_t \\ X_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ U_{1t} \\ U_{2t} \\ U_{3t} \end{bmatrix}$$

4.2 Identifiserbarhet og redusert form

I det følgende er fotskrift t sløyfet.

I ligning (4.1) - økosirkrelasjonen - er alle koeffisientene kjent.

I ligning (4.2) er det 6 utelatte variable (I, B, Co, A, B^* og X_{-1}) og 2 koeffisientrestriksjoner.

I ligning (4.3) er det 7 utelatte variable (Cp, B, Co, A, D, B^*, (T-V)) og 1 koeffisientrestriksjon.

I ligning (4.4) er det 4 utelatte variable (X, $\hat{B}^*$, (T-V), X_{-1}) og 1 koeffisientrestriksjon.

Det kan vises at alle 3 relasjonene er overidentifiserte. Det vil si at en ikke kan få entydige verdier for strukturkoeffisientene ved å regne seg tilbake fra redusert form koeffisientene.

Redusert-formen blir

$$\begin{bmatrix} X \\ C_p \\ I \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -\beta & 1 & 0 & 0 \\ -\delta & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b_1 & -b_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta & 0 & -\beta & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta \\ a & b_2 & b_4 & b_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ Co \\ A \\ D \\ B^* \\ T-V \\ X_{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -\beta & 1 & 0 & 0 \\ -\delta & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b_1 & -b_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

4.3. 2SLS og 3SLS på strukturformen

Vi innfører hjelpestørrelsene:

(4.9) $Q = X - D - (T-V)$

(4.10) $H = X - X_{-1}$

Vi kan da skrive de stokastiske ligningene i systemet som:

(4.11) $Cp = d + \beta Q + U_1$

(4.12) $I = \gamma + \delta H + U_2$

(4.13) $B = a + b_1 Cp + b_3 I + b_2 Co + b_3 D + b_4 A + U_3$

Fremgangsmåten ved 2SLS og 3SLS estimering er beskrevet i kapittel 2 foran, og vil ikke bli gjentatt her.

Ved 3SLS estimering er det enkelte ting en bør ta hensyn til ved estimeringen. Dette er antagelig lite kjent, og vil bli referert her. En mer omfattende beskrivelse finnes i Zellner og Theil (1962).

i) Modellen inneholder definisjonssammenhenger eller identiteter. Det vil si relasjoner som er eksakt oppfylt (variansen til restleddet er konstant lik 0). Varians/kovariansmatrisen til hele modellen (inkludert identitetene) blir da singulær, ved at det i én linje og én kolonne bare er null-elementer. Forutsetningene i kapittel 2 er da ikke lenger oppfylt. Den enkleste måten å løse problemet på er ganske enkelt å utelate hele identiteten. Koeffisientene vil være kjent, slik at det ikke er aktuelt å estimere denne relasjonen. Alternativt kan en eliminere identiteten i de andre relasjonene, men det vil som regel være overflødig og gi mer kompliserteuttrykk. Antall ligninger i modellen - G - inkluderer da ikke definisjonsligningene og identitetene.

ii) En modell kan omfatte relasjoner som ikke er identifiserbare. 2SLS-estimatene for disse relasjonene eksisterer ikke. Det anbefales å utelate slike relasjoner fra 3SLS-beregningene.

iii) Det anbefales å skille mellom overidentifiserbare og eksakt identifiserbare relasjoner. En foretar beregninger separat for hver av de to grupper av ligninger. Antallet ligninger i modellen ved 3SLS-beregningene, G, er da totalt antall relasjoner fratrukket identiteter og ikke-identifiserbare og eksakt identifiserbare relasjoner. Hvis antall stokastiske ligninger er lik 1 vil selvsagt 3SLS ikke gi noe utover det en fikk ved 2SLS. For de overidentifiserbare relasjoner foretas 3SLS som beskrevet foran. Fremgangsmåten for de eksakt identifiserbare relasjoner er beskrevet i Zellner og Theil (1962).

iv) Dersom kovariansmatrisen er blokk-diagonal, bør 3SLS-beregningene utføres separat for de ligninger som svarer til de enkelte blokkene. Hvis man ønsker å behandle en modell som er så stor at den sprenger de grenser programmet setter (se 3.2), kan dette også være en mulig fremgangsmåte.

4.4. Datamaterialet

Vi foretar estimering på grunnlag av årsdata fra nasjonalregnskapet (gammelt system) for perioden 1951-1970. (For X også for 1950). De løpende verdier er deflatert med nasjonalregnskapets prisindekser med 1961 som basis. Tallene vi bruker er altså i 1961-kroner. For skatter og stønader utarbeides det ikke prisindekser. For å bringe disse tallene på fastprisbasis er de derfor deflatert med prisindeksen for nettonasjonalproduktet. Programmet leser inn verdier for X, Cp, Co, J, A, B + B^x, D, B^x, T, V og H. Under innlesningen (dvs. i subrutinen TRANS) gis de henholdsvis nummer 2, 3,---,12. Elementet i DATA (2) er altså X, DATA (1) inneholder konstantleddet.

De andre størrelsene vi trenger, I, B, Q, T-V og X_{-1}, beregnes ved hjelp av subrutinen TRANS som er beskrevet foran. De lagres i henholdsvis DATA (13), DATA (14), DATA (15) og DATA (16).

4.5. Kortoppsettet

Subrutinen TRANS blir nå slik:

```
      SUBRUTINE TRANS (DATA, NVID, N, 1D1)
C
      DOUBLE PRECISION DATA (1D1)
C
      DATA(13) = DATA(5) - DATA(8)
      DATA(14) = DATA(7) = DATA(9)
      DATA(15) = DATA(2) - DATA(8) - DATA(10) + DATA(11)
      DATA(16) = DATA(10) - DATA(11)
      DATA(17) = DATA(2) - DATA(12)
      RETURN
      END
```

Det vil si at vi avleder:

$I = J - D$

$B = (B + B^x) - B^x$

$Q = X - D - T + V$

$T\text{-}V = T - V$

$X_{-1} = X - H$

Sammenheng mellom variabelnavn og nummer følger av det som er sagt i avsnitt 4.4, og i beskrivelsen av TRANS i avsnitt 3.5. Vi må huske at konstantleddet lagres i DATA (1), slik at variabel nr. n i listen nedenfor lagres i DATA (n+1). Denne variabelnummereringen gjelder bare ved transformasjoner i TRANS. I alle utskrifter, og i kontrollkortene for ligningene er variabel nummer 0 konstantleddet. De andre variable nummereres fortløpende i henhold til navnekortet (3.4.3), slik at først innleste variabel betegnes nr. 1, neste nr. 2, osv.

Subrutinen TRANS kan ikke uten videre brukes til å danne laggede variable

Kortene som beskriver vårt problem er vist nedenfor. I avsnitt 3.4 er plasseringen av parametrene i de ulike kolonner forklart.

Kortoppsett:

1. Kolonne

TEST AV 3SLSPROG PÅ EN ENKEL MODELL FOR NORSK ØKONOMI

11	5	20	1	4	3	7	1	0	1	3	0	3	0	0	0
	X		CP		CO		J		A	B+B*	D		B*	T	V
	H		I		B		Q		T-V	X-1	QA		CPA	JA	HA

(11(F5.0,1X))

26844 14901 2845 10040 7976 8918 4918 1378 6960 1176 978

:

Her følger 18 kort som inneholder observasjonssett nr. 2, 3,......,19.
Disse gjengis også som en del av resultatene.

:

58603 30800 6904 23114 28007 30222 12547 2296 21029 9941 1935

INST Q	3	714 0 3 5 7 81516
INST CP	3	7 2 0 3 5 7 81516
INST J	3	7 4 0 3 5 7 81516
INST H	3	711 0 3 5 7 81516
PRIVKONS	3	2 2 017
INVESTER	3	212 020
IMPORTER	3	513 0 3 51819

Rekkefølgen på kortene er: tittelkort, problemkort, 2 navnekort, 1 formatkort, 20 datakort, 4 kontrollkort for ligninger i trinn 1 og 3 kontrollkort for ligninger i trinn 3. INSTQ er navnet på den første ligningen, INSTCP er den neste, osv. Navnet henspiller på at vi skal bruke Q, Cp, I og H som instrumentvariable ved 2SLS- og 3SLS estimeringen.

Det leses altså 20 observasjoner av 11 variable. Hvert observasjonssett er punchet på 1 kort, i form av 5 siffer uten desimal. Subrutinene TRANS genererer 5 nye variable. Programmet skal behandle 4 ligninger i 1. trinn og 3 ligninger i 2. trinn.

I 1. trinn beregner programmet OLS av Q, Cp, I og H med hensyn på de predeterminerte variable Co, A, D, B^x, (T-V) og X_{-1}. Den beregnede verdien $\hat{Q}$ gis variabelnummer 17, og betegnes QA i programmet. Tilsvarende betegnes Cp, J og H med henholdsvis CPA, JA og HA, og gis numrene 18, 19 og 20. Dersom en ønsker å estimere redusertform koeffisienter av flere av de endogene variable (f.eks. X, I og B), må NEQ1 på problemkortet økes. Antall variabelnavn på navnekortet må være lik antall innleste variable + transformerte variable + antall ligninger i 1. trinn. I dette tilfellet må en altså gi $\hat{X}$, $\hat{I}$ og $\hat{B}$ navn.

I 2. trinn beregner programmet OLS av Cp med hensyn på $\hat{Q}$ (variabel nr. 17), I med hensyn på $\hat{H}$ (variabel nr. 20) og B med hensyn på Co, A, $\hat{Cp}$ og $\hat{J}$ (variabel nr. 3, 5, 18 og 19).

4.6. Utskrift fra programmet.

Dette avsnittet skal behandle tolkningen av resultatene, i tilknytning til modellen foran. Først gjengis resultatene i sin helhet, dernest kommer kommentarene. Programmet skriver ut verdiene i E-format. Eks.: 2.455E03 = 2455, -2.289E-01 = -0.2289

```
'THREE STAGE LEAST SQUARES'  THE BROOKINGS INSTITUTION (30 JUNE 68)
 TEST AV 3SLSPROG PÅ EN ENKEL MODELL FOR NORSK ØKONOMI
 1635 WORDS OF 10000 AVAILABLE ARE USED BY VARIABLY DIMENSIONED ARRAYS.
```

```
OPTIONS FOR THIS PROBLEM


NO.VARIABLES (IN DATA)        =   11
NO.VBLS.ADDED BY TRANS        =    5
NO.OF OBSERVATIONS            =   20
NO.OF FORMAT CARDS            =   .1
NO.OF EQUATIONS IN SET 1      =    4
NO.OF EQUATIONS IN SET 2      =    3
MAX.NO.OF INDEPEND.VAR.       =    7
INSTRUMENTAL REGRESSIONS      =   20
IDIV,COVARIANCE DIVISION OPT.=     1
IRUS,DATA FROM PREVIOUS PROB.=     0
KKN(1),CORRELATION MATRIX     =    1
KKN(2),RESIDUAL MATRICES      =    3
KKN(3),2SLS ESTIMATES ONLY    =    0
KKN(4),MATRICES FOR 3SLS EST.=     3
KKN(5),DURBIN-WATSON STATIST.=     0
KKN(6),NO.OF F-STATISTICS     =    0
KKN(7),NO.OF RESTRICTED EST. =     0
```

```
FORMAT ...           (11(F5.0,1X))

OBSERVATION NO.   1  1.00000E 00  2.68440E 04  1.49010E 04  2.84500E 03  1.00400E 04  7.97600E 03  8.91800E 03  4.91900E 03
                     1.37800E 03  6.96000E 03  1.17600E 03  9.78000E 02

TRANSFORMED OBSERVATION(INCLUD.CONST.ELEMENT).

OBSERVATION NO.   1  1.00000E 00  2.68440E 04  1.49010E 04  2.84500E 03  1.00400E 04  7.97600E 03  8.91800E 03  4.91900E 03
                     1.37800E 03  6.96000E 03  1.17600E 03  9.78000E 02  5.12100E 03  7.54000E 03  1.61410E 04  5.78400E 03
                     2.58660E 04

OBSERVATION NO.   2  1.00000E 00  2.78180E 04  1.54890E 04  3.12500E 03  1.00750E 04  7.80600E 03  8.67700E 03  5.11900E 03
                     8.30000E 02  7.51500E 03  2.81700E 03  9.74000E 02

OBSERVATION NO.   3  1.00000E 00  2.89320E 04  1.61080E 04  3.50100E 03  1.02810E 04  8.30300E 03  9.26100E 03  5.29800E 03
                     1.04700E 03  7.80100E 03  2.98400E 03  1.11400E 03

OBSERVATION NO.   4  1.00000E 00  3.03870E 04  1.66050E 04  3.64800E 03  1.12300E 04  9.08700E 03  1.01830E 04  5.56700E 03
                     1.36100E 03  7.88600E 03  3.11800E 03  1.45500E 03

OBSERVATION NO.   5  1.00000E 00  3.10520E 04  1.71120E 04  3.49500E 03  1.16640E 04  9.69800E 03  1.09170E 04  5.87400E 03
                     1.67100E 03  8.09600E 03  3.22300E 03  6.65000E 02

OBSERVATION NO.   6  1.00000E 00  3.26130E 04  1.76280E 04  3.59900E 03  1.24250E 04  1.06570E 04  1.16960E 04  6.19000E 03
                     1.89200E 03  8.46900E 03  3.23500E 03  1.56100E 03

OBSERVATION NO.   7  1.00000E 00  3.35590E 04  1.80320E 04  3.73800E 03  1.25450E 04  1.11020E 04  1.18580E 04  6.55400E 03
                     1.64700E 03  9.60700E 03  3.73500E 03  9.46000E 02

OBSERVATION NO.   8  1.00000E 00  3.35700E 04  1.80900E 04  3.86300E 03  1.25750E 04  1.13010E 04  1.22590E 04  7.00100E 03
                     2.24200E 03  9.80800E 03  3.68000E 03  1.10000E 01

OBSERVATION NO.   9  1.00000E 00  3.48740E 04  1.88280E 04  4.06100E 03  1.24220E 04  1.23470E 04  1.27840E 04  7.47200E 03
                     1.90100E 03  1.01840E 04  3.99900E 03  1.30400E 03

OBSERVATION NO.  10  1.00000E 00  3.69170E 04  2.00250E 04  4.12400E 03  1.34460E 04  1.34880E 04  1.41660E 04  7.92100E 03
                     1.43700E 03  1.05380E 04  4.30300E 03  2.04300E 03

OBSERVATION NO.  11  1.00000E 00  3.92450E 04  2.12600E 04  4.37000E 03  1.47550E 04  1.44650E 04  1.56050E 04  8.28200E 03
                     2.11600E 03  1.14010E 04  4.57400E 03  2.32800E 03

OBSERVATION NO.  12  1.00000E 00  4.05590E 04  2.19600E 04  4.68900E 03  1.49770E 04  1.53590E 04  1.64260E 04  8.71400E 03
                     1.91600E 03  1.22030E 04  4.85600E 03  1.31400E 03

OBSERVATION NO.  13  1.00000E 00  4.26690E 04  2.28170E 04  4.88800E 03  1.59800E 04  1.68950E 04  1.79110E 04  9.21000E 03
                     2.64600E 03  1.27360E 04  5.32500E 03  2.11000E 03

OBSERVATION NO.  14  1.00000E 00  4.50040E 04  2.37280E 04  5.11100E 03  1.67940E 04  1.87090E 04  1.93380E 04  9.75500E 03
                     2.45500E 03  1.32870E 04  5.39000E 03  2.33500E 03

OBSERVATION NO.  15  1.00000E 00  4.73250E 04  2.45510E 04  5.52000E 03  1.83690E 04  1.99810E 04  2.19060E 04  1.03480E 04
                     2.95600E 03  1.43390E 04  5.97300E 03  2.32100E 03

OBSERVATION NO.  16  1.00000E 00  4.94180E 04  2.56350E 04  5.64300E 03  1.95220E 04  2.13530E 04  2.27350E 04  1.09320E 04
                     2.71500E 03  1.54030E 04  6.24000E 03  2.09300E 03

OBSERVATION NO.  17  1.00000E 00  5.21960E 04  2.67550E 04  6.09300E 03  2.13060E 04  2.35820E 04  2.55400E 04  1.16280E 04
                     3.96200E 03  1.69350E 04  6.82700E 03  2.77800E 03

OBSERVATION NO.  18  1.00000E 00  5.42740E 04  2.78070E 04  6.37400E 03  1.94740E 04  2.60810E 04  2.54620E 04  1.20300E 04
                     2.36200E 03  1.79720E 04  7.57000E 03  2.07800E 03

OBSERVATION NO.  19  1.00000E 00  5.66680E 04  2.99650E 04  6.86700E 03  1.88640E 04  2.75960E 04  2.66240E 04  1.21620E 04
                     1.39200E 03  1.97000E 04  8.64600E 03  2.39400E 03

OBSERVATION NO.  20  1.00000E 00  5.86030E 04  3.08000E 04  6.90400E 03  2.31140E 04  2.80070E 04  3.02220E 04  1.25470E 04
                     2.29600E 03  2.10290E 04  9.94100E 03  1.93500E 03
```

VARIABLE		MEAN	STD. DEVIATION	VARIANCE
1)	X	0.40126E 05	0.10108E 05	0.10216E 09
2)	CP	0.21405E 05	0.49133E 04	0.24140E 08
3)	CO	0.46229E 04	0.12471E 04	0.15552E 07
4)	J	0.14993E 05	0.39779E 04	0.15824E 08
5)	A	0.15690E 05	0.67426E 04	0.45462E 08
6)	B+B*	0.16624E 05	0.67102E 04	0.45026E 08
7)	D	0.83762E 04	0.25752E 04	0.66314E 07
8)	B*	0.20111E 04	0.73296E 03	0.53724E 06
9)	T	0.12093E 05	0.42554E 04	0.18108E 08
10)	V	0.48806E 04	0.21571E 04	0.46530E 07
11)	H	0.16369E 04	0.71285E 03	0.50815E 06
12)	I	0.66168E 04	0.15683E 04	0.24596E 07
13)	B	0.14613E 05	0.62644E 04	0.39243E 08
14)	Q	0.24537E 05	0.54498E 04	0.29700E 08
15)	T-V	0.72128E 04	0.21593E 04	0.46628E 07
16)	X-1	0.38490E 05	0.95957E 04	0.92078E 08

CORRELATION COEFFICIENTS

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0
	1.000E 00	9.983E-01	9.955E-01	9.781E-01	9.972E-01	9.960E-01	9.944E-01	6.243E-01	9.923E-01	1
		1.000E 00	9.950E-01	9.711E-01	9.955E-01	9.934E-01	9.908E-01	5.941E-01	9.938E-01	2
			1.000E 00	9.646E-01	9.943E-01	9.904E-01	9.862E-01	5.914E-01	9.928E-01	3
				1.000E 00	9.672E-01	9.872E-01	9.760E-01	7.304E-01	9.638E-01	4
					1.000E 00	9.939E-01	9.889E-01	5.939E-01	9.944E-01	5
						1.000E 00	9.879E-01	6.425E-01	9.913E-01	6
							1.000E 00	6.659E-01	9.807E-01	7
								1.000E 00	5.645E-01	8
									1.000E 00	9

10	11	12	13	14	15	16	
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0
9.752E-01	7.351E-01	8.479E-01	9.939E-01	9.959E-01	9.814E-01	9.987E-01	1
9.807E-01	7.308E-01	8.364E-01	9.945E-01	9.956E-01	9.788E-01	9.973E-01	2
9.814E-01	7.171E-01	8.273E-01	9.917E-01	9.935E-01	9.760E-01	9.953E-01	3
9.444E-01	7.318E-01	9.339E-01	9.720E-01	9.740E-01	9.560E-01	9.759E-01	4
9.726E-01	7.209E-01	8.296E-01	9.951E-01	9.907E-01	9.881E-01	9.968E-01	5
9.719E-01	7.253E-01	8.818E-01	9.960E-01	9.911E-01	9.828E-01	9.953E-01	6
9.579E-01	7.425E-01	8.335E-01	9.803E-01	9.853E-01	9.757E-01	9.923E-01	7
5.128E-01	5.560E-01	7.592E-01	5.713E-01	6.053E-01	6.002E-01	6.163E-01	8
9.858E-01	6.807E-01	8.343E-01	9.958E-01	9.865E-01	9.859E-01	9.947E-01	9
1.000E 00	6.557E-01	8.224E-01	9.810E-01	9.821E-01	9.438E-01	9.785E-01	10
	1.000E 00	6.369E-01	7.119E-01	7.405E-01	6.865E-01	7.000E-01	11
		1.000E 00	8.557E-01	8.528E-01	8.226E-01	8.458E-01	12
			1.000E 00	9.908E-01	9.825E-01	9.940E-01	13
				1.000E 00	9.629E-01	9.940E-01	14
					1.000E 00	9.828E-01	15
						1.000E 00	16

PROB. 1
STAGE 1

EQ. (1) INST Q — DF 13 — SE2 0.9236E 05
DEP VAR 14) Q
R2 0.9967 — ADJR2 0.9952

	0) CONST.	3) CO	5) A	7) D	8) B*	15) T-V	16) X-1
B	7.61287E 03	7.84283E-01	6.13041E-01	-2.37867E-01	1.81566E-01	-1.46349E 00	4.12155E-01
SD	1.84801E 03	6.52672E-01	1.87855E-01	2.70127E-01	1.61497E-01	2.31841E-01	1.25334E-01
B/SD	4.11949E 00	1.20165E 00	3.26338E 00	-8.80573E-01	1.12427E 00	-6.31249E 00	3.28846E 00

INVERSE OF CROSS-PRODUCT MATRIX-INST Q

0	3	5	7	8	15	16	
3.698E 01	-2.990E-03	3.514E-03	4.023E-04	6.676E-04	-2.373E-03	-1.711E-03	0
	4.612E-06	-4.769E-07	3.629E-08	1.357E-07	5.414E-07	-3.983E-07	3
		3.821E-07	-1.083E-07	1.125E-07	-3.054E-07	-1.149E-07	5
			7.900E-07	-2.723E-07	5.764E-08	-1.392E-07	7
				2.824E-07	-6.269E-08	-2.322E-08	8
					5.820E-07	2.797E-09	15
						1.701E-07	16

NORMALIZED INVERSE MATRIX- INST Q

0	3	5	7	8	15	16	
1.000E 00	-2.289E-01	9.350E-01	7.443E-02	2.066E-01	-5.115E-01	-6.821E-01	0
	1.000E 00	-3.593E-01	1.901E-02	1.189E-01	3.304E-01	-4.497E-01	3
		1.000E 00	-1.971E-01	3.424E-01	-6.477E-01	-4.505E-01	5
			1.000E 00	-5.766E-01	8.500E-02	-3.797E-01	7
				1.000E 00	-1.546E-01	-1.060E-01	8
					1.000E 00	8.890E-03	15
						1.000E 00	16

PROB. 1
STAGE 1

EQ. (2) INST CP — DF 13 — SE2 0.8076E 05
DEP VAR 2) CP
R2 0.9965 — ADJR2 0.9949

	0) CONST.	3) CO	5) A	7) D	8) B*	15) T-V	16) X-1
B	3.68443E 03	5.38298E-01	8.43713E-02	4.99415E-01	-3.21338E-01	-1.60051E-01	2.99448E-01
SD	1.72810E 03	6.10322E-01	1.75665E-01	2.52599E-01	1.51018E-01	2.16798E-01	1.17201E-01
B/SD	2.13207E 00	8.81990E-01	4.80296E-01	1.97710E 00	-2.12782E 00	-7.38253E-01	2.55499E 00

INVERSE OF CROSS-PRODUCT MATRIX-INST CP

0	3	5	7	8	15	16	
3.698E 01	-2.990E-03	3.514E-03	4.023E-04	6.676E-04	-2.373E-03	-1.711E-03	0
	4.612E-06	-4.769E-07	3.629E-08	1.357E-07	5.414E-07	-3.983E-07	3
		3.821E-07	-1.083E-07	1.125E-07	-3.054E-07	-1.149E-07	5
			7.900E-07	-2.723E-07	5.764E-08	-1.392E-07	7
				2.824E-07	-6.269E-08	-2.322E-08	8
					5.820E-07	2.797E-09	15
						1.701E-07	16

NORMALIZED INVERSE MATRIX- INST CP

0	3	5	7	8	15	16	
1.000E 00	-2.289E-01	9.350E-01	7.443E-02	2.066E-01	-5.115E-01	-6.821E-01	0
	1.000E 00	-3.593E-01	1.901E-02	1.189E-01	3.304E-01	-4.497E-01	3
		1.000E 00	-1.971E-01	3.424E-01	-6.477E-01	-4.505E-01	5
			1.000E 00	-5.766E-01	8.500E-02	-3.797E-01	7
				1.000E 00	-1.546E-01	-1.060E-01	8
					1.000E 00	8.890E-03	15
						1.000E 00	16

PROB. 1
STAGE 1

EQ. (3) INST J — DF 13 — SE2 0.2853E 06
DEP VAR 4) J
R2 0.9810 — ADJR2 0.9723

	0) CONST.	3) CO	5) A	7) D	8) B*	15) T-V	16) X-1
B	-2.06029E 03	-7.97580E-01	1.78570E-02	-5.22424E-01	1.24372E 00	-1.33257E-01	6.05255E-01
SD	3.24785E 03	1.14706E 00	3.30151E-01	4.74743E-01	2.83827E-01	4.07456E-01	2.20271E-01
B/SD	-6.34356E-01	-6.95327E-01	5.40875E-02	-1.10044E 00	4.38197E 00	-3.27046E-01	2.74777E 00

INVERSE OF CROSS-PRODUCT MATRIX-INST J

0	3	5	7	8	15	16	
3.698E 01	-2.990E-03	3.514E-03	4.023E-04	6.676E-04	-2.373E-03	-1.711E-03	0
	4.612E-06	-4.769E-07	3.629E-08	1.357E-07	5.414E-07	-3.983E-07	3
		3.821E-07	-1.083E-07	1.125E-07	-3.054E-07	-1.149E-07	5
			7.900E-07	-2.723E-07	5.764E-08	-1.392E-07	7
				2.824E-07	-6.269E-08	-2.322E-08	8
					5.820E-07	2.797E-09	15
						1.701E-07	16

NORMALIZED INVERSE MATRIX- INST J

0	3	5	7	8	15	16	
1.000E 00	-2.289E-01	9.350E-01	7.443E-02	2.066E-01	-5.115E-01	-6.821E-01	0
	1.000E 00	-3.593E-01	1.901E-02	1.189E-01	3.304E-01	-4.497E-01	3
		1.000E 00	-1.971E-01	3.424E-01	-6.477E-01	-4.505E-01	5
			1.000E 00	-5.766E-01	8.500E-02	-3.797E-01	7
				1.000E 00	-1.546E-01	-1.060E-01	8
					1.000E 00	8.890E-03	15
						1.000E 00	16

PROB. 1
STAGE 1

EQ. (4) INST H — DF 13 — SE2 0.9236E 05
DEP VAR 11) H
R2 0.8087 — ADJR2 0.7204

	0) CONST.	3) CO	5) A	7) D	8) B*	15) T-V	16) X-1
B	7.61287E 03	7.84283E-01	6.13041E-01	7.62133E-01	1.81566E-01	-4.63494E-01	-5.87845E-01
SD	1.84801E 03	6.52672E-01	1.87855E-01	2.70127E-01	1.61497E-01	2.31841E-01	1.25334E-01
B/SD	4.11949E 00	1.20165E 00	3.26338E 00	2.82139E 00	1.12427E 00	-1.99919E 00	-4.69024E 00

INVERSE OF CROSS-PRODUCT MATRIX-INST H

0	3	5	7	8	15	16	
3.698E 01	-2.990E-03	3.514E-03	4.023E-04	6.676E-04	-2.373E-03	-1.711E-03	0
	4.612E-06	-4.769E-07	3.629E-08	1.357E-07	5.414E-07	-3.983E-07	3
		3.821E-07	-1.083E-07	1.125E-07	-3.054E-07	-1.149E-07	5
			7.900E-07	-2.723E-07	5.764E-08	-1.392E-07	7
				2.824E-07	-6.269E-08	-2.322E-08	8
					5.820E-07	2.797E-09	15
						1.701E-07	16

NORMALIZED INVERSE MATRIX- INST H

0	3	5	7	8	15	16	
1.000E 00	-2.289E-01	9.350E-01	7.443E-02	2.066E-01	-5.115E-01	-6.821E-01	0
	1.000E 00	-3.593E-01	1.901E-02	1.189E-01	3.304E-01	-4.497E-01	3
		1.000E 00	-1.971E-01	3.424E-01	-6.477E-01	-4.505E-01	5
			1.000E 00	-5.766E-01	8.500E-02	-3.797E-01	7
				1.000E 00	-1.546E-01	-1.060E-01	8
					1.000E 00	8.890E-03	15
						1.000E 00	16

PROB. 1
STAGE 2

EQ. (1) PRIVKONS — DF 18 — SE2 0.2008E 06
DEP VAR 2) CP — R2 0.9912 — ADJR2 0.9908

	0) CONST.	17) QA
B	-6.32546E 02	8.98114E-01
SD	4.74308E 02	1.88938E-02
B/SD	-1.33362E 00	4.75348E 01

INVERSE OF CROSS-PRODUCT MATRIX-PRIVKONS

0	17	
1.120E 00	-4.363E-05	0
	1.778E-09	17

NORMALIZED INVERSE MATRIX- PRIVKONS

0	17	
1.000E 00	-9.774E-01	0
	1.000E 00	17

PROB. 1
STAGE 2

EQ. (2) INVESTER — DF 18 — SE2 0.1390E 07
DEP VAR 12) I — R2 0.4051 — ADJR2 0.3720

	0) CONST.	20) HA
B	4.23800E 03	1.45325E 00
SD	7.39268E 02	4.21946E-01
B/SD	5.73270E 00	3.44415E 00

INVERSE OF CROSS-PRODUCT MATRIX-INVESTER

0	20	
3.932E-01	-2.096E-04	0
	1.281E-07	20

NORMALIZED INVERSE MATRIX- INVESTER

0	20	
1.000E 00	-9.343E-01	0
	1.000E 00	20

PROB. 1
STAGE 2

EQ. (3) IMPORTER — DF 15 — SE2 0.3433E 06
DEP VAR 13) B — R2 0.9908 — ADJR2 0.9883

	0) CONST.	3) CO	5) A	18) CPA	19) JA
B	-3.17451E 03	5.65424E-01	6.63999E-01	2.73926E-01	-7.38568E-02
SD	3.82797E 03	1.34340E 00	2.69260E-01	5.10871E-01	1.67356E-01
B/SD	-8.29293E-01	4.20891E-01	2.46602E 00	5.36193E-01	-4.41316E-01

INVERSE OF CROSS-PRODUCT MATRIX-IMPORTER

0	3	5	18	19	
4.268E 01	3.495E-03	2.825E-03	-4.912E-03	1.356E-04	0
	5.257E-06	-6.167E-08	-1.300E-06	6.672E-08	3
		2.112E-07	-2.700E-07	-4.964E-09	5
			7.602E-07	-7.425E-08	18
				8.158E-08	19

NORMALIZED INVERSE MATRIX- IMPORTER

0	3	5	18	19	
1.000E 00	2.334E-01	9.410E-01	-8.624E-01	7.265E-02	0
	1.000E 00	-5.853E-02	-6.504E-01	1.019E-01	3
		1.000E 00	-6.738E-01	-3.782E-02	5
			1.000E 00	-2.981E-01	18
				1.000E 00	19

PROB. 1
STAGE 3

RESIDUAL COVARIANCE MATRIX

	1	2	3	
	2.008E 05	-6.270E 04	-2.728E 04	1
		1.390E 06	3.575E 05	2
			3.433E 05	3

RESIDUAL CORRELATION MATRIX

	1	2	3	
	1.000E 00	-1.187E-01	-1.039E-01	1
		1.000E 00	5.175E-01	2
			1.000E 00	3

PROB. 1
STAGE 3

..... EFFICIENT ESTIMATES .....

OPTION 1 USED TO ESTIMATE COVARIANCES.

EQ. (1)   DEP. VBL.   2)   CP

	0) CONST.	17) QA
B	-7.38361E 02	9.02427E-01
SD	4.72902E 02	1.88352E-02
B/SD	-1.56134E 00	4.79117E 01

EQ. (2)   DEP. VBL.   12)   I

	0) CONST.	20) HA
B	4.05494E 03	1.56509E 00
SD	7.02327E 02	3.97696E-01
B/SD	5.77358E 00	3.93539E 00

EQ. (3)   DEP. VBL.   13)   B

	0) CONST.	3) CO	5) A	18) CPA	19) JA
B	-1.94905E 03	5.38673E-01	7.42063E-01	3.09731E-01	-2.80153E-01
SD	3.27432E 03	1.14991E 00	2.31092E-01	4.38069E-01	1.43025E-01
B/SD	-5.95255E-01	4.68448E-01	3.21112E 00	7.07035E-01	-1.95878E 00

COEFFICIENT COVARIANCE MATRIX

0	17	0	20	0	3	5	18	19	
2.236E 05	-8.705E 00	-2.997E 04	1.639E 01	-8.598E 03	3.471E 00	7.754E-01	-1.069E 00	1.277E-01	0
	3.548E-04	1.094E 00	-6.681E-04	2.948E-01	-1.415E-04	-3.160E-05	4.359E-05	-5.203E-06	17
		4.933E 05	-2.589E 02	-5.956E 04	-4.249E 01	-1.388E 01	2.345E 01	-6.941E-01	0
			1.582E-01	4.731E 01	2.596E-02	8.477E-03	-1.433E-02	4.241E-04	20
				1.072E 07	8.841E 02	7.109E 02	-1.236E 03	3.411E 01	0
					1.322E 00	-1.407E-02	-3.283E-01	1.680E-02	3
						5.340E-02	-6.846E-02	-1.222E-03	5
							1.919E-01	-1.865E-02	18
								2.046E-02	19

COEFFICIENT CORRELATION MATRIX

0	17	0	20	0	3	5	18	19	
1.000E 00	-9.773E-01	-9.023E-02	8.716E-02	-5.552E-03	6.383E-03	7.095E-03	-5.162E-03	1.888E-03	0
	1.000E 00	8.266E-02	-8.918E-02	4.780E-03	-6.531E-03	-7.260E-03	5.282E-03	-1.931E-03	17
		1.000E 00	-9.269E-01	-2.590E-02	-5.261E-02	-8.550E-02	7.623E-02	-6.910E-03	0
			1.000E 00	3.633E-02	5.676E-02	9.224E-02	-8.224E-02	7.456E-03	20
				1.000E 00	2.348E-01	9.395E-01	-8.617E-01	7.284E-02	0
					1.000E 00	-5.295E-02	-6.518E-01	1.021E-01	3
						1.000E 00	-6.763E-01	-3.697E-02	5
							1.000E 00	-2.977E-01	18
								1.000E 00	19

Utskriftene skulle stort sett være selvforklarende. Matrisen av korrelasjonskoeffisienter mellom de variable viser at korrelasjonen mellom mange av de variable er svært stor. De eneste unntakene er B^* (variabel nr. 8), H (nr. 11) og I (nr. 12).

Varians/kovariansmatrisene og matrisen av korrelasjonskoeffisienter er symmetriske, programmet gjengir derfor bare matrisens øvre halvdel. Programmet gjengir, for alle ligninger, antall frihetsgrader, estimert varians for restleddet, multippel korrelasjonskoeffisient og estimert standardavvik for alle parametre.

Videre gjengis den inverse kryssproduktmatrisen, $(X'X)^{-1}$. Vi betegner den estimerte variansen til restleddet med s^2. Da gir $s^2\,(X'X)^{-1}$ den estimerte kovariansmatrisen mellom koeffisientene.

Eksempel:

I "EQ (1) INST Q", er elementet (7,7)*) i $(X'X)^{-1}$ lik 7.900 E-07 og (3,7) elementet er lik 3 629 E-08, s^2 = 0.9236E05. Det gir variansen til koeffisienten for variabel 7 lik 7.296 E-02. Dette er selvfølgelig lik kvadratet av det oppgitte standardavvik 2.70127 E-01. Kovariansen mellom koeffisienten foran variabel 3 og variabel 7 er likeledes 3.352E-02. Det som er kalt den normaliserte inverse matrise gir korrelasjonskoeffisientene. La elementene i $(X'X)^{-1}$ betegnes x_i^{ij}. Elementene er normalisert slik:

$$\frac{x^{ij}}{\sqrt{x^{ii}\,x^{jj}}}$$. Ved multiplikasjon med s^2 i teller og nevner ser vi at

$$\frac{\text{cov}\,(\beta_i \beta_j)}{\sqrt{\text{var}\,\beta_i\ \text{var}\,\beta_j}} = r_{ij},$$ som er den empiriske korrelasjonskoeffisient

mellom estimatorene til koeffisienten foran variabel i, β_i, og j, β_j

Vi ser at estimatene i noen grad endres når en i 3. trinn ser hele modellen under ett. Tabellen på neste side gir en oversikt over estimater og estimerte standardavvik ved 2SLS og 3SLS. Estimerte standardavvik er gitt i parentes under estimatet.

---

x) Egentlig er det elementet (4,4), men for enkelthets skyld brukes elementnummer som tilsvarer variabelnummer.

For alle koeffisientene ser vi at de estimerte standardavvik ved 3SLS er mindre enn ved 2SLS. Dette er imidlertid en følge av at 3SLS bygger på 2SLS resultatene, og er i seg selv ikke overraskende[x)].

Den vesentligste forskjell mellom en full-informasjonsmetode (3SLS) og en del-informasjonsmetode (2SLS) kommer tydelig fram ved estimering av parametrene i denne modellen. Modellen inneholder en investeringsrelasjon som er temmelig tvilsom. Dersom en av relasjonene er feilspesifisert (her antagelig investeringsfunksjonen), vil det ikke ødelegge estimatene for parametrene i de andre strukturrelasjonene når en benytter en del-informasjonsmetode. En full-informasjonsmetode derimot tar hensyn til den feilspesifiserte relasjonen ved estimering av de andre strukturrelasjonene.

---

x) Dette er nærmere behandlet i Zellner og Theil (1962) s. 63.

Relasjon	Konsumfunksjon		Investeringsfunksjon		Importfunksjon				
Estimat for:	α	β	γ	δ	α	b_1	b_2	b_3	b_4
2SLS:	-632.546	0.899114	4238.0	1.45325	-3174.51	0.565424	0.663999	0.273926	-0.0038568
	(474.308)	(0.0188938)	(739.268)	(0.421946)	(3827.97)	(1.3434)	(0.26926)	(0.510871)	(0.167356)
3SLS:	-738.361	0.902427	4054.94	1.56509	-1949.05	0.538673	0.742063	0.309731	-0.280153
	(472.902	(0.0188352)	(702.327)	(0.397696)	(3274.32)	(1.14991)	(0.231092)	(0.438069)	(0.143025)

Til sammenlikning kan det opplyses at OLS direkte på konsumfunksjonen (estimert ved hjelp av TSP) gir:

OLS:	-619.788	0.897594
	(499.173)	(0.0198828)

4.7. Estimering med restriksjon, og testing av generelle lineære hypoteser

Disse to mulighetene ved 3SLSPROG skal behandles for seg, for ikke å komplisere drøftingen foran. Vi skal se på to eksempler.
For det første skal vi estimere modellen med den restriksjon at det er proporsjonalitet mellom privat konsum og disponibel inntekt, dvs. $\alpha = 0$.
For det andre skal vi teste en hypotese om at alle marginale import-tilbøyelighetene er like, dvs. $b_1=b_2=b_3=b_4$.

Vi må gjøre to tilføyelser på problemkortet i forhold til det som er spesifisert foran. I kolonne 71-75 føres antall F-observatorer som skal beregnes. I kolonne 76-80 føres antall restriksjoner det skal tas hensyn til under estimeringen. I vårt eksempel tilføyer vi 1 i kolonne 75 og 1 i kolonne 80. Etter kontrollkort for importfunksjonen i 3. trinn legges følgende kontrollkort (se 3.4.7 og 3.4.8):

```
3 2     TESTER PÅ KOEFFISIENTENE I IMPORTRELASJONEN

 1  7 1.  1 8 -1.   2  8 1. 2  9 -1.    3  9    1.
 3 10 -1.
1 1 1   PROPORSJONALITET MELLOM KONSUM OG INNTEKT
 1  1  1.
```

I tillegg til de resultater som er gjengitt foran, får vi ut følgende:

PROB. 1
STAGE 3

ASYMPTOTIC TEST OF TESTER PÅ KOEFFISIENTENE I IMPORTRELASJONEN

3 RESTRICTION(S)...

1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.1000E 01	-0.1000E 01	0.	0.
2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.1000E 01	-0.1000E 01	0.
3	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.1000E 01	-0.1000E 01

F-STATISTIC = 0.7227E 01 WITH D.F. = (3, 51)

PROB. 1
STAGE 3

ESTIMATES SUBJECT PROPORSJONALITET MELLOM KONSUM OG INNTEKT

1 RESTRICTION(S)...

1	0.1000E 01	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

RESIDUAL COVARIANCE MATRIX

1	2	3	
2.180E 05	1.001E 04	-2.508E 04	1
	1.390E 06	3.575E 05	2
		3.433E 05	3

RESIDUAL CORRELATION MATRIX

1	2	3	
1.000E 00	1.819E-02	-9.169E-02	1
	1.000E 00	5.175E-01	2
		1.000E 00	3

PROB. 1
STAGE 3

..... RESTRICTED EFFICIENT ESTIMATES ..... PROPORSJONALITET MELLOM KONSUM OG INNTEKT

EQ. (1) DEP. VBL. 2) CP

	0) CONST.	17) QA
B	-1.11022E-16	8.73455E-01
SD	3.73067E-02	4.15857E-03
B/SD	-2.97594E-15	2.10037E 02

EQ. (2) DEP. VBL. 12) I

	0) CONST.	20) HA
B	4.03145E 03	1.58021E 00
SD	7.02370E 02	3.97733E-01
B/SD	5.73978E 00	3.97303E 00

EQ. (3) DEP. VBL. 13) B

	0) CONST.	3) CO	5) A	18) CPA	19) JA
B	-1.94498E 03	4.45604E-01	7.56534E-01	3.27973E-01	-2.93126E-01
SD	3.25552E 03	1.14334E 00	2.29800E-01	4.35608E-01	1.42200E-01
B/SD	-5.97442E-01	3.89738E-01	3.29214E 00	7.52907E-01	-2.06136E 00

COEFFICIENT COVARIANCE MATRIX

0	17	0	20	0	3	5	18	19	
1.392E-03	-5.419E-08	2.840E-05	-1.561E-08	-1.836E-04	8.445E-09	-2.308E-09	7.311E-09	1.142E-09	0
	1.729E-05	1.134E-02	4.981E-06	7.481E-03	-2.695E-06	7.365E-07	-2.333E-06	-3.645E-07	17
		4.933E 05	-2.589E 02	-6.212E 04	-4.298E 01	-1.408E 01	2.383E 01	-6.932E-01	0
			1.582E-01	4.891E 01	2.625E-02	8.602E-03	-1.456E-02	4.232E-04	20
				1.060E 07	8.744E 02	7.029E 02	-1.222E 03	3.373E 01	0
					1.307E 00	-1.386E-02	-3.247E-01	1.661E-02	3
						5.281E-02	-6.771E-02	-1.207E-03	5
							1.898E-01	-1.844E-02	18
								2.022E-02	19

COEFFICIENT CORRELATION MATRIX

0	17	0	20	0	3	5	18	19	
1.000E 00	-3.493E-04	1.084E-06	-1.052E-06	-1.512E-06	1.980E-07	-2.692E-07	4.499E-07	2.153E-07	0
	1.000E 00	3.882E-03	3.011E-03	5.526E-04	-5.668E-04	7.707E-04	-1.288E-03	-6.163E-04	17
		1.000E 00	-9.269E-01	-2.717E-02	-5.352E-02	-8.723E-02	7.787E-02	-6.940E-03	0
			1.000E 00	3.778E-02	5.773E-02	9.412E-02	-8.403E-02	7.483E-03	20
				1.000E 00	2.349E-01	9.395E-01	-8.617E-01	7.286E-02	0
					1.000E 00	-5.274E-02	-6.519E-01	1.021E-01	3
						1.000E 00	-6.764E-01	-3.695E-02	5
							1.000E 00	-2.977E-01	18
								1.000E 00	19

Vi får først ut matrisen av restriksjoner, C-matrisen i avsnitt 2.3. Det er en (3x10) matrise. Antall linjer i matrisen er lik antall restriksjoner på systemet, antall kolonner er lik antall parametre.

Vår hypotese var $b_1=b_2=b_3=b_4$

Dette kan skrives:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ a \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1-b_2 \\ b_2-b_3 \\ b_3-b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

Dette impliserer $b_1=b_2=b_3=b_4$

F-observatoren, definert i (2.17) er 7.227 med (3,51) frihetsgrader. En approksimativ test med f.eks. nivå 1% gir forkastning av hypotesen om at alle koeffisienter i importrelasjonen er like. Når vi estimerer systemet med bare én restriksjon, kan restriksjonene uttrykkes med en linjevektor. Restriksjoner på koeffisientene mellom ligningene, behandles på samme måten som restriksjoner på koeffisientene innen en ligning.

Av rent tekniske årsaker er konstantleddet i konsumfunksjonen skrevet som -1.11022E-16. Dette er en tilnærmelse, avviket fra 0 er uten praktisk betydning.

Restriksjonen påvirker de estimerte verdier av koeffisientene. Sammenliknet med 3SLS uten restriksjoner synker f.eks. den marginale konsumtilbøyelighet fra 0.902 til 0.873.

Estimering med restriksjoner bør kunne utnyttes i flere sammenhenger. Ved estimering av komplette systemer av konsumetterspørselsrelasjoner gir 3SLSPROG mulighet for å ta vare på de a priori restriksjoner som ligger på systemet.

En advarsel til slutt:

Økonometriske regnemaskinprogrammer gir mange muligheter for å manipulere med data. Resultatene blir imidlertid ikke bedre enn dataene og den bakenforliggende teori tillater, uansett hvor avanserte økonometriske metoder en benytter.

5. REFERANSER

Johnston (1972): _Econometric Methods_, New York 1972

Malinvaud (1970): _Statistical Methods of Econometrics_, Amsterdam 1970

Theil (1961): _Economic Forecasts and Policy_, Amsterdam 1961

Zellner (1962): "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias". _Journal of American Statistical Association. June 1962_

Zellner and Theil (1962): "Three-stage Least Squares: Simultaneous Estimation of Simultaneous Equations". _Econometrica Vol 30, no. 1 1962_