

# Arbeidsnotater

S T A T I S T I S K S E N T R A L B Y R Å

OSLO: Postboks 8131 Dep, Oslo 1  
Tlf. (02) \*41 38 20

KONGSVINGER: Postboks 510, Stasjonssida, 2201 Kongsvinger  
Tlf. (066) \*14 988

IO 78/26

9. oktober 1978

## STATISTISK SENTRALBYRAS BEFOLKNINGSPROGNOSEMODEL: TEKNISK DOKUMENTASJON AV FRAMSKRIVINGSMODELLEN 1977

av

Knut Ø. Sørensen\*

### INNHold

	Side
1. Innledning .....	1
2. Framskrivingsmodellen for de primære prognoseregionene .....	1
2.1. Generelt .....	1
2.2. Symbolliste .....	1
2.3. Framskrivingsrelasjoner .....	3
2.4. Rateberegninger .....	5
2.5. Diverse .....	8
3. Nedbryting av framskrivningen for de primære prognoseregionene til kommunenivå .....	8
3.1. Generelt .....	8
3.2. Symbolliste .....	9
3.3. Formler .....	10
3.3.1. Alternativ uten flytting .....	10
3.3.2. Alternativ med flytting .....	11
3.4. Rateberegninger .....	13
3.5. En del egenskaper ved nedbrytingsmodellen .....	14
3.5.1. Konsistensegenskaper .....	14
3.5.2. Sammenhengen mellom framskrivningen 1977 uten flytting og en framskrivning uten flytting direkte på kommunenivå .....	15
3.5.3. Tolkningsproblemer for anslagene for bruttoinnflytting i nedbrytingsmodellen .....	16
3.5.4. Nærmere om betydningen av anslagene for inn- og utflytting i nedbrytingsmodellen .....	17
3.6. Tillempninger ved alternativ nedbryting i samarbeid med fylkene .....	18
Referanser .....	20

Jeg vil takke Arne Rideng, Per Sevaldson og Kjetil Sørli, som har lest gjennom manuskriptet og gitt nyttige kommentarer.

*Ikke for offentliggjøring. Dette notat er et arbeidsdokument og kan siteres eller refereres bare etter spesiell tillatelse i hvert enkelt tilfelle. Synspunkter og konklusjoner kan ikke uten videre tas som uttrykk for Statistisk Sentralbyrås oppfatning.*

## 1. INNLEDNING

Statistisk Sentralbyrå utarbeidet en ny regional befolkningsframskriving i 1977. Den forrige framskrivingen, i 1975, ble beskrevet i en artikkel (Artikkel 80), som ga en forholdsvis teknisk dokumentasjon av framskrivingsmodellen (se Sørensen (1975)). Det er nå nødvendig å ajourføre denne dokumentasjonen.

Framskrivingsmodellen er siden sist blitt endret på en rekke punkter. Vi tar nå hensyn til inn- og utvandring. Modellens 2. trinn, nedbrytingen fra de primære prognoseregionene til kommuner, er helt ny. Dessuten er det foretatt justeringer når det gjelder dødsrater og avrundingsregler.

Inndelingen i primære prognoseregioner er den samme som i forrige framskriving. Den er gjengitt som vedlegg 2 i Sørensen (1975).

Det vil senere bli gitt ut en artikkel med mer summarisk presentasjon av framskrivingsmodellen. Den artikkelen vil bli mindre teknisk preget enn dette notatet. Vi vil i artikkelen også legge vekt på å presentere visse hovedtrekk ved framskrivingsresultatene.

## 2. FRAMSKRIVINGSMODELLEN FOR DE PRIMÆRE PROGNOSEREGIONENE

### 2.1. Generelt

Framskrivingen tar utgangspunkt i folkemengden slik den var registrert i det sentrale personregisteret ved utgangen av 1976. Folkemengden framskrives ved år for år å anslå størrelsen av de demografiske endringskomponentene fødsler og dødsfall, og dessuten (i alternativ med flytting) inn- og utflytting for hver primære prognoseregion (p.p.-region).

For personer som var i live ved inngangen til et år, anslås antall døde og utflyttere ved å anvende rater som er spesifikke for hvert kjønn, hver ettårig aldersklasse og region. Innflyttere fordeles på regioner i samme forholdsvis som de observerte tall i en basisperiode. Regionfordelingen er spesifikk for hvert kjønn og hver ettårig aldersklasse.

De regionale utflyttingsratene gjelder all flytting ut av regionen, både innenlandsk flytting og flytting til utlandet. Bruttoutvandring anslås for Norge under ett ved hjelp av utvandringsrater. Bruttoutvandring tillagt en antatt størrelse på nettoinnvandringen gir anslaget på bruttoinnvandringen, som fordeles på kjønn og alder i samme forhold som observert i en basisperiode. Tall på innflyttere til fordeling på regionene, fås så for hver kjønns- og aldersklasse ved å legge bruttoinnvandringen til den innenlandske flyttingen.

Fødte i løpet av framskrivingsåret blir anslått ved å anvende alders- og regionspesifikke fruktbarhetsrater på bestanden av kvinner i fødedyktig alder (15 - 44 år). Antallet av de nyfødte som dør innen utløpet av fødselsåret blir anslått ved hjelp av en egen dødsrate.

Framskrivingstall for fylker og landet som helhet fås ved å aggregere tallene for primære prognoseregioner. I modellens første trinn får vi likevel bare tall for Oslo og Akershus under ett, siden disse to fylkene er én primær prognoseregion.

### 2.2. Symbolliste

Primær prognoseregion (forkortet til p.p.-region) angis med fotskriften  $r$  ( $r$  = region). Størrelser uten fotskrift gjelder hele landet.

Alder betegnes med indeksen  $x$ . Med alder menes det her differansen i år mellom observasjons- (eller framskrivings-) år og fødselsår, dvs. alder i fylte år ved utgangen av kalenderåret.

Kalenderåret betegnes med indeks  $t$  ( $t$  = tid). For å forenkle skiller vi ikke mellom framskrevne og observerte størrelser på annen måte enn at en indeks  $t$  for  $t = 1977$  eller senere viser at det dreier seg om en framskrevet størrelse, mens en indeks  $t$  som er mindre enn 1977 viser til observerte størrelser.

I formlene er det brukt indeksen  $J$  for å betegne kjønn. Indeksen  $J$  kan da ta en av de to verdiene  $M$  for menn og  $K$  for kvinner.

i. Symboler som betegner antall personer

- $L_r(x,t,M)$  er antall  $x$  år gamle menn i p.p.-region  $r$  den 31/12 i år  $t$ ;  $x = 0,1,\dots,99$ . Den øvre aldersgruppen omfatter personer som er 99 år og eldre.
- $L_r(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.
- $B_r(x,t)$  er antall barn født i år  $t$  i p.p.-region  $r$  av mødre som selv var født i år  $(t - x)$ ;  $x = 15,\dots,44$ .
- $B_r(t)$  er antall levendefødte i år  $t$  i p.p.-region  $r$ .
- $B_r(t,M)$  er antall levendefødte gutter i år  $t$  i p.p.-region  $r$ .
- $B_r(t,K)$  er det tilsvarende antall jenter.
- $D_r(0,t,M)$  er antall gutter som dør i fødselsåret  $t$  i p.p.-region  $r$ .
- $D_r(0,t,K)$  er det tilsvarende antall jenter.
- $D_r(x,t,M)$  er antall dødsfall i år  $t$  i p.p.-region  $r$  blant menn som var født i år  $t - x$ ;  $x = 1,2,\dots,99$ .
- $D_r(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.
- $D_r(100,t,M)$  er antall dødsfall i år  $t$  i p.p.-region  $r$  blant menn som var født år  $t - 100$  eller før.
- $D_r(100,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.
- $U_r(x,t,M)$  er antall menn som flytter ut fra p.p.-region  $r$  i år  $t$ , og som var født i år  $t - x$ ;  $x = 0,1,\dots,69$ . (Omfatter både innenlandske flyttere og utvandrere.) Det regnes ikke med flytting for personer på 70 år eller eldre.
- $U_r(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.
- $U'(x,t,M)$  er antall menn i alder  $x$  som utvandrer i år  $t$ ;  $x = 0,1,\dots,69$ .
- $U'(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.
- $I'(x,t,M)$  er antall menn i alder  $x$  som flytter inn til p.p.-region  $r$  i løpet av år  $t$ ;  $x = 0,1,\dots,69$ . (Omfatter både innenlandske flyttere og utvandrere.)
- $I_r(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.
- $I(x,t,M)$  er summen av innenlandske flyttere og innvandrere for menn i alder  $x$  i år  $t$ ;  $x = 0,1,\dots,69$ .
- $I(x,t,K)$  er tilsvarende tall for kvinner.
- $I'(x,t,M)$  er antall menn i alder  $x$  som innvandrer fra utlandet i løpet av år  $t$ ;  $x = 0,1,\dots,69$ .
- $I'(x,t,K)$  er tilsvarende tall for kvinner.
- $I'(t)$  er antall innvandrere til Norge i år  $t$ .
- $N$  er total årlig netto-innvandring fra utlandet.

ii. Symboler som betegner parametre

- $q(x,M)$  er sannsynligheten for at en mann skal dø i det kalenderår da han er  $x$  år (ifølge vår aldersdefinisjon), når han lever ved begynnelsen av året;  $x = 1,2,\dots,99$ .
- $q(x,K)$  er den tilsvarende størrelse for kvinner.
- $q(100,M)$  er sannsynligheten for at en mann som var 99 år eller eldre ved begynnelsen av et år, skal dø i løpet av året.
- $q(100,K)$  er den tilsvarende størrelsen for kvinner.

- $q(0,M)$  er sannsynligheten for at et levendefødt guttebarn dør i løpet av det kalenderår da han blir født.
- $q(0,K)$  er den tilsvarende størrelsen for jenter.
- $f_r(x,t)$  er forventet antall barn som fødes i år  $t$  av kvinner i p.p.-region  $r$  som selv var født i år  $t - x$ ;  $x = 15, \dots, 44$ .
- $c_M$  er sannsynligheten for at et barn som fødes, er en gutt (guttefødselskvotienten).
- $c_K$  er den tilsvarende størrelsen for jenter ( $c_M + c_K = 1$ ).
- $u_r(x,M)$  er sannsynligheten for at en mann skal flytte ut fra p.p.-region  $k$  i det kalenderår da han er  $x$  år (ifølge vår aldersdefinisjon);  $x = 0, \dots, 69$ .
- $u_r(x,K)$  er den tilsvarende størrelsen for kvinner.
- $i_r(x,M)$  er den betingede sannsynligheten for at en  $x$  år gammel mann skal bo i p.p.-region  $r$  den 31/12 et år, gitt at han flyttet mellom p.p.-regioner eller inn fra utlandet det året;  $x = 0, 1, \dots, 69$ . ( $\sum_r i_r(x,M) = 1$ ).
- $i_r(x,K)$  er den tilsvarende størrelsen for kvinner.
- $u'(x,M)$  er sannsynligheten for at en  $x$  år gammel mann skal utvandre fra Norge;  $x = 0, 1, \dots, 69$ .
- $u'(x,K)$  er den tilsvarende størrelsen for kvinner.
- $i'(x,J)$  er sannsynligheten for at en innvandrер skal være  $x$  år og være av kjønn  $J$ ;  $x = 0, 1, \dots, 69$ ,  $J = M$  (for menn),  $K$  (for kvinner). ( $\sum_x i'(x,M) + \sum_x i'(x,K) = 1$ )

Symbolet  $\hat{q}(x)$  betegner en estimator for sannsynligheten  $q(x)$ . Tilsvarende for de andre parametrene. Spesielt tilsvarende  $\hat{u}_r(x,M)$  og  $\hat{u}_r(x,K)$  det som kalles utflyttingsrater, mens  $\hat{i}_r(x,M)$  og  $\hat{i}_r(x,K)$  tilsvarende innflyttingsandelene.  $\hat{f}_r(x,t)$  kaller vi fruktbarhetsrater,  $\hat{q}(x,M)$  og  $\hat{q}(x,K)$  dødsrater, og  $\hat{u}'(x,K)$  og  $\hat{u}'(x,M)$  kalles utvandringsrater.

### 2.3. Framskrivingsrelasjoner

Indeksen  $t$  (for kalenderår) gjennomløper her hvert år fra  $t = 1976$  til  $t = 2009$ .

#### i. Fødsler

Antall (levende-)fødte finnes ved å multiplisere antall kvinner i fødedyktig alder ved begynnelsen av året med de tilsvarende fruktbarhetsratene

$$(1) \quad B_r(t+1) = \sum_{x=15}^{44} \hat{f}_r(x,t+1) \cdot L_r(x-1,t,K)$$

Fødslene fordeles på gutter og jenter i samme forhold som observert i perioden 1968-1975.

$$(2a) \quad B_r(t+1,M) = \hat{c}_M \cdot B_r(t+1)$$

$$(2b) \quad B_r(t+1,K) = \hat{c}_K \cdot B_r(t+1)$$

#### ii. Dødsfall

Dødsfallene beregnes ved å multiplisere antall personer ved begynnelsen av året med de tilhørende dødsratene.

$$(3a) \quad D_r(x,t+1,J) = \hat{q}(x,J) \cdot L_r(x-1,t,J); \quad J = M,K \\ x = 1, \dots, 100$$

$$(3b) \quad D_r(0,t+1,J) = \hat{q}(0,J) \cdot B_r(t+1,J); \quad J = M,K$$

### iii. De nye bestandene i alternativ uten flytting

Når vi ser bort fra flytting, er det bare fødsler og dødsfall som påvirker utviklingen i folketallet. Antall personer i én bestemt alder ved utgangen av et framskrivingsår er lik antall personer på et alderstrinn lavere ved utgangen av året før, minus de av dem som dør i løpet av framskrivingsåret.

$$(4a) \quad L_r(x, t+1, J) = L_r(x-1, t, J) - D_r(x, t+1, J); \quad J = M, K \\ x = 1, \dots, 98$$

For aldersgruppen 99 år og over, må vi også trekke inn overlevende blant de som var 99 år og over ved begynnelsen av året.

$$(4b) \quad L_r(99, t+1, J) = L_r(98, t, J) - D_r(99, t+1, J) + L_r(99, t, J) - D_r(100, t+1, J); \quad J = M, K$$

For å finne det nye antallet null-åringer må vi ta utgangspunkt i de som blir født i løpet av året og trekke fra de av dem som dør i løpet av det samme året.

$$(4c) \quad L_r(0, t+1, J) = B_r(t+1, J) - D_r(0, t+1, J); \quad J = M, K$$

### iv. Utflytting

Vi regner ikke med inn- eller utflytting for personer som er 70 år eller eldre. For de øvrige aldersgruppene er utflyttingen beregnet ved å multiplisere antall personer med inngangen av året med tilhørende flytterater. Utflyttingen omfatter både innenlandsk flytting og utvandring.

$$(5a) \quad U_r(x, t+1, J) = \hat{U}_r(x, J) \cdot L_r(x-1, t, J); \quad J = M, K \\ x = 1, \dots, 69$$

$$(5b)' \quad U_r(0, t+1, J) = \hat{U}_r(0, J) \cdot \hat{B}_r(t+1, J); \quad J = M, K$$

### v. Inn- og utvandring

Det er sett bort fra inn- og utvandring for personer som er 70 år eller eldre. Egne beregninger av inn- og utvandring foregår bare for landet under ett.

Utvandringen finnes ved å anvende utvandringsratene på bestanden av personer ved begynnelsen av framskrivingsåret.

$$(6a) \quad U'(x, t+1, J) = \hat{U}'(x, J) \cdot L(x-1, t, J); \quad J = M, K \\ x = 1, \dots, 99$$

$$(6b) \quad U'(0, t+1, J) = \hat{U}'(0, J) \cdot B(t+1, J); \quad J = M, K$$

$$\text{Her er } L(x-1, t, J) = \sum_r L_r(x-1, t, J)$$

$$B(t+1, J) = \sum_r B_r(t+1, J)$$

Når antall utvandrere er beregnet, finnes total innvandring ved å legge netto-innvandringen til den samlede størrelsen på utvandringen.

$$(7) \quad I'(t+1) = N + \sum_{x=0}^{69} \sum_{J=M, K} U'(x, t+1, J)$$

Innvandrerne fordeles så på kjønn og alder i samsvar med den tilsvarende fordelingen i basisperioden. (1973-1976).

$$(8) \quad I'(x,t+1,J) = \hat{i}'(x,J) \cdot I'(t+1); \quad J = M,K \\ x = 0,1,\dots,69$$

#### vi. Innflytting

Vi ser bort fra innflytting for personer i alderen 70 år og over.

Innflyttingen omfatter både innenlandsk flytting og innvandring. Innenlandsk flytting kan regnes ved å summere utflyttingen beregnet i ligning 5, og trekke fra utvandringen. Deretter må vi legge til innvandringen.

$$(9) \quad I(x,t+1,J) = \sum_r U_r(x,t+1,J) - U'(x,t+1,J) + I'(x,t+1,J); \quad J = M,K \\ x = 0,1,\dots,69$$

Innflyttingen fordeles så på de primære prognoseregioner ved å bruke innflyttingsandelene.

$$(10) \quad I_r(x,t+1,J) = \hat{i}_r(x,J) \cdot I(x,t+1,J); \quad J = M,K \\ x = 0,1,\dots,69$$

#### vii. De nye bestandene i alternativene med flytting

De nye bestandene finnes som i tilfellet uten flytting, bortsett fra at vi nå må legge til innflytterne og trekke fra utflytterne. For personer i alder 70 år og over, er både antall utflyttere og antall innflyttere satt lik null. Gruppen "99 år og over" er behandlet som i alternativet uten flytting.

$$(11a) \quad L_r(x,t+1,J) = L_r(x-1,t,J) - D_r(x,t+1,J) - U_r(x,t+1,J) + I_r(x,t+1,J); \quad J = M,K \\ x = 1,\dots,98$$

$$(11b) \quad L_r(0,t+1,J) = B_r(t+1,J) - D_r(0,t+1,J) - U_r(0,t+1,J) + I_r(0,t+1,J); \quad J = M,K$$

$$(11c) \quad L_r(99,t+1,J) = L_r(98,t,J) - D_r(99,t+1,J) + L_r(99,t,J) - D_r(100,t+1,J); \quad J = M,K$$

### 2.4. Rateberegninger

#### i. Fruktbarhetsrater

Ratene er basert på observasjoner for årene 1973-1976. Ellers er framgangsmåten ved beregning og glatting av ratene den samme som ved forrige framskrivning. Først har vi beregnet et sett av "rå-rater" ut fra de tilsvarende observerte ratene i basisperioden.

$$\hat{f}_r(x) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} B_r(x,t)}{\sum_{t=1973} 0,5 \cdot [L_r(x-1,t-1,K) + L_r(x,t,K)]}; \quad x = 15,\dots,44$$

Ved beregningen av råratene har vi slått sammen endel av de minste primære prognoseregionene for å få et tilfredsstillende antall observasjoner bak hver rate. Vi har derfor 60 regioner ved rateberegningen. En liste over hvilke regioner som er slått sammen kan finnes i vedlegg 3 i artikkel 80. (Sørensen (1975) s. 43).

For å utjevne virkningene av at noen årsklasser i et område av tilfeldige årsaker kan ha fått svært høye eller svært lave fødselsrater i observasjonsperioden, er råratene for hvert av de 60 områdene glattet ved hjelp av Hadwigerfunksjonen. Parametrene i denne funksjonen er estimert på grunnlag av råratene, slik som forklart av Hoem et.al. (1974) og av Berge og Hoem (1974). De glattede ratene er deretter beregnet ved hjelp av de estimerte Hadwigerparametrene.

Hadwigerfunksjonen beskriver utviklingen i fruktbarhetsratene som funksjon av alderen ved hjelp av bare fire parametre. Dette, sammen med sammenslåingen av p.p.-regionene, er en måte å møte problemet med små datagrunnlag på, samtidig som en får ta hensyn til regionale forskjeller i fruktbarheten.

Tilpassingen av fruktbarhetsnivået er endret litt i forhold til forrige framskriving. For å få fruktbarhetsrater med samme nivå som fruktbarheten i 1976, (fruktbarhetsalternativet H) er alle fruktbarhetsratene multiplisert med samme korreksjonsfaktor. Denne korreksjonsfaktoren er lik forholdet mellom samlet fruktbarhetstall i 1976 og gjennomsnittlig samlet fruktbarhetstall i basisperioden.

Tilpassningen av fruktbarheten til alternativ L skjer tilsvarende, med lik prosentvis reduksjon i alle regioner og for alle aldre.

Kjønnskvoientene  $c_M$  og  $c_K$  er estimert ut fra observasjoner for perioden 1968-1975.

## ii. Dødsrater

Ved forrige framskriving tok vi utgangspunkt i dødsrater der alderen ble beregnet som alder ved dødstidspunktet. (Se Sørensen (1975, s. 14-16)). I framskrivingen er alderen definert som kalenderår minus fødselsår, slik at ratene måtte regnes om. Vi har nå tatt utgangspunkt i rater med vår aldersdefinisjon fra starten av. Bortsett fra aldersdefinisjonen, er beregningsmåten beskrevet i vedlegg 1 i Statistisk Sentralbyrå (1978).

De beregnede råratene er glattet ved hjelp av glidende gjennomsnitt. Metoden er nærmere beskrevet av Haldorsen (1974).

Dødsratene er beregnet ut fra årene 1974 og 1975. Alle dødsratene er senket med to prosent før de er brukt i framskrivingen.

Dødsraten for gruppen 100 år og over er satt til 0,7.

## iii. Utflyttingsrater

Basisperioden er 1973-1976. Utflyttingsratene omfatter både innenlandsk flytting og utvandring.

Det er ikke gjort forsøk på glatting eller på å legge inn trender i flyttetilbøyelighetene. En person som har meldt flere flyttinger i år  $n$ , er regnet som utflytter dersom vedkommende ikke flyttet til utgangsregionen i løpet av året. En slik person blir regnet som innflytter til den primære prognoseregionen som var bostedet den 31/12 i år  $n$ .

Utflyttingsratene er beregnet ved å sette antall utflyttere i hver kohort et år i forhold til kohortens størrelse ved inngangen av året.

Det er sett bort fra flytting for personer som er 70 år eller eldre.

$$\hat{u}_r(x, J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} U_r(x, t, J)}{\sum_{t=1973}^{1976} L_r(x-1, t-1, J)}; \quad \begin{matrix} J = M, K \\ x = 1, \dots, 69 \end{matrix}$$

$$\hat{u}_r(0, J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} U_r(0, t, J)}{\sum_{t=1973}^{1976} B_r(t, J)}; \quad J = M, K$$

## iv. Innflyttingsandeler

Basisperioden er 1973-1976. Siden innflyttingsandelene omfatter både innenlandsk flytting og innvandring, avviker formelen litt fra den forrige formelen som er gjengitt i artikkel 80. Innflyttingsandelene er estimert ved:

$$\hat{i}_r(x, J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} I_r(x, t, J)}{\sum_{t=1973}^{1976} I(x, t, J)}; \quad \begin{matrix} J = M, K \\ x = 0, 1, \dots, 69 \end{matrix}$$

v. Utvandringsrater og kjønns- og aldersfordeling for (brutto-) innvandringen

Også her er basisperioden 1973-1976. En vurdering av inn- og utvandringsrelasjonene er gitt i kapittel 4 i Sørensen (1977).

Ratene for utvandring og aldersfordelingen for innvandrere er i store trekk beregnet som de tilsvarende rater og aldersfordelingen som gjaldt i basisperioden under ett.

Ved beregningen av utvandringsratene er det forutsatt like rater for begge kjønn i aldrene 0-15 år. Det samme gjelder aldersgruppen 50-54 år.

$$\hat{u}'(0,J) = \frac{\sum_{i=M,K} \sum_{t=1973}^{1976} U'(0,t,i)}{1976 \sum_{t=1973} \sum_r B_r(t)}; J = M,K$$

$$\hat{u}'(x,J) = \frac{\sum_{i=M,K} \sum_{t=1973}^{1976} U'(x,t,i)}{1976 \sum_{i=M,K} \sum_{t=1973} L(x-1,t-1,i)}; J = M,K, x = 1, \dots, 15, 50, \dots, 54$$

For aldersgruppene 16-49 år er utvandringsratene ikke glattet.

$$\hat{u}'(x,J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1977} U'(x,t,J)}{1977 \sum_{t=1973} L(x-1,t-1,J)}; J = M,K, x = 16, \dots, 49$$

Vi har regnet med at utvandringsratene er uavhengig av alder og kjønn innen hver av aldersgruppene 55-59 år, 60-64 år og 65-69 år. Det er sett bort fra flytting for personer i alderen 70 år og eldre.

$$\hat{u}'(x,J) = \frac{\sum_{i=M,K} \sum_{t=1973}^{1976} \sum_{n=1}^{l+4} U'(n,t,i)}{1976 \sum_{i=M,K} \sum_{t=1973} \sum_{n=1}^{l+4} L(n-1,t-1,i)}; J = M,K, x = 55, \dots, 69$$

$l = 55 \text{ for } x = 55, \dots, 59$   
 $l = 60 \text{ for } x = 60, \dots, 64$   
 $l = 65 \text{ for } x = 65, \dots, 69$

Aldersfordelingen for innvandrene er glattet etter de samme prinsippene som utvandringsratene. 0 og 1-åringene er imidlertid holdt utenfor glattingen, siden det er en markert overvekt av jenter blant innvandrerne i disse aldrene.

$$\hat{i}'(x,J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} I'(x,t,J)}{1976 \sum_{t=1973} I'(t)}; J = M,K, x = 0, 1, 16, \dots, 49$$

Det er forutsatt at fordelingen på ettårige aldersklasser innen aldersgruppen 2-15 år er lik for kvinner og menn. En tilsvarende forutsetning er gitt for aldersgruppen 50-54 år.

$$\hat{i}'(x,J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} \sum_{n=2}^{15} I'(n,t,J)}{1976 \sum_{t=1973} I'(t)} \cdot \frac{\sum_{t=1973} \sum_{i=M,K} I'(x,t,i)}{1976 \sum_{i=M,K} \sum_{n=2}^{15} I'(n,t,i)}; J = M,K, x = 2, \dots, 15$$



$$\hat{i}'(x,J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} \sum_{n=50}^{54} I'(n,t,J)}{\sum_{t=1973}^{1976} I'(t)} \cdot \frac{\sum_{t=1973}^{1976} \sum_{i=M,K} I'(x,t,i)}{\sum_{t=1973}^{1976} \sum_{i=M,K} \sum_{n=50}^{54} I'(n,t,i)}; \quad \begin{matrix} J = M,K \\ x = 50, \dots, 54 \end{matrix}$$

Innen hver av aldersgruppene 55-59 år, 60-64 år og 65-69 år, er dessuten fordelingen av innvandrene på ettårige aldersklasser forutsatt uavhengig av alder.

$$\hat{i}'(x,J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} \sum_{n=1}^{l+4} I'(n,t,J)}{\sum_{t=1973}^{1976} I'(t)} \cdot \frac{1}{5}; \quad \begin{matrix} J = M,K \\ x = 55, \dots, 69 \\ l = 55 \text{ for } x = 55, \dots, 59 \\ l = 60 \text{ for } x = 60, \dots, 64 \\ l = 65 \text{ for } x = 65, \dots, 69 \end{matrix}$$

Det er sett bort fra innvandring av personer i alderen 70 år og over.

## 2.5. Diverse

Av øvrige endringer i modellens første trinn, vil vi nevne at vi har et nytt sett avrundingsrelasjoner. Alle resultater i framskrivningen blir nå avrundet til heltall før neste framskrivningsår blir beregnet.

Avrundingsrelasjonene er lagd slik at avrundingsfeilene ikke skal hope seg opp i samme region hverken når vi ser på alle aldre for ett gitt år, eller for samme region over flere år. Avrundingsrelasjonene vil bli dokumentert i et eget notat (Sørli (1979)).

## 3. NEDBRYTING AV FRAMSKRIVNINGEN FOR DE PRIMÆRE PROGNOSEREGIONENE TIL KOMMUNENIVA

### 3.1. Oversikt

I annet trinn av framskrivningen blir tallene for hver av de primære prognoseregionene fordelt på de kommuner regionen omfatter. Tall for de primære prognoseregionene vil foreligge som resultat av første trinn. Fordelingsprosessene er noe forskjellig for de forskjellige aldersgrupper, men er alle avstemt slik at sum av tall fra kommunene i en region vil stemme med det gitte tall for hele regionen for såvel kvinner som menn i alle aldersklasser. For 0-åringer og for aldersklassene 50 år og over blir framgangsmåten den samme for beregningsalternativene med og uten flytting. Tallet på nyfødte, aldersklassen 0 år, beregnes for hver kommune ved å anvende et sett av aldersspesifikke fruktbarhetsrater på de kvinner som er bosatt i kommunen i et gitt år. Disse fruktbarhetsratene stemmer ikke helt overens med de ratene som brukes for prognoseregionen i trinn 1. Derfor må tallene for 0-åringer i kommunen avstemmes, slik at summen av 0-åringer i kommunene stemmer med tallet for prognoseregionen under ett. For aldersgruppen 50 år og over er flyttingene av liten betydning. Her forutsettes derfor at nettoflyttingene og dødsfallene ikke vil endre de enkelte kommuners andel av prognoseregionens befolkning i en gitt aldersklasse. En kommunes andel av f.eks. 58-åringene et år, settes da lik samme kommunes andel av 57-åringene året før. I beregningsalternativer uten flytting går vi fram på samme måte også for aldersklassene mellom 0 og 50 år. I alternativer med flytting blir tall for aldersklassene mellom 0 og 50 år beregnet ved at vi tar for oss de fire gruppene: menn og kvinner 1-15 år, menn 16-24 år, kvinner 16-24 år og menn og kvinner 25-49 år. For hver av disse gruppene beregnes tall for utgangen av et framskrivningsår ved å anvende en netto vekstrate på antallet i gruppen ved årets begynnelse. Vekstratene er beregnet på grunnlag av befolkningsutviklingen i den enkelte kommune i perioden 1973-1976, men blir justert slik at forskjellene i vekstrater mellom kommunene i en prognoseregion reduseres med 7 prosent hvert år fra 1978 av, og slik at endringstallene for hver prognoseregion stemmer med dem som følger av beregningene på første trinn. Fordelingen på hver enkelt aldersklasse i

den enkelte kommune finnes deretter ved å ta hensyn til de demografiske endringsfaktorene dødsfall, utflytting og innflytting.

Mens nedbrytingen for 0-åringer og for aldersgruppen 50 år og over, og i alternativet uten flytting også for aldrene 1-49 år skjer på samme måte som i forrige framskrivning, er framgangsmåten for aldrene 1-49 år i tilfellet med flytting helt ny.

I beskrivelsen som følger tenker vi oss at vi ser på nedbrytingen for en gitt primær prognose-region. Formlene er de samme for alle regioner. Noen regioner består av bare en kommune. For disse primære prognoseregionene er det selvsagt ikke behov for noen nedbryting. I beskrivelsen forutsetter vi derfor at det er to eller flere kommuner i regionen.

### 3.2. Symbolliste

Kommune betegnes med fotskrift  $k$ . Størrelser uten slik fotskrift gjelder for hele p.p.-regionen under ett. For øvrig er symbolene bygget opp analogt med symbolene til modellens 1.trinn.

Alder er definert som kalenderår ( $t$ ) minus fødselsår, (dvs. alder ved utgangen av året) og betegnes med indeksen  $x$ . Vi har tre aldersgrupper i modellen; 1-15 år, 16-24 år og 25-49 år. Vi lar indeksen  $z$  betegne aldersgruppe, og  $z_{-1}$  aldersgruppen forskjøvet ett år, dvs. 0-14 år, 15-23 år og 24-48 år. Når "aldersgruppe" ( $z$  eller  $z_{-1}$ ) innsettes for alder ( $x$ ), skal symbolet gjelde alle aldre i aldersgruppen under ett.

I formlene er det som før brukt bokstaven  $J$  som indeks for kjønn.  $J$  kan ta verdiene  $M$  (for menn) eller  $K$  (for kvinner).

#### i. Symboler som betegner antall personer

- $L_k(x,t,M)$  er antall  $x$  år gamle menn i kommune  $k$  den 31/12 i år  $t$ ;  $x = 0,1,\dots,99$ . Den øvre aldersgruppen omfatter personer som er 99 år og eldre.
- $L_k(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.
- $B_k(t)$  er antall levendefødte i år  $t$  i kommune  $k$ .
- $A_k(x,t,M)$  er samlet avgang ved dødsfall og utflytting for kommune  $k$  av menn i alder  $x$  i år  $t$ ;  $x = 1,\dots,49$ .
- $A_k(x,t,K)$  er den tilsvarende størrelse for kvinner.
- $I(x,t,M)$  er et anslag på brutto innflytting til p.p.-regionen av menn i alder  $x$  i år  $t$ ;  $x = 1,\dots,49$ .
- $I(x,t,K)$  Tilsvarende anslag for kvinner.
- $I_k(z,t,M)$  er et anslag på brutto-innflytting til kommune  $k$  av menn i aldersgruppe  $z$  i år  $t$ ;  $z = 1,2,3$ .
- $I_k(z,t,K)$  er tilsvarende anslag for kvinner.

#### ii. Symboler som betegner parametre

- $f_k(x)$  er en fruktbarhetsrate for kvinner i alder  $x$  i kommune  $k$ ;  $x = 15,\dots,44$ . (Dette er et annet sett fruktbarhetsrater enn de som ble definert i framskrivningsmodellens første trinn.)
- $q(x,M)$  er dødsraten for menn i alder  $x$ ;  $x = 1,\dots,49$ . Dette er de samme dødsratene som er brukt i framskrivningens første trinn.
- $q(x,K)$  er tilsvarende rate for kvinner.
- $u(x,M)$  er utflyttingsrate for flytting ut av bostedskommunen for  $x$  år gamle menn i p.p.-regionen;  $x = 1,\dots,49$ . Denne raten er ikke lik den tilsvarende raten for samme p.p.-region i framskrivningens første trinn, siden den omfatter flytting også mellom kommuner innen regionen.

- $u(x,K)$  er den tilsvarende raten for kvinner.
- $u_k(x,M)$  er utflyttingsrate for  $x$  år gamle menn i kommune  $k$ ;  $x = 1, \dots, 49$ . Omfatter innenlandsk flytting, også flytting til andre kommuner i samme p.p.-region, og utvandring.
- $u_k(x,K)$  er tilsvarende rate for kvinner.
- $r_k(z,M)$  Årlig vekstprosent i basisperioden for menn i kommune  $k$  i aldersgruppe  $z$ ;  $z = 1, 2, 3$ .
- $r_k(z,K)$  er tilsvarende vekstproducent for kvinner.
- $p_k(z,t,M)$  er justert vekstprosent i år  $t$  for menn i kommune  $k$  som tilhørte aldersgruppe  $z$ ;  $z = 1, 2, 3$ .
- $p_k(z,t,K)$  er tilsvarende vekstprosent for kvinner.
- $m(z,t,M)$  er en korreksjonsfaktor til vekstprosentene for menn i aldersgruppe  $z$  i p.p.-regionen.
- $m(z,t,K)$  er tilsvarende størrelse for kvinner.
- $\gamma$  dempningsfaktor. Forskjellene i vekstprosent mellom kommuner dempes med  $100 \cdot (1 - \gamma)$  prosent pr. år.
- $v(t,M)$  er antall 98-årige menn i p.p.-regionen i prosent av menn i alderen 98 år og eldre i år  $t$ .
- $a_k(x,t,M)$  er kommune  $k$ 's andel av p.p.-regionens befolkning av menn i alder  $x$  i år  $t$ ;  $x = 0, 1, \dots, 99$ .  $\sum_k a_k(x,t,M) = 1$ .
- $a_k(x,t,K)$  er den tilsvarende andel av kvinnene.

### 3.3. Formler

#### 3.3.1. Alternativ uten flytting

##### i. Fordelingen av null-åringer

Først gis et anslag på fødsler ut fra fødselsratene.

$$B_k(t+1) = \sum_{x=15}^{44} f_k(x) \cdot L_k(x-1, t, K)$$

Hver kommunes andel av befolkningen i alder null år settes så lik andelen av fødslene.

$$(12) \quad a_k(0, t+1, J) = \frac{B_k(t+1)}{\sum_k B_k(t+1)}; \quad J = M, K$$

I ligningen (12) har vi sett bort fra kjønnkvotienten ved fødselen og dødeligheten for null-åringer av hvert kjønn, siden disse faktorene er forutsatt å være like for alle kommuner i hele landet. Det samme gjelder nivået på fruktbarhetsratene, siden dette er justert med samme prosent i alle kommuner.

##### ii. Fordelingen av de andre aldersgruppene

Også her vil vi benytte oss av at dødeligheten ikke påvirker andelen av et fødselskull som bor i en kommune, siden dødeligheten pr. forutsetning er den samme i alle kommuner. Siden dødeligheten i tilfellet uten flytting er den eneste faktor som påvirker størrelsen av en kohort etter at den først er født, blir derfor andelene av kullet som bor i hver av kommunene konstante.

$$(13) \quad a_k(x, t+1, J) = a_k(x-1, t, J); \quad \begin{array}{l} x = 1, 2, \dots, 98 \\ J = M, K \end{array}$$

Aldersgruppen 99 år og over ved utgangen av et år består dels av personer som var 98 år ved begynnelsen av året og som overlever, dels av de overlevende fra aldersgruppen 99 år og over i begynnelsen av året. Siden de to aldersgruppene ved begynnelsen av året kan ha forskjellig fordeling på kommuner, er fordelingen av gruppen 99 år og over ved slutten av året bestemt som et veid gjennomsnitt av fordelingene til de to aldersklassene ved begynnelsen av året. Vektene er satt lik hver av de to aldersgruppenes andel av summen av befolkningen i de to aldersgruppene ved begynnelsen av året.

De samme vektene brukes for alle kommunene i regionen, og det er ikke foretatt noen korreksjon på grunn av den ulike dødeligheten i de to aldersgruppene. Slike korreksjoner ville ikke spille noen rolle for resultatet. Vi har da:

$$v(t+1, J) = \frac{L(98, t, J)}{L(98, t, J) + L(99, t, J)} ; J = M, K$$

$$(14) \quad a_k(99, t+1, J) = v(t+1, J) \cdot a_k(98, t, J) + (1-v(t+1, J)) \cdot a_k(99, t, J); J = M, K$$

Folketallet i hver kommune finnes så ved å ta det folketallet som allerede er beregnet for p.p.-regionen, og fordele på kommuner i samsvar med andelene ovenfor.

$$(15) \quad L_k(x, t+1, J) = a_k(x, t+1, J) \cdot L(x, t+1, J); \begin{matrix} J = M, K \\ x = 0, 1, \dots, 99 \end{matrix}$$

### 3.3.2. Alternativ med flytting

#### a. Fordelingen av nullåringene og av personer i alderen 50 år og eldre

Fordelingen av null-åringene skjer på samme måte som i alternativene uten flytting (jmf. formel (12)). Ved nedbrytingen forutsetter vi at flyttingen for personer i alderen 50 år og over ikke vil påvirke andelene av regionens befolkning som bor i hver kommune. Andelene finnes dermed etter formel (13) og (14) for personer i alderen 50 år og over, mens folketallet finnes ved ligning (19).

#### b. Fordelingen av personer i alderen 1-49 år

##### i. Vekstrater

I det første framskrivingsåret er de justerte vekstprosentene satt lik de observerte vekstprosentene i basisperioden pluss et korreksjonsledd som sikrer konsistens med tallene for p.p.-regionen fra 1. trinn i framskrivingen.

$$(16a) \quad p_k(z, 1977, J) = r_k(z, J) + m(z, 1977, J); \begin{matrix} J = M, K \\ z = 1, 2, 3 \end{matrix}$$

For de andre årene beregnes den justerte vekstprosenten ut fra den tilsvarende prosenten året før, men med en dempningsfaktor og et nytt korreksjonsledd.

$$(16b) \quad p_k(z, t+1, J) = \gamma \cdot p_k(z, t, J) + m(z, t+1, J); \begin{matrix} z = 1, 2, 3 \\ J = M, K \end{matrix}$$

Dempningsfaktoren  $\gamma$  er satt lik 0,93. Setter vi inn fra høyresiden i ligning (16b) i differansen mellom de justerte vekstprosentene for kommune i og kommune j, får vi:

$$[p_i(\bar{z}, t+1, J) - p_j(\bar{z}, t+1, J)] = \gamma [p_i(\bar{z}, t, J) - p_j(\bar{z}, t, J)]$$

Forskjellene mellom vekstratene for to kommuner et år er altså  $100(1-\gamma)\%$  mindre enn forskjellen året før. Med tiden vil dermed vekstprosentene for alle kommunene i en region nærme seg den felles vekstprosenten for regionen som helhet.

Korreksjonsfaktorene regnes ut slik:

$$(17a) \quad m(z,t,J) = \frac{L(z,t,J) - L(z_{-1},t-1,J)}{L(z_{-1},t-1,J)} - \frac{\sum_k r_k(z,J) \cdot L_k(z_{-1},t-1,J)}{L(z_{-1},t-1,J)}; \quad \begin{array}{l} t = 1977 \\ J = M,K \\ z = 1,2,3 \end{array}$$

$$(17b) \quad m(z,t,J) = \frac{L(z,t,J) - L(z_{-1},t-1,J)}{L(z_{-1},t-1,J)} - \frac{\sum_k \gamma \cdot p_k(z,t-1,J) \cdot L_k(z_{-1},t-1,J)}{L(z_{-1},t-1,J)}; \quad \begin{array}{l} t = 1978, \dots \\ M = J,K \\ z = 1,2,3 \end{array}$$

Uttrykket for korreksjonsfaktoren består av to ledd. Det første leddet svarer til vekstraten for p.p.-regionen under ett for kohortene som tilhørte aldersgruppe  $z$  i år  $t$  (og  $z_{-1}$  i år  $t-1$ ). Denne vekstraten beregnes ut fra resultatene i framskrivningens første trinn. I det andre leddet er uttrykket  $(\gamma \cdot p_k(z,t-1,J))$  den vekstprosenten kommune  $k$  ville hatt (ut fra formel 16), dersom det ikke forekom noen korreksjon. Det andre leddet er derfor vekstprosenten for regionen basert på de kommunevise vekstratene uten korreksjon. Korreksjonsfaktoren settes lik differansen, slik at vekstprosenten for regionen, basert på de justerte vekstprosentene, blir lik den veksten som kan beregnes i framskrivningens første trinn.

#### ii. Samlet avgang ved dødsfall og utflytting

Summen av dødsfall og antall utflyttere finnes ved å multiplisere folketallet ved inngangen av året med de tilhørende døds- og utflyttingsrater:

$$(18) \quad A_k(x,t+1,J) = L_k(x-1,t,J) \cdot [q(x,J) + u_k(x,J)]; \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ x = 1, \dots, 49 \end{array}$$

#### iii. Anslagene på brutto-innflytting

Netto-veksten i tallet på personer i hver kohort er lik netto-innflyttingen minus dødsfall. Hvis vi derfor legger sammen tallet for netto tilvekst og tallet for samlet avgang gjennom dødsfall og utflytting, får vi tall for brutto-innvandring.

$$(19) \quad I(x,t+1,J) = [L(x,t+1,J) - L(x-1,t,J)] + \sum_k A_k(x,t+1,J); \quad \begin{array}{l} x = 1, \dots, 49 \\ J = M,K \end{array}$$

I formel (19), som gjelder hele regionen og hver enkelt årsklasse ( $x$ ), kunne vi bygge anslaget for netto-veksten på de tallene som er beregnet i 1. trinn av framskrivingsmodellen. I anslaget for innflytting til hver kommune bruker vi isteden de justerte vekstratene for hver av de tre aldersgruppene  $(z)$ .

$$(20) \quad I_k(z,t+1,J) = L_k(z_{-1},t,J) \cdot p_r(z,t+1,J) + A_k(z,t+1,J); \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ z = 1,2,3 \end{array}$$

Det er vist i avsnitt 3.5.1 at anslagene på brutto-innvandring etter de to formlene (19) og (20) er konsistente, dvs.

$$\sum_k I_k(z,t+1,J) = \sum_{x \in Z} I(x,t+1,J); \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ z = 1,2,3 \end{array}$$

Vi må nevne at det fins regioner der anslaget på brutto-innvandringen  $I(x,t,J)$  har blitt negativt et stykke ut i framskrivingsperioden. Tallverdien tilsvarer da imidlertid bare ca. 1 person. Vi har ikke foretatt oss noe spesielt i disse tilfellene. Tolkningen av variabelen  $I(x,t,J)$  som brutto-innvandring faller naturligvis sammen i slike tilfelle. Dette tolkningsproblemet er nærmere drøftet i avsnitt 3.5.3.

iv. De nye bestandene for aldrene 1-49 år i alternativ med flytting

Folketallet finnes ved å ta utgangspunkt i størrelsen på samme kohort ved inngangen av året, trekke fra avgangen ved dødsfall og utflytting, og til slutt legge til brutto-innflyttingen. Brutto-innflyttingen er her beregnet som en andel av brutto-innflyttingen for hele aldersgruppen  $z$  som enkeltalderen tilhører. Andelen avspeiler aldersfordelingen for den beregnede innflyttingen til samtlige kommuner i regionen som helhet.

$$(21) \quad L_k(x,t+1,J) = L_k(x-1,t,J) - A_k(x,t+1,J) + \frac{I(x,t+1,J)}{I(z,t+1,J)} \cdot I_k(z,t+1,J) \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ x = 1,2,\dots,49 \\ x \in z \\ z = 1,2,3 \end{array}$$

Som vist i avsnitt 3.5.4, følger det av modellen at for aldersgruppene  $z$  under ett, gjelder følgende sammenheng:

$$(22) \quad L_k(z,t+1,J) = L_k(z-1,t,J) \cdot [1+p_k(z,t+1,J)] \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ z = 1,2,3 \end{array}$$

For de tre aldersgruppene under ett framskrives altså befolkningen ved hjelp av de justerte vekstprosentene. Beregningen av tall for ut- og innflytting vil imidlertid medføre en viss aldersomfordeling innen aldersgruppen, i forhold til hva vi ville fått ved å framskrive også hver enkeltalder med den justerte vekstprosenten for aldersgruppen under ett.

### 3.4. Rateberegninger

#### i. Fødselsrater

Fødselsratene er regnet ut for samme basisperiode (1973-1976), og etter samme metode som fødselsratene i framskrivningens 1.trinn. Regioninndelingen er forskjellig, idet ratene i modellens 1.trinn ble beregnet for de primære prognoseregionene (noen regioner ble slått sammen i beregningene). Ratene til modellens 2.trinn er beregnet for et sett fruktbarhetsregioner, som ble laget spesielt for denne framskrivningen. Grupperingen er dokumentert og drøftet i Rideng (1978). Grensene for fruktbarhetsregionene krysser p.p.-regionegrensene, slik at vi får tatt hensyn til antatte fruktbarhetsforskjeller innen p.p.-regionen.

#### ii. Vekstrater

De observerte vekstratene er beregnet slik:

$$r_k(z,J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} \sum_{J=M,K} [L_k(z,t,J) - L_k(z-1,t-1,J)]}{\sum_{t=1973}^{1976} \sum_{J=M,K} L_k(z-1,t-1,J)} \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ z = 1,3 \end{array}$$

$$r_k(z,J) = \frac{\sum_{t=1973}^{1976} [L_k(z,t,J) - L_k(z-1,t-1,J)]}{\sum_{t=1973}^{1976} L_k(z-1,t-1,J)} \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ z = 2 \end{array}$$

For aldersgruppene 1-15 år og 25-49 år er det altså regnet samme vekstrate for begge kjønn. Beregningene av vekstraten baserer seg på endringen (ved dødsfall og netto-flytting) for de samme kohortene fra et år til det neste. Disse vekstratene atskillter seg derfor fra de vekstratene som ble benyttet i forrige framskrivning, som også ble påvirket av variasjoner på størrelsen av årskullene.

### iii. Flytterater

Til bruk i nedbrytingsmodellen er det beregnet et nytt sett rater for p.p.-regionene under ett  $[u(x,t,J)]$ . Beregningsmåten tilsvarer beregningen av flytterater i modellens 1.trinn. Forskjellen er at de flytteratene som brukes i nedbrytingsmodellen også omfatter flyttinger innen den primære prognoseregionen.

Det er dessuten beregnet et sett flytterater for kommunene. Ratene er beregnet for en kommune-gruppering som er helt forskjellig fra inndelingen i primære prognoseregioner. Beregningsmåten tilsvarer beregningen av flytterater for p.p.-regionene, ved at summen av utflytterne for alle kommunene i en kommune-gruppe i basisperioden (1973-1976) settes i forhold til summen av befolkningens størrelse ved inngangen til hvert av disse årene. Ratene beregnes separat for hvert kjønn og (ett-årige) aldersklasse, og inkluderer utflytting både til andre kommuner, inkludert andre kommuner i samme primære prognoseregion, og flytting til utlandet.

Den kommune-grupperingen som er anvendt tar i utgangspunktet sikte på å komme fram til grupper av kommuner som er mest mulig homogene med hensyn på flytting. Gruppene, 22 i alt, danner ikke sammenhengende regioner. Ofte vil de primære prognoseregionene, som er tenkt som funksjonelle regioner, bestå av kommuner som tilhører ulike kommune-grupper. Vi får dermed på en måte tatt hensyn til forskjeller i flytteaktiviteten mellom kommunene i de primære prognoseregionene. Kommune-grupperingen er utviklet som en del av prosjektet "justerte flytterelasjoner", og er dokumentert og drøftet i arbeidsrapport nr. 1 fra dette prosjektet (Stordahl (1976), kapittel 5 og vedlegg 1 og 2).

Flytteratene er normert slik at et veid gjennomsnitt av de normerte ratene, med befolkningsandelene pr. 31/12 1976 som vekt, blir lik raten for regionen under ett. Betegner vi de unormerte ratene med  $\hat{u}_k(x,J)$ , får vi:

$$u_k(x,J) = \hat{u}_k(x,J) + V(x,J), \text{ der } V(x,J) \text{ finnes ved ligningen}$$

$$(23) \quad \sum_k [\hat{u}_k(x,J) + V(x,J)] \frac{L_k(x,1976,J)}{L(x,1976,J)} = u(x,J)$$

### 3.5. En del egenskaper ved nedbrytingsmodellen

#### 3.5.1. Konsistensegenskaper

Vi skal her vise at framskrivingstallene for kommunene virkelig summerer seg opp til de tilsvarende tall for regionen under ett, som er beregnet i framskrivingens 1.trinn.

a) For null-åringenes del ser vi dette uten videre av ligning (12).

For andre aldre i alternativ uten flytting er andelene lik observerte andeler for samme kohort ved utgangen av 1976 for de som var født på det tidspunktet. For yngre årsklasser er andelen lik andelen av nullåringer for et år i framskrivingsperioden. I begge tilfelle må andelene summere seg til en.

b) For flyttealternativene må det vises at framskrivingstallene er konsistente for alderen 1-49 år. For å vise dette vil vi først vise konsistensen mellom de to typene beregninger av tall for brutto-innflytting.

#### i. Konsistens i anslagene for brutto-innflytting

Vi vil nå vise formelen som ble gjengitt i pkt. 3.3.iii.

$$(24) \quad \sum_k I_k(z,t+1,J) = I(z,t+1,J), \text{ der } I(z,t+1,J) = \sum_{x \in Z} I(x,t+1,J) \quad \begin{matrix} J = M,K \\ z = 1,2,3 \end{matrix}$$

innsetting fra (20) gir:

$$\sum_k I_k(z,t+1,J) = \sum_k L_k(z-1,t,J) \cdot p_k(z,t+1,J) + \sum_k A_k(z,t+1,J)$$

setter vi inn uttrykket for den justerte vekstprosenten fra ligning (16b), får vi:

$$\Sigma I_k(z, t+1, J) = \Sigma L_k(z_{-1}, t, J) \cdot \gamma \cdot p_k(z, t, J) + m(z, t+1, J) \cdot \Sigma L_k(z_{-1}, t, J) + \Sigma A_k(z, t+1, J)$$

Innsetting for  $m(z, t+1, J)$  fra ligning (17b) gir da:

$$\Sigma I_k(z, t+1, J) = \Sigma L_k(z_{-1}, t, J) \cdot \gamma \cdot p_k(z, t, J) + L(z_{-1}, t, J) \cdot \left[ \frac{L(z, t+1, J) \cdot L(z_{-1}, t, J)}{L(z_{-1}, t, J)} - \frac{\Sigma \gamma \cdot p_k(z, t, J) \cdot L_k(z_{-1}, t, J)}{L(z_{-1}, t, J)} \right] + \Sigma A_k(z, t+1, J)$$

Ordning gir nå, sammen med ligning (19):

$$\Sigma I_k(z, t+1, J) = L(z, t+1, J) - L(z_{-1}, t, J) + \Sigma A_k(z, t+1, J) = I(z, t+1, J) = \Sigma_{x \in Z} I(x, t+1, J)$$

## ii. Konsistens i anslagene på befolkningen

Vi har fra ligning (21):

$$\Sigma L_k(x, t+1, J) = \Sigma L_k(x-1, t, J) - \Sigma A_k(x, t+1, J) + \frac{I(x, t+1, J)}{I(z, t+1, J)} \Sigma I_k(z, t+1, J)$$

I siste ledd kan vi her sette inn fra ligning (24) og får:

$$\Sigma L_k(x, t+1, J) = L(x-1, t, J) - \Sigma A_k(x, t+1, J) + I(x, t+1, J)$$

Innsetting for  $I(x, t+1, J)$  fra ligning (19) gir nå:

$$\Sigma L_k(x, t+1, J) = L(x-1, t, J) - \Sigma A_k(x, t+1, J) + L(x, t+1, J) - L(x-1, t, J) + \Sigma A_k(x, t+1, J)$$

det vil si  $\Sigma L_k(x, t+1, J) = L(x, t+1, J)$  som beregnet fra 1. trinn i modellen.

c) Til slutt vil vi nevne at avrundingsrelasjonene i nedbrytingsprogrammet sikrer konsistens også av de avrundete tallene. Avrundingen er beskrevet av Sørli (1979).

### 3.5.2. Sammenhengen mellom framskrivingen 1977 uten flytting og en framskriving uten flytting direkte på kommunenivå

I dette kapitlet skal vi se nærmere på sammenhengen mellom framskrivingen uten flytting i 1977 og en tenkt alternativ framskriving. Denne alternative framskrivingen er også uten flytting og med samme dødelighetsforutsetninger. Framskrivning foregår direkte for hver kommune, og som fruktbarhetsrater benyttes de fruktbarhetsratene som brukes i nedbrytingsmodellen (rater for fruktbarhetsområdene), justert til samme nivå som det alternativ i 1977-framskrivingen vi sammenligner med.

Av resonnementet i avsnitt 3.3.1 fremgår det at tallene i de to framskrivingene må være like for alle kohorter som var født i 1976 eller før. I det første framskrivingsåret gjelder dette alle som er ett år eller eldre, og i det siste framskrivingsåret (2 000 for kommunetall), gjelder det alle i alderen 24 år og over.

I de andre aldrene blir antallet i de to framskrivingene likt hvis (og bare hvis) antall fødte i de to alternativene er like stort i hver kommune.

I den tenkte framskrivingen som foretas direkte på kommunenivå, lar vi  $\bar{B}_k(t)$  være antall fødte i kommune  $k$ , i år  $t$ . Siden fruktbarhetsratene som ligger bak fødselstallet  $\bar{B}_k(t)$  er proporsjonale med de som er brukt i nedbrytingsprogrammet, har vi fra formel (12):



$$a_k(0,t,J) = \frac{B_k(t)}{\sum_k \bar{B}_k(t)} = \frac{\bar{B}_k(t)}{\sum_k \bar{B}_k(t)}$$

Kaller vi antall fødsler, beregnet i 77-framskrivingens første trinn, for  $\hat{B}(t)$  og det tilsvarende tall for kommune k, beregnet i annet trinn for  $\hat{B}_k(t)$ , har vi:

$$\hat{B}_k(t) = \hat{B}(t) \cdot a_k(0,t,J) = \bar{B}_k(t) \cdot \hat{v}(t); \hat{v}(t) = \frac{\hat{B}(t)}{\sum_k \bar{B}_k(t)}$$

Antallet fødte er altså likt bortsett fra en korreksjonsfaktor som angir forholdet mellom totalt antall fødsler i regionen beregnet i modellens første trinn, og totalt antall fødsler i kommunene i regionen, beregnet i den tenkte framskrivingen direkte på kommunenivå.

### 3.5.3. Tolkningsproblemer for anslagene for brutto-innflytting i nedbrytingsmodellen

Vi skal nå drøfte muligheten for at anslaget på brutto-innflyttingen til alle kommunene i p.p.-regionen under ett kan bli negativ.

Brutto-innflyttingen beregnes slik:

$$(19) \quad I(x,t+1,J) = [L(x,t+1,J) - L(x-1,t,J)] + \sum_k A_k(x,t+1,J); \quad \begin{matrix} J = M,K \\ x = 1, \dots, 49 \end{matrix}$$

Her er leddet i hakeparentesen lik netto endring i størrelsen av en kohort menn eller kvinner fra ett år til det neste i regionen. Dette er det samme som netto-innflyttingen til regionen minus dødsfall. Siden dødsfallene blir lagt til igjen i 2. ledd, blir anslaget på brutto-innflyttingen ikke påvirket av dødsfallene. Vi ser at negativ størrelse på  $I(x,t+1,J)$  bare kan forekomme i regioner med netto-utflytting.

Vi betegner nå størrelser fra framskrivingens første trinn med hatt over symbolet. I disse størrelsene er flytting mellom kommuner i den primære prognoseregionen ikke medregnet. Vi har da:

$$I(x,t+1,J) = \hat{I}(x,t+1,J) - \hat{U}(x,t+1,J) - \hat{D}(x,t+1,J) + \sum_k A_k(x,t+1,J); \quad \begin{matrix} J = M,K \\ x = 1, \dots, 49 \end{matrix}$$

Her er altså  $\hat{I}(\dots)$ ,  $\hat{U}(\dots)$  og  $\hat{D}(\dots)$  de tallene for henholdsvis innflyttere, utflyttere og døde som ble beregnet for regionen i framskrivingens første trinn. Innsetting for  $A_k(\dots)$  og  $\hat{U}(\dots)$  og sammenrekking gir:

$$I(x,t+1,J) = \hat{I}(x,t+1,J) - \hat{u}(x,J) \cdot L(x-1,t,J) + \sum_k u_k(x,J) \cdot L_k(x-1,t,J)$$

Vi definerer nå  $\bar{u}(x,J) = u(x,J) - \hat{u}(x,J)$ . Som tidligere forklart blir da  $\bar{u}(x,J) \cdot L(x-1,t,J)$  et anslag på flytting mellom kommunene innen p.p.-regionen. Innsetting gir da:

$$(25) \quad I(x,t+1,J) = \hat{I}(x,t+1,J) + \bar{u}(x,J) \cdot L(x-1,t,J) + \sum_k [u_k(x,J) - u(x,J)] \cdot L_k(x-1,t,J)$$

Her er de to første leddene i uttrykket positive, eller ihvertfall ikke-negative. Fortegnet avhenger dermed av det siste leddet. Av ligning (23) får vi for  $t = 1976$

$$\sum_k u_k(x,J) \cdot L_k(x,1976,J) = u(x,J) \cdot L(x,1976,J)$$

dvs.

$$\sum_k [u_k(x,J) - u(x,J)] \cdot L_k(x,1976,J) = 0$$

For alle regioner må derfor anslaget for brutto-innflytting i det første framskrivingsåret bli posi-

tivt.

Siden utflyttingsraten for regionen,  $u(x,J)$ , er et veid gjennomsnitt av ratene for kommunene, vil det i alle regionene være minst en kommune som har lavere utflyttingsrate enn gjennomsnittet. Hvis slike kommuner etter hvert får en økende andel av befolkningen i regionen, blir siste ledd i (25) negativt. (En kommune øker sin andel av regionens befolkning eller lavere netto-utflytting (prosentvis) enn gjennomsnittet i regionen.)

I et par tilfelle har dette blitt så framtrødende at hele anslaget på brutto-innflyttingen er blitt negativt. Dette kan som sagt bare hende for regioner som har netto utflytting ifølge beregningene i 1. trinn av framskrivningen. Vi får nemlig:

$$\hat{I}(x,t+1) < 0 \text{ betyr } \hat{I}(x,t+1,J) - \hat{u}(x,J)L(x-1,t,J) + \sum_k u_k(x,J)L_k(x-1,t,J) < 0$$

d.v.s

$$\sum_k u_k(x,J)L_k(x-1,t,J) < \hat{u}(x,J)L(x-1,t,J) - \hat{I}(x,t+1,J)$$

Her er venstre ledd positivt og høyre ledd er netto-utflytting fra p.p.-regionen iflg. trinn 1. Ulikheten betyr også at utflyttingsratene for enkelt-kommunene,  $u_k(x,J)$ , ikke er store nok til å dekke selv den netto-utflyttingen fra regionen som er beregnet i 1. trinn av framskrivningen. I beregningene betyr dette bare at vi i 2. av framskrivningene må redusere folketallet i kommunene ut over det som følger av ratene  $a_k(x,t,J)$  for den aldersklassen det gjelder, istedet for å øke det med brutto-innflyttingsraten.

Dette kunne vært unngått ved å justere flytteratene analogt med formel (23) hvert år i framskrivningsperioden. Dette har vi ikke gjort, siden tilfellene med de negative anslag på brutto-innflyttingen forekom relativt sjelden, og da bare med ubetydelig tallverdi. En må også huske på at betegnelsen "brutto-innvandring" egentlig er en tolkning av en størrelse som beregnes internt i datamaskinen. Det er denne tolkningen som bryter sammen når anslaget på brutto-innvandringen blir negativt, og ikke programmet i seg selv.

#### 3.5.4. Nærmere om betydningen av anslagene for inn- og utflytting i nedbrytingsmodellen

Vi skal først merke oss, at inn- og utflyttingstallene ikke har noen betydning for størrelsen på befolkningen i de aldersgruppene vi har definert ( $z = 1,2,3$ ). Summerer vi befolkningen i en kommune over alle aldre som inngår i aldersgruppen, får vi fra ligning (21):

$$L_k(z,t+1,J) = L_k(z_{-1},t,J) - A_k(z,t+1,J) + I_k(z,t+1,J); \begin{matrix} J = M,K \\ z = 1,2,3 \end{matrix}$$

Her har vi benyttet oss av at

$$\sum_{x \in Z} I(x,t+1,J) = I(z,t+1,J) \text{ pr. definisjon.}$$

Setter vi inn for brutto-innflyttingen fra formel (20), får vi

$$L_k(z,t+1,J) = L_k(z_{-1},t,J) - A_k(z,t+1,J) + L_k(z_{-1},t,J) \cdot p_k(z,t+1,J) + A_k(z,t+1,J)$$

Dette gir:

$$L_k(z,t+1,J) = L_k(z_{-1},t,J) \cdot [1 + p_k(z,t+1,J)]$$

Vi har dermed utledet formel (22).

Beregningene av ut- og innflyttere får følgelig etter dette bare betydning for alderssammensetningen innen aldersgruppene.

Dersom alle enkeltaldrene ble framskrevet med de justerte vekstratene, ville forholdet mellom kohortenes størrelse vært konstant, og bare endret seg ved skifte av aldersgruppe. I forhold til dette får vi en viss aldersomfordeling av befolkningen innen en aldersgruppe ved at aldersfordelingen for innflytterne kan avvike fra den for utflytterne for den enkelte kommune. Dette skyldes i første rekke at innflytternes fordeling på enkelt-aldre innenfor aldersgruppen er satt lik gjennomsnittet for flyttere i den primære prognoseregionen i alle kommunene. Tenker vi oss at en kommune har et "hakk" i aldersfordelingen, f.eks. spesielt få 43-åringer i utgangsbestanden som andel av befolkningen 25-49 år samme år i forhold til andre aldre i samme kommune og i forhold til tilsvarende andel i andre kommuner i regionen, vil vi få en tendens til at andelen personer i dette kullet etterhvert nærmer seg det "normale" for kommunen og regionen. Siden kullet er relativt lite, vil det bli relativt få personer i avgang ved utflytting og dødsfall. Dette vil riktignok påvirke beregningen av antall innflyttere for denne alderen i regionen, og for denne aldersgruppen i kommunen. Begge disse beregningene er imidlertid summer av flere størrelser, slik at den relative betydningen av "hakket" på hver av summene blir av mindre betydning. På den ene siden vil altså kommunen ha "unormalt" få personer i avgang for dette kullet, på den andre siden vil det motta et "normalt" antall personer som innflyttere. "Hakket" i aldersfordelingen vil dermed etterhvert jevnes ut.

### 3.6. Tillempninger ved alternativ nedbryting i samarbeid med fylkene

Vi har her tenkt oss å be fylkenes utbyggingsavdelinger om alternative vekstrater for de kommunene der fylkes-administrasjonen mener at de observerte vekstratene gir et dårlig grunnlag for framskrivningen.

Siden de primære prognoseregionene i flere tilfelle gir en for snever ramme for de justeringene som ønskes, vil vi tilby muligheter for justeringer innen fylket. Dette betyr at summen av folketallet for hver alder og hvert kjønn for hele fylket blir liggende fast (lik fylkes-tallene i alt L 1 77), mens fordelingen kommunene imellom lar seg påvirke.

Teknisk gjør vi dette ved å anvende nedbrytingsprogrammet på tall for det enkelte fylket, istedet for på tall for den enkelte p.p.-region. Utgangspunktet er tall fra første trinn i framskrivningen aggregert fra prognoseregion-nivå til fylkesnivå. Vekstprosentene blir behandlet på en litt annen måte enn i den ordinære nedbrytingen for å ta hensyn til justeringene som er foreslått.

Tidshorisonten blir fram til 1990.

#### i. Beregning av alternative vekstrater

Til bruk i nedbrytingen trenger vi vekstrater for hver av de fire persongruppene 1-15 år (begge kjønn), 16-24 år menn, 16-24 år kvinner og 25-49 år (begge kjønn), i hvert år fram til 1990. Trolig blir det for mye å be fylkene fylle ut alle vekstratene i en slik tabell, med 52 celler for hver kommune. I stedet har vi bedt fylkene gi alternative vekstrater for aldersgruppen 16-49 år under ett for hvert år i perioden.

Differansen mellom den alternative raten og raten i basisperioden vil bli lagt til vekstratene (for basisperioden) i hver av aldersgruppene.

#### ii. Justering av de alternative vekstratene

De alternative vekstratene blir justert analogt med vekstratene i den ordinære framskrivningen, slik at kommunetallene summerer seg opp til tallene for fylkene. Noen dempningsfaktor regner vi ikke med. ( $\gamma = 1,0$ ). Dette skyldes at fylkene oppgir alternative vekstrater for hvert år i perioden. Dersom fylkene ønsker å bygge inn en utjamning av veksten for kommunene i fylket, kan de gjøre dette selv.

Formelt kan den justerte vekstraten defineres ved ligning (16a) og (17a), hvor  $r_k(z, J)$  nå står for den alternative vekstraten, og formelen gjelder alle år (t) fram til og med 1990.

iii. Litt om virkningen av å justere vekstratene for en kommune

Det er to ting vi må huske på som kanskje ikke er selvsagte. For det første vil justeringsmekanismene sørge for at folketallet for fylkene ikke endres. Øker vi vekstprosentene for en kommune isolert sett, vil denne kommunen få en økt andel av fylkets befolkning i de aktuelle aldersklassene. Dette vil skje på bekostning av de andre kommunene i fylket, som da vil få senket sin andel av befolkningen tilsvarende.

For det andre vil justeringene omfatte også personer i en del andre aldersgrupper enn 1-49 år.

I og med at en kommunes andel av 49-åringene endres, vil denne endringen også gjelde andelen 50-åringene året etter, 51-åringene året etter der, osv. I det siste året, 1990, vil alle kull som da er 62 år og yngre være berørt av omfordelingene. Det er imidlertid ikke mulig å endre fordelingen av personer som er 49 år og eldre ved utgangen av 1977 (eller eldre enn 62 år ved utgangen av 1990).

Fordelingen av de som blir født i løpet av et år vil endres som følge av en endret fordeling av kvinner i fødedyktig alder.

Ser vi på en kommune som har fått økt sin andel av befolkningen i alderen 16-49 år tre år på rad, så vil antallet 1-åringene ved utgangen av det tredje året ha økt av to grunner:

- a: (Den ujusterte) vekstraten for personer i aldersgruppen 1-15 år er økt med like mange prosentpoeng som den ujusterte vekstraten for 16-49-åringene (jmf. pkt.i). Dette vil medføre økt antall ettåringene, selv med samme antall null-åringene ved årets begynnelse.
- b: Antall null-åringene ved begynnelsen av det tredje året er økt. Siden kommunen ved slutten av det første av de tre årene har fått økt antall kvinner i alderen 16-44 år, vil dette i det andre året medføre flere fødsler, og dermed flere null-åringene ved slutten av det andre året.

Referanser

- [1] Berge, Erling og Hoem, Jan M. (1974): "Nokre praktiske røysler med analytisk glatting." Statistisk Sentralbyrå, ANO IO 74/73. Trykt i Statistisk tidsskrift III B (4): s. 294-308, 1975.
- [2] Haldorsen, Tor (1974). "Glatting av dødelighetsrater som er basert på data fra en toårsperiode." Statistisk Sentralbyrå, ANO IO 74/44.
- [3] Hoem, Jan M. et. al. (1974): "Two papers on analytic graduation." Statistisk Sentralbyrå, ANO IO 74/17.
- [4] Rideng, Arne (1978): Statistisk Sentralbyrås befolkningsprognosemodell: Noen nye retningslinjer for det videre arbeid. Statistisk Sentralbyrå, ANO IO 78/10.
- [5] Statistisk Sentralbyrå (1978): "Folkemengdens bevegelse. Oversikt 1971-1975. Statistisk Sentralbyrå, Statistiske Analyser nr. 36.
- [6] Stordahl, Erik (1976): Justerte flytterelasjoner. Arbeidsrapport nr.1. Statistisk Sentralbyrå, ANO IO 76/10.
- [7] Sørli, Kjetil (1979): Teknisk dokumentasjon av framskrivingen 1977. Under arbeid.
- [8] Sørensen, Knut Ø. (1977): Inn- og utvandringsrelasjoner. Datamaterialet og valg av inn- og utvandringsrelasjoner til befolkningsframskrivingen 1977. Statistisk Sentralbyrå, ANO IO 77/36.
- [9] Sørensen, Knut Ø. (1975): Statistisk Sentralbyrås befolkningsprognosemodell ved de regionale framskrivinger 1975. Statistisk Sentralbyrå. Artikler nr. 80.