



ARTIKLER

48



OM ESTIMERING AV ØKONOMISKE
RELASJONER FRA TVERRSNITTS-,
TIDSREKKE- OG KOMBINERT
TVERRSNITTS TIDSREKKE - DATA

Av Vidar Ringstad

ON THE ESTIMATION OF ECONOMIC RELATIONS
USING CROSS SECTION-, TIME SERIES- AND
COMBINED CROSS SECTION - TIME SERIES - DATA

OSLO 1972

STATISTISK SENTRALBYRÅ

ARTIKLER FRA STATISTISK SENTRALBYRÅ NR. 48

SÆRTRYKK FRA STATSØKONOMISK TIDSSKRIFT NR. 4, 1971

**OM ESTIMERING AV ØKONOMISKE
RELASJONER FRA TVERRSNITTS-,
TIDSREKKE- OG KOMBINERT
TVERRSNITTS TIDSREKKE - DATA**

Av Vidar Ringstad

**ON THE ESTIMATION OF ECONOMIC RELATIONS
USING CROSS SECTION-, TIME SERIES- AND
COMBINED CROSS SECTION - TIME SERIES- DATA**

OSLO 1972

ISBN 82 537 0178 0

FORORD

I de siste 10-20 år er det blitt større muligheter enn før for å gjøre bruk av forskjellige typer av data i økonomiske analyser. Denne utviklingen har også gjort seg gjeldende i Statistisk Sentralbyrås arbeid med å tallfeste parametre i relasjoner som har relevans i forbindelse med utbyggingen av planleggings- og prognosemodeller.

Parallelt med denne utviklingen er det blitt tatt opp en del metodeproblemer i forbindelse med bruk av forskjellige datatyper, da særlig tverrsnittsdata og tidsrekke-data. Denne artikkelen tar hovedsakelig for seg hvordan målefeil i data kan være av betydning for valget av datatype. Dette er belyst ved hjelp av data fra industristatistikken i forbindelse med estimering av produktfunksjoner og data fra nasjonalregnskapet for estimering av prisatferdsrelasjoner for importkonkurrerende næringer.

Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 26. juni 1972

Petter Jakob Bjerve

PREFACE

As more data have become available during the last one or two decades, increased use of different types of data has been made in econometric analyses. This development has also taken place in the work done by the Central Bureau of Statistics to estimate economic relations of importance to planning and forecasting models.

During the same period certain problems encountered when using simultaneously different types of data, especially cross section and time series data, have been pointed out. The present article deals primarily with the problem of measurement errors and how these may affect the choice of type of data. This is illustrated by means of data from the industrial production statistics when they are used to estimate production functions and when using data from the national accounts to estimate price behaviour relations for import competing industries.

Central Bureau of Statistics, Oslo, 26 June 1972

Petter Jakob Bjerve

OM ESTIMERING AV ØKONOMISKE RELASJONER FRA TVERRSNITTS-, TIDSREKKE- OG KOMBINERT TVERRSNITTS-TIDSREKKE DATA¹

AV VIDAR RINGSTAD

Jeg skal i denne artikkelen ta for meg en del problemer i forbindelse med bruk av forskjellige typer av data, nemlig — som tittelen på artikkelen indikerer; tverrsnitts-, tidsrekke- og kombinert tverrsnitts-tidsrekke-data. En viktig årsak til at jeg tar opp dette er at jeg selv ved et par anledninger har støtt på alvorlige problemer ved bruk av mikrodata for estimering av produktfunksjoner, det være seg et rent tverrsnittmateriale eller et kombinert tverrsnitts-tidsrekke materiale.² Det er derfor naturlig å stille spørsmålet om disse problemene er mindre om en bruker en tredje type av data, nemlig rene makrotidsrekker. I så fall taler det for at det ikke er strevet verdt å gå til mikro data ved estimering av f. eks. produktfunksjoner, og en sparer seg mye arbeid både fordi aggregerte tidsrekke-data er lettere tilgjengelige og fordi de er betydelig lettere å håndtere enn de tilsvarende mikrodata.

En annen og like viktig årsak til at jeg tar opp dette emnet er den noe spredte litteraturen om estimering av økonomiske relasjoner fra forskjellige typer av data, og de tolkningsproblemer en står overfor fordi en ofte får høyst forskjellige resultater alt etter hva slags type data en bruker. Chipman [2] hevder at de etter hans mening tre viktigste problemene i nyere økonometri, *identifikasjonsproblemet*, *aggregeringsproblemet* og *forholdet mellom tverrsnitts- og tidsrekke-data*, alle er aspekter av et problem som ennå ikke har fått en skikkelig utforming, nemlig det å kombinere forskjellige typer av informasjon og forskjellige

¹ Artikkelen er en noe revidert versjon av prøveforelesning over selvvalgt emne til den filosofiske doktorgrad ved Universitetet i Oslo, holdt 18. juni 1971. Nummerene i hakeparenteser refererer til arbeider som er gjengitt i litteraturlisten.

² Jfr. Griliches og Ringstad [3] og Ringstad [12].

datakilder på en måte som er optimal både hva angår konsistens og effisiens. Så vidt meg bekjent har ikke problemet fått noen skikkelig utforming i den tiden som har gått etter at Chipman kom med dette utsagnet og det vil heller ikke skje i denne forbindelse. Derimot mener jeg å kunne presentere ting i denne artikkelen som kan kaste lys over noen sider av problemet.

Før jeg presenterer mine egne resultater m.h.t. bruk av forskjellige datatyper er det naturlig å gi en kort oversikt over tidligere analyser om emnet.

Sentralt står her aggregeringsproblemet. Relevante henvisninger i denne forbindelse er det klassiske arbeidet av Theil [13], dessuten Holte [7], kap. 3, Boot og de Wit [1], Grunfeld og Griliches [4], Kuh [9] og Gupta [5]. Alle disse arbeider omhandler forholdet mellom mikro og makro data og spesielt om de feil en kan begå ved å bruke aggregerte tidsrekker i stedet for tidsrekker for de individuelle mikroenhetene.

En postulerer for hver mikroenhet en relasjon av typen:

$$(1) \quad x_i = a_i + b_i z_{1i} + c_i z_{2i} + u_i, \quad (i = 1 \dots I)$$

hvor u_i har forventning null og positiv, endelig varians for alle i og alle observasjoner. Hvis en summerer over alle mikroenheter, får en

$$(2) \quad x = \sum_{i=1}^I a_i + \sum_{i=1}^I b_i z_{1i} + \sum_{i=1}^I c_i z_{2i} + \sum_{i=1}^I u_i,$$

hvor $x = \sum_{i=1}^I x_i$.

Her har en altså en aggregert størrelse på venstresiden. Forventningsverdien til denne blir imidlertid bestemt av $2I$ mikrovariable. Om en nå aggregerer også de høyresidevariable, får en den «rene» makrorelasjonen

$$(3) \quad x = a + b z_1 + c z_2 + u,$$

hvor $z_j = \sum_{i=1}^I z_{ji}$ ($j=1,2$), og der vi har

$$(4) \quad u = \sum_{i=1}^I u_i + \sum_{i=1}^I (b_i - b) z_{1i} + \sum_{i=1}^I (c_i - c) z_{2i}.$$

Estimerer en så parametrene i (3) ved hjelp av minste kvadraters metode vil en normalt få problemer i tolkningen av resultatene på grunn av at alle mikrokomponentene til de forklaringsvariable inngår i restleddet u , som angitt i (4).

Forventningsverdiene til minste kvadraters estimatene på b og c kan skrives som

$$(5) \quad \begin{aligned} E\hat{b} &= \sum_{i=1}^I \alpha_{1i} b_i + \sum_{i=1}^I \beta_{2i} c_i, \\ E\hat{c} &= \sum_{i=1}^I \beta_{1i} b_i + \sum_{i=1}^I \alpha_{2i} c_i, \end{aligned}$$

hvor α 'ene er regresjonskoeffisienter fra regresjoner av z_{1i} og z_{2i} på henholdsvis z_1 og z_2 , og β 'ene er regresjonskoeffisienter fra regresjoner av z_{2i} og z_{1i} på henholdsvis z_1 og z_2 .

Det kan vises at³

$$(6) \quad \begin{aligned} \sum_{i=1}^I \alpha_{1i} &= \sum_{i=1}^I \alpha_{2i} = 1, \\ \sum_{i=1}^I \beta_{1i} &= \sum_{i=1}^I \beta_{2i} = 0. \end{aligned}$$

Normalt vil altså en makroparameter avhenge både av tilsvarende og ikke tilsvarende mikroparametre. I den grad det siste er tilfelle får en altså aggregeringsskjevhet. Bare i tre spesielle tilfelle vil ikke aggregeringsskjevhet oppstå: a) Når alle ikke-tilsvarende mikroparametre er like. Hvis f. eks. alle c_i er like får vi fra (5) og (6) at

$$E\hat{b} = \sum_{i=1}^I \alpha_{1i} b_i. \quad \text{b) Når alle ikke-tilsvarende mikrovariable er like.}$$

Hvis f. eks. alle z_{1i} er like må også alle β_{1i} være like, og på grunn av

$$(6) \quad \text{må de alle være null og vi får } E\hat{c} = \sum_{i=1}^I \alpha_{2i} c_i. \quad \text{c) Når alle ikke-}$$

tilsvarende mikrovariable er ukorrelet med en gitt makrovariabel. F. eks. dersom alle z_{1i} er ukorrelet med z_2 får vi som i forrige tilfelle at alle $\beta_{1i} = 0$. Alle disse tre forutsetningene er nokså restriktive og en

³ Jfr. Theil [13] s. 15.

kan ikke normalt vente at en makrorelasjon vil gi resultater som ikke i noen grad inneholder aggregeringskjevheter.

Boot og de Wit [1] finner imidlertid i sin analyse av investerings- etterspørselen for 10 foretak i perioden 1935–1954 at aggregeringskjevhetene i koeffisientene i makrorelasjonen er forholdsvis ubetydelige. Grunfeld og Griliches [4] finner i sin analyse, ved bruk av de samme data som Boot og de Wit at hva forklaringskraft angår kan en komme bedre ut ved hjelp av aggregerte data, i den forstand at dersom en vil forklare den aggregerte størrelsen på den endogene variable vil en stå seg bedre på å aggregere data og så beregne parametrene i den aggregerte relasjonen enn å beregne en regresjon for hver mikroenhet og så aggregere. For et annet datamateriale, nemlig etterspørsel etter kunstgjødning for regioner for perioden 1931–56 finner de at det gjør liten forskjell om en aggregerer først og så estimerer eller estimerer først og så aggregerer. På den annen side finner Kuh [9] i en analyse av investeringssetterspørselen for 60 foretak i perioden 1935–1956 og Gupta [5] i en analyse av lønnsdannelsen for 4 engelske bransjer i perioden 1950–1959 at aggregeringskjevhetene til dels er av betydelig størrelsesorden.

Resultatene av de få empiriske analysene om aggregeringsproblemet er således noe forskjellige hva angår betydningen av aggregeringskjevheter. Men stort sett må en kunne si at resultatene av disse analysene bør mane til forsiktighet i bruk av aggregerte tidsrekke-data.

Direkte i tilknytning til det emnet vi skal ta opp står analyser hvor det både er brukt rene mikro tverrsnitts-data og rene makro tidsrekke-data. Disse finner en særlig innenfor etterspørselsanalyser hvor en på den ene siden har data fra forbruksundersøkelser, altså tverrsnittsmikrodata, og på den andre siden aggregerte tidsrekke-data, som regel hentet fra nasjonalregnskapet.⁴

Ett åpenbart tolkningsproblem ved sammenlikning av resultater fra de to typer av data kan oppstå om en, som ofte gjøres, bruker forklaringsvariable som er definert forskjellig i de to typene av data. F. eks. bruker en i analyser basert på forbruksundersøkelser som regel total forbruksutgift som forklaringsvariabel, mens en i makro-analyser som regel bruker disponibel realinntekt. De problemer som oppstår

⁴ En god oversikt over de problemer en støter bort i ved sammenlikning og tolkning av slike resultater er gitt i Klein [8] kap. 2.

i denne forbindelse er bl. a. behandlet i Kuh og Meyer [10] som vesentlig omhandler bruk av tverrsnitts-estimerte koeffisienter for inntektsvariable i tidsrekkeanalyser hvor en finner virkningene av prisene på etterspørselen. Grunnen til at en ofte velger å estimere virkningene av inntekten på etterspørselen fra tverrsnittsdata er at en får multikollinearitetsproblemer om en forsøker å estimere virkningen av inntekt og priser simultant fra tidsrekke-data.⁵ Dette problemet er ikke til stede i tverrsnittsdata fordi prisene viser liten eller ingen variasjon i forhold til inntekten.

Dette siste leder oss over til en annen årsak til at resultater fra tverrsnitts- og tidsrekke-data generelt er forskjellige, nemlig at andre variable enn de en er primært interessert i viser forskjellig grad av variasjon og interkorrelasjon med de primære forklaringsvariable i de to typer data. Spesielt kan de være konstante eller er irrelevante i en type data, mens de varierer og er relevante i den andre. Dette er en bred kategori av faktorer som kan forklare forskjellen mellom resultater av de to typer data. I den grad en ikke kan få tatt hensyn til slike ikke-primære forklaringsvariable vil de inngå i restleddene og det kan være nokså vanskelig å uttale seg om virkningene av dem.

En annen årsak til at resultatene kan bli forskjellige mellom forskjellige typer av data er forskjeller i strukturparametre. Dette er beslektet med aggregeringsproblemet ovenfor i det forskjeller i mikroparametre er en forutsetning for at det skal bli aggregeringsproblemer av den type som er av interesse i denne forbindelse.

En siste type forskjell i resultater mellom tidsrekke- og tverrsnittsdata som bør nevnes er at de første kan gi parameterestimater som reflekterer kortsiktige effekter av de eksogene variable, i motsetning til de siste som gir parameterestimater som reflekterer de mer langsiktige eller totale effekter av de eksogene variable. Begrunnelsen for dette er at for tverrsnittsdata skal en enhet, om den «overtar» verdiene av de eksogene variable til en annen enhet pr. forutsetning få samme forventede verdier på de endogene variable. Hvis der er tregheter til stede betyr dette at en kommer nærmere til å måle de totale virkningene av en slik endring sammenliknet med et tidsrekke-materiale, hvor en med det enkleste estimeringsopplegget får estimater som

⁵ Kuh og Meyer [9] hevder imidlertid at for prediksjonsformål spiller denne multikollineariteten liten rolle.

gir mer kortsiktige virkninger av endringer i de eksogene variable. Om en kjenner, eller er villig til å gjøre forutsetninger om treghetsmekanismen kan en selvsagt i et tidsrekke materiale estimere både kortsiktige og langsiktige parametre.

Dette er kort fortalt det en synes å ha lagt størst vekt på i diskusjonen av forskjeller i resultater fra forskjellige typer av data. Alle har på en eller annen måte med egenskapene til restleddene å gjøre. Når det gjelder økonomiske relasjoner generelt, kan det være nyttig å dekomponere restleddet i følgende kategorier.

- a) Feilspesifikasjon av funksjonsform.
- b) Målefeil.
- c) Ikke-konstante parametre.
- d) Utelatte variable.

De fleste av de punktene som er nevnt foran kommer inn under c) og d). a) har neppe særlig stor betydning, relativt sett, mens kategori b) kan ha betydning.

I hvert fall skal vi i det følgende se på om eksistensen av målefeil kan påvirke valget av data; om en bør bruke tverrsnitts-, tidsrekke- eller kombinert tverrsnitts-tidsrekke-data. Et annet aspekt som jeg også skal trekke inn er et bestemt simultanitetsproblem, og jeg skal drøfte om det er mulig å si noe om for hvilken type av data det er størst.

For dette formål ligger det datamateriale som er brukt i Ringstad [12] vel til rette, fordi det åpenbart er både målefeil og simultanitetsproblemer til stede når en skal forsøke å estimere produktfunksjoner fra det datamaterialet som der er brukt, og fordi det er et kombinert tverrsnitts-tidsrekke materiale hvor en ved datareduksjoner kan få fram et rent tverrsnittsmateriale og et rent tidsrekke materiale.

Vi skal også se på noen resultater fra et materiale av samme type hvor vi prøver å estimere en relasjon som forklarer sektorprisen for importkonkurrerende sektorer ved variable enhetskostnader og pris på konkurrerende import.

For førstnevnte data skal vi bruke en Cobb-Douglas produktfunksjon, altså

$$(7) \quad y = ax + \beta z + u ,$$

hvor y , x og z er logaritmene til henholdsvis bearbeidingsverdien i faste priser, arbeidskraften målt i antall timer (hvor funksjonærenes og eiernes arbeidsinnsats er beregnede timeverk, jfr. Ringstad [12], kap. II) og kapitalinnsatsen målt som full brannforsikringsverdi for maskiner og bygninger.⁶ Størrelsen u er et restledd hvis egenskaper vil bli gjenstand for diskusjon senere.

Relasjonen (7) kan nå estimeres ved minste kvadraters metode enten fra det kombinerte tidsrekke-tverrsnittsmateriale vi har, eller vi kan foreta datareduksjoner og estimere produktfunksjonen fra de data vi da får. Vi har altså tre muligheter:⁷

$$(8) \quad y_{it} = \alpha x_{it} + \beta z_{it} + u_{it}, \quad T - T,$$

$$(9) \quad y_i = \alpha x_i + \beta z_i + u_i, \quad TS1,$$

$$(10) \quad y_t = \alpha x_t + \beta z_t + u_t, \quad TR1.$$

hvor i går over bedrifter og t over år. I (8)–(10) refererer r_{it} ($r = y, x, z$) seg til de kombinerte tverrsnitts-tidsrekke data, $r_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it}$ til det rene tverrsnittsmateriale vi får ved å eliminere tidsdimensjonen i de variable, mens $r_t = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I r_{it}$ refererer seg til det rene tidsrekke materiale vi får når vi eliminerer tverrsnittsdimensjonen. Restleddet har da et tilsvarende innhold.⁸

Nå er ikke de variable i (9) og (10) det en normalt vil forbinde med henholdsvis tverrsnitts- og tidsrekke-variable. Vi opererer med geometriske gjennomsnitt, mens det som ville være naturlig å bruke var aritmetiske summer. Sistnevnte datareduksjonsmetode gir imidlertid ikke så grei sammenheng mellom de variable vi bruker i den kombinerte tverrsnitts-tidsrekke situasjonen i (8), men vi skal for fullstendighets skyld også ta med en slik aritmetisk datareduksjon.

⁶ De variable regnes fra sine gjennomsnitt.

⁷ $T - T$ refererer seg til tverrsnitts-tidsrekke data, TS til tverrsnittsdata og TR til tidsrekke data.

⁸ Det at vi dividerer med antall år, henholdsvis antall bedrifter er ikke essensielt, bare vi husker på hvilke implikasjoner det har for variansen på restleddet. Vi har valgt å operere med gjennomsnittstall i stedet for sumtall for å ha samme størrelsesorden på tallene i de tre typer av data.

Vi har altså

$$(11) \quad y'_i = \alpha x'_i + \beta z'_i + u'_i, \quad TS2,$$

$$(12) \quad y'_t = \alpha x'_t + \beta z'_t + u'_t, \quad TR2.$$

der vi nok burde ha markert at de parametrene vi her har ikke uten videre er de samme som de som opptrer i (8)–(10) ovenfor. Dette skal vi for enkelhets skyld la være. I (11) og (12) har vi

$$r'_i = \ln \left(\sum_{i=1}^T \exp(r_{it}) \right) \text{ og } r'_t = \ln \left(\sum_{i=1}^I \exp(r_{it}) \right) \quad (r=y,x,z).$$

Hvis vi nå mener at restleddene oppfyller de vanlige gode egenskapene, spesielt at de har forventning lik null for alle observasjoner vil vi få konsistente estimatorer på α og β fra våre 5 typer av data.

Relasjonene (8)–(12) er estimert på grunnlag av observasjoner for 907 bedrifter for perioden 1959–1967⁹ og resultatene er gjengitt i Tabell 1 for relasjonene transformert slik at vi får estimater på passuskoeffisienten ($\varepsilon = \alpha + \beta$) og kapitalelastisiteten i stedet for på de to faktorelastisitetene.

Tabell 1.
Resultater for Cobb Douglas relasjonen for forskjellige typer av data.

Type data	$\hat{\varepsilon}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}_u^2$
$T-T$	0.994 (0.005)	0.272 (0.007)	0.281
$TS1$	0.996 (0.011)	0.284 (0.018)	0.168
$TR1$	1.705 (0.440)	1.348 (0.156)	$0.094 \cdot 10^{-2}$
$TS2$	0.987 (0.011)	0.293 (0.018)	0.167
$TR2$	1.999 (1.184)	1.267 (0.320)	$0.021 \cdot 10^{-1}$

⁹ Jfr. Ringstad [12].

Det er særlig én ting som slår en i resultatene fra Tabell 1, nemlig at tverrsnitts-tidsrekke data og de rene tverrsnittsdata gir om lag samme resultater — en passuskoeffisient på ca. 1 og en kapital-elastisitet på ca. 0.3, mens de to tidsrekke data gir en passuskoeffisient som er bortimot 2 og en kapitalelastisitet på ca. 1.3. (Dette innebærer at forskjellen i resultatene for arbeidskraftelastisiteten ikke er særlig stor for de forskjellige typer av data vi ser på.) Vi ser også at tidsrekkeresultatene er mye dårligere bestemt, men siden en normalt vil tro at usikkerheten i estimatene går i begge retninger, må en ha grunn til å tvile på om det er rene samplingfeil som er årsaken til forskjellene vi har fått.

TR-resultatene kan faktisk reise en berettiget tvil om de resultater som er framkommet i Griliches og Ringstad [3] og Ringstad [12] er de som er nærmest sannheten med hensyn til nivåene på passuskoeffisienten og kapitalelastisiteten i norsk industri. Det ble i de to analysene lagt atskillig møyne i å finne ut om de resultater en kom fram til, spesielt at passuskoeffisienten syntes å være noe i overkant av 1, var troverdige.

Hvis en skal forsøke å forklare forskjellene i resultatene er det nærliggende å ta utgangspunkt i det som med det datamaterialet vi har synes å være de tre viktigste årsakene til inkonsistente estimatorer når en bruker minste kvadraters metode direkte på produktfunksjonen, nemlig:¹⁰

- a) Produksjon og sysselsetting blir simultant bestemt i den «riktige» modellen.
- b) Vi ser bort fra kvalitetskomponenten i arbeidskraftsinnsatsen.
- c) Målefeil i kapitalen.

Alle disse tre punktene får konsekvenser for restleddets egenskaper. Det kan vises at dersom simultaniteten skyldes profittmaksimering med hensyn på arbeidskraften i et frikonkurransemarked får en følgende asymptotiske skjevheter i minste kvadraters estimatorene for ϵ og β når en ser bort fra punktene b) og c) og en forutsetter at restleddene både i produktfunksjonen og atferdsrelasjonen har forventning

¹⁰ Jfr. Ringstad [12], ch. III.

lik null, konstant varians og er ukorrelerte både med hverandre og med seg selv for forskjellige observasjoner:¹¹

$$(13) \quad \begin{aligned} \text{bias } \hat{\varepsilon} &= (1 - \varepsilon + b_{wz})\sigma_u^2/D_1, \\ \text{bias } \hat{\beta} &= -(\beta - b_{wz})\sigma_u^2/D_1, \end{aligned}$$

hvor $D_1 = S_w^2(1 - r_{wz}^2) + \sigma_u^2 + \sigma_v^2$, $b_{wz} = S_{wz}/S_z^2$ hvor S_{wz} , S_z^2 , S_w^2 og r_{wz} er grenseverdiene til henholdsvis kovariansen mellom w og z , variansen til z , og variansen til w og korrelasjonskoeffisienten mellom w og z der w er logaritmen til lønnsatsen deflatert med produktpris. σ_u^2 og σ_v^2 er variansene til restleddene for henholdsvis produktfunksjonen (7) og atferdsrelasjonen

$$(14) \quad w + x - y = \ln a + v.$$

Nå kan det være grunn til å tvile på om simultanitetsproblemet er av like stor betydning for alle typer av data vi betrakter. For å belyse dette spørsmålet er det hensiktsmessig å dekomponere restleddet i produktfunksjonen når en bruker $T - T$ data på følgende måte:¹²

$$(15) \quad u_{it} = b_i + c_t + d_{it},$$

hvor

$$(16) \quad Eu_{it} = b_i + c_t, \quad Eu_{it}u_{jt} - Eu_{it}Eu_{jt} = I\sigma^2, \quad \text{der } I \text{ er enhetsmatrisen.}$$

Det er blitt hevdet, bl. a. av meg selv, at i et $T - T$ materiale er ikke alle komponenter like betydningsfulle for samvariasjonen mellom restleddet i produktfunksjonen og arbeidskraftinnsatsen; at b_i er den som har størst betydning, ja kanskje den eneste som har betydning.¹³

Ser vi på de restledd vi har for de forskjellige typer av data, så er det for $T - T$ data gitt ved (15). For $TS1$ har vi¹⁴

¹¹ Jfr. Griliches og Ringstad [3], Appendix C.

¹² Jfr. Ringstad [12] avsnitt III, 2.

¹³ Jfr. Mundlak [11], Hoch [6] og Ringstad [12], avsnitt III.2 og avsnitt III.3.c.

¹⁴ Vi forutsetter for enkelhets skyld at $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T c_t = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I b_i = 0$.

Denne forutsetningen er imidlertid uten betydning for de konklusjonene vi kommer fram til.

$$(17) \quad u_i = b_i + d_i, \text{ hvor } d_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_{it},$$

og for *TR1* data

$$(18) \quad u_i = c_i + d_i, \text{ hvor } d_i = \frac{1}{I} \sum_{t=1}^I d_{it}.$$

Dette betyr, om vår antakelse om at det vesentlig er b_i som har betydning for profittmaksimeringstilpasningen, at de resultater vi får for *TR1* er lite påvirket av simultaniteten mellom y og x , sammenliknet med resultatene for $T-T$ data og særlig for *TS1* data. Men for begge sistnevnte typer av data vil den σ_u^2 vi opererer med overvurdere betydningen av simultaniteten i det også d -variabelen inngår. Vi skal imidlertid for fullstendighets skyld se på hva vi får for de forskjellige typer av data når vi forutsetter at *alle* komponenter i restleddet er av betydning for profittmaksimeringstilpasningen. Tilnærmet får vi tro det gjelder det samme for *TS2* og *TR2* som for *TS1* og *TR1* henholdsvis, selv om jevnføringen her åpenbart er noe vanskelig.

For målefeil i arbeidskraften av den type som er omtalt, er det i en annen sammenheng forutsatt at kvalitetskomponenten i arbeidskraften er perfekt korrelert med gjennomsnittslønnen.¹⁵ Det er greit å vise at om dette gjelder for de individuelle observasjoner i vårt $T-T$ materiale må det også gjelde for de avledede data *TS1* og *TR1*. Igjen har vi problemer med *TS2* og *TR2*, men vi vil også for disse datatypene bygge på samme forutsetning.

Som vist i Appendix får vi, når vi ser bort fra simultaniteten og målefeil i kapitalen, følgende skjevheter for minste kvadraters estimatorene for ε og β på grunn av den omtalte målefeil i arbeidskraften

$$(19) \quad \begin{aligned} \text{bias } \hat{\varepsilon} &= a[(1 - b_{xz})b_{wx} + (1 - b_{zx})b_{wz}] / D_2, \\ \text{bias } \hat{\beta} &= a(b_{wz} - b_{wx}b_{xz}) / D_2, \end{aligned}$$

hvor $D_2 = 1 - r_{xz}^2$ der r_{xz} er grenseverdien til korrelasjonskoeffisienten

¹⁵ Jfr. Ringstad [12]. Forutsetningen om perfekt korrelasjon er essensiell når det gjelder *nivået* på skjevhetene som skyldes denne type mikrofeil i arbeidskraftsinnsetningen. Men den er ikke essensiell når det gjelder *forskjeller* i skjevhetene for forskjellige typer av data.

mellom x og z og $b_{kl} = S_{kl}/S_l^2$ hvor S_{kl} og S_l^2 er grenseverdiene til henholdsvis kovariansen mellom k og l og variansen til l ($k=w, x, z$ og $l=x, z$).

Hvis vi antar at målefeilen i kapitalen er tilfeldig, det vil si ikke er korrelert med noen av de andre variable i relasjonen, får vi, om vi ser bort fra simultanitet og målefeil i arbeidskraften, at de asymptotiske skjevhetene for minste kvadraters estimatorene for ε og β er¹⁶

$$(20) \quad \begin{aligned} \text{bias } \hat{\varepsilon} &= \beta(b_{zx} - 1)k^2/D_3, \\ \text{bias } \hat{\beta} &= -\beta k^2/D_3. \end{aligned}$$

hvor D_3 er $1 - r_{x,z-x}^2$ der $r_{x,z-x}$ er grenseverdien for korrelasjonskoeffisienten mellom x og $z-x$ og $b_{zx} = S_{zx}/S_x^2$ der S_{zx} og S_x^2 er grenseverdiene til henholdsvis kovariansen mellom z og x og variansen til x , og $k^2 = \sigma_e^2/S_{z-x}^2$ er forholdet mellom variansen til målefeilen (e) i kapitalen og grenseverdien til variansen til $z-x$ (logaritmen til kapital-arbeidskraftraten).

Vi ser altså på målefeilens betydning i forhold til kapital-arbeidskraftraten, og vi er interessert i å se hvordan målefeilen slår ut i estimatene gitt at k er den samme for alle typer av data.¹⁷

Tabell 2.

Beregnete skjevheter i minste kvadraters estimater for passuskoefisienten og kapital-elastisiteten for forskjellige typer av data.

Data-type	Simultanitet				Målefeil i arb. kr.		Målefeil i kap.	
	bias $\hat{\varepsilon}$ $\varepsilon=1$	bias $\hat{\beta}$ $\beta=.3$	bias $\hat{\varepsilon}$ $\varepsilon=2$	bias $\hat{\beta}$ $\beta=1.3$	bias $\hat{\varepsilon}$	bias $\hat{\beta}$	bias $\hat{\varepsilon}$	bias $\hat{\beta}$
<i>T-T</i>	0.024	-0.126	-0.448	-0.586	0.026 α	0.109 α	-0.010 βk^2	-1.002 βk^2
<i>TS1</i>	0.023	-0.115	-0.434	-0.572	0.029 α	0.101 α	0.012 βk^2	-1.004 βk^2
<i>TR1</i>	0.403	0.310	0.090	0.003	0.789 α	1.412 α	1.403 βk^2	-1.230 βk^2
<i>TS2</i>	0.023	-0.114	-0.431	-0.568	0.024 α	0.115 α	0.009 βk^2	-1.002 βk^2
<i>TR2</i>	0.565	0.434	0.111	0.026	1.352 α	1.213 α	7.683 βk^2	-2.635 βk^2

¹⁶ Jfr. Griliches og Ringstad [3], Appendix C.

¹⁷ En kunne lett vise at andre rimelige forutsetninger, f. eks. at σ_e var den samme for alle typer av data (når vi tar i betraktning tolkningen av restleddene ved de datareduksjoner vi har foretatt) ikke ville påvirke vesentlig de konklusjoner vi kommer fram til m.h.t. målefeilens betydning for de forskjellige typer av data.

I tabell 2 har vi gjengitt de verdiene en får for skjevhetene utledet ovenfor når vi bruker sampelverdier for de størrelsene hvor det inngår observerte variable, og de estimerte verdiene for σ_u^2 og σ_v^2 .

Vi skal først se på de skjevhetene som skyldes at y og x er simultant bestemt. Vi ser av (13) at skjevheten i $\hat{\epsilon}$ er avhengig av ϵ og skjevheten i $\hat{\beta}$ er avhengig av β . For begge skjevheter inngår parametrene slik at det er vanskelig å vurdere dem uten å foreta beregninger for eksplisitte verdier av parametrene. Siden resultatene for de forskjellige datatyper skiller seg klart i to grupper; $T-T$ og $TS1$ og $TS2$ som gir en passuskoeffisient i nærheten av 1 og en kapitalelastisitet på ca. 0.3, og $TR1$ og $TR2$ som gir en passuskoeffisient på bortimot 2 og en kapitalelastisitet på ca. 1.3, kan det være tvil om hva som er rimelige verdier på parametrene.

Det vi har gjort er å beregne skjevhetene for de to settene av parameterverdier og hensikten med det er å finne ut om simultanitetsskjevhetene kan forklare $T-T$ og TS resultatene dersom de verdiene på ϵ og β som TR -resultatene indikerer er de «riktige» og/eller om simultanitetsskjevhetene kan forklare TR resultatene dersom $T-T$ og TS resultatene er «riktige».

Vi ser at for den type data hvor simultanitetsproblemet skulle ha størst betydning nemlig for TS -data har vi bare en ubetydelig skjevhet i $\hat{\epsilon}$ dersom $\epsilon=1$ og faktisk en negativ skjevhet i $\hat{\beta}$ dersom $\beta=0.3$. For $\epsilon=2$ og $\beta=1.3$ er skjevhetene i $T-T$ og TS estimatene sterkt negative, men allikevel utgjør de bare ca. halvparten av de differenser det er mellom de to settene av estimater. For TR -data hvor simultaniteten presumptivt er av mindre betydning, eller kanskje, som vi har vært inne på foran er uten betydning, og hvor vi derfor trolig sterkt overdriver betydningen av den ved våre beregninger, er skjevhetene positive og betydelige dersom $\epsilon=1$ og $\beta=0.3$, men allikevel greier vi å forklare mindre enn halvparten av den forskjell det er mellom de to sett av estimater med denne type av skjevhet.

Dette indikerer to ting. For det første at vi ved simultanitetsskjevhetene alene ikke kan avgjøre hvilket parametersett som er nærmest sannheten, og for det andre at der må være også andre årsaker til forskjellene i estimatene enn skjevheter som skyldes at y og x er simultant bestemt. Disse «andre» årsakene synes klart å ligge i de to typene av målefeil vi har konsentrert oss om. Som for estimatene selv,

skiller de beregnede skjevhetene seg klart i to grupper. De for $T-T$ og TS data er av samme størrelsesorden og relativt ubetydelige. De for TR -data er mye alvorligere. Skjevheten i $\hat{\varepsilon}$ som skyldes målefeil i arbeidskraften er større for $TR2$ -data enn for $TR1$ -data. Det samme er tilfelle for skjevheten i $\hat{\varepsilon}$ som skyldes målefeil i kapitalen. Dette stemmer bra i det det estimat vi får på ε fra $TR2$ data er høyere enn det vi får fra $TR1$ data. Skjevheten i $\hat{\beta}$ som skyldes målefeil i arbeidskraften er imidlertid mindre alvorlig for $TR2$ enn for $TR1$ data, mens skjevheten i $\hat{\beta}$ som skyldes målefeil i kapitalen er sterkere negativ for $TR2$ enn for $TR1$ data. Dette stemmer også bra med de resultatene vi har fått i det $TR2$ data gir et lavere estimat på β enn $TR1$ data.

Alt i alt gir disse beregningene klare indikasjoner på at de tidsrekke-data vi kan lage oss av vårt tverrsnittstidsrekke materiale gir bortimot håpløse resultater og at det er de resultatene som oppnås ved hjelp av tverrsnittsdimensjonen som er de mest pålitelige.

Nå bør en selvsagt være forsiktig med å tilskrive enhver forskjell resultater fra forskjellige typer av data, de årsaker som er behandlet her. Faktorer som er nevnt innledningsvis har åpenbart også relevans i visse situasjoner, og antakeligvis også andre forhold som ikke har vært gjenstand for diskusjon i denne artikkelen i det hele tatt. Noen resultater for 35 importkonkurrerende sektorer for perioden 1959—1968 kan tjene som illustrasjon på dette. Ut fra visse betraktninger om prisdannelsesmekanismen i slike sektorer ble relasjonen

$$(21) \quad \frac{\Delta p}{p} = \gamma + \alpha \frac{\Delta UVC}{UVC} + \beta \frac{\Delta p_B}{p_B} + u$$

estimert ved hjelp av minste kvadraters metode for forskjellige typer av data. I (21) er p prisindeks for leveranser fra sektor, UVC er variable enhetskostnader og p_B er prisindeksen for konkurrerende import. Resultatene er gjengitt i Tabell 3.

Vi ser av Tabell 3 at resultatene for α ikke er vesentlig forskjellige for de tre data-typene. For β er resultatene nokså forskjellige for alle tre datatyper og de vi får for $TR1$ data er nokså uinteressante både fordi punktestimatet er negativt og fordi standardavviket er stort. Vi ser at for denne datatypen er også α dårlig bestemt.

Tabell 3.

Resultater for $\frac{\Delta p}{p} = \gamma + \alpha \frac{\Delta UVC}{UVC} + \beta \frac{\Delta p_B}{p_B}$ for forskjellige typer av data.

Data type	$\hat{\gamma}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}_u^2$
$T-T$	0.011	0.365 (0.031)	0.083 (0.034)	.00135
$TS1$	0.009	0.459 (0.077)	0.195 (0.076)	.00008
$TR1$	0.011	0.385 (0.242)	-0.044 (0.248)	.00012

Spørsmålet er nå om en kan forklare forskjellene i resultatene fra forskjellige datatyper ved de målefeil som åpenbart er til stede i data-materialet, når en gjør forenklete forutsetninger om målefeilens art.

Det er to typer av målefeil som det er nærliggende å undersøke i denne sammenheng.

- Målefeil i prisindeksen for leveranser fra sektor.
- Målefeil i prisindeksen for konkurrerende import.

Det karakteristiske ved første type av feil er at den også inngår i UVC i det denne variable er variable kostnader for enhet produksjon i *faste* priser. Antar vi at denne målefeilen er tilfeldig får vi de asymptotiske skjevhetene for estimatene på α og β som¹⁸

$$(22) \quad \begin{aligned} \text{bias } \hat{\alpha} &= \frac{(1-\alpha)k_1^2}{1-r_{12}^2}, \\ \text{bias } \hat{\beta} &= \frac{-(1-\alpha)b_{12}k_1^2}{1-r_{12}^2}, \end{aligned}$$

hvor r_{12} er grenseverdien til korrelasjonskoeffisienten mellom $\frac{\Delta UVC}{UVC}$ og $\frac{\Delta p_B}{p_B}$, $b_{12} = S_{12}/S_2^2$, hvor S_{12} og S_2^2 er grenseverdiene til henholdsvis kovariansen mellom $\frac{\Delta UVC}{UVC}$ og $\frac{\Delta p_B}{p_B}$ og variansen til $\frac{\Delta p_B}{p_B}$, og k_1^2 er forholdet mellom variansen til målefeilen og grenseverdien for variansen til $\frac{\Delta UVC}{UVC}$.

¹⁸ Jfr. Appendiks.

Hvis vi antar at målefeilen i importprisindeksen også er tilfeldig får vi tilsvarende for denne målefeilen:¹⁹

$$(23) \quad \begin{aligned} \text{bias } \hat{\alpha} &= \frac{\beta b_{21} k_2^2}{1 - r_{12}^2}, \\ \text{bias } \hat{\beta} &= \frac{-\beta k_2^2}{1 - r_{12}^2}, \end{aligned}$$

hvor k_2^2 er forholdet mellom variansen til målefeilen i $\frac{\Delta p_B}{p_B}$ og grenseverdien til variansen $\frac{\Delta p_B}{p_B}$ og $b_{21} = S_{12}/S_1^2$, der S_{12} og S_1^2 er grenseverdiene til henholdsvis kovariansen mellom $\frac{\Delta UVC}{UVC}$ og $\frac{\Delta p_B}{p_B}$ og variansen til førstnevnte variabel.²⁰

Nå viser det seg imidlertid at de to typene av målefeil hverken hver for seg eller til sammen kan forklare de forskjeller det er mellom resultatene for forskjellige datatyper. Det er altså fortsatt et åpent spørsmål hvorfor resultatene blir forskjellige. Det kan ligge i helt andre årsaker, eller det kan ligge i det at vi ikke har spesifisert målefeilenes art tilnærmet korrekt. Hvis det første er riktig er der en mulighet for å forklare forskjellene.²¹ Hvis det siste er riktig står vi svakere, for vi må da ha mer informasjon enn vi antakelig har muligheter for å få tak i for å kunne komme med utsagn av noen interesse.

Alt i alt skulle de beregningene som er presentert her gi en pekepinn for hvor komplisert det kan være å finne skikkelige tolkninger på resultater fra forskjellige typer av data. Noe vi ikke har berørt foran er forklaringskraft for relasjonene for forskjellige typer data. Tilsynelatende gir tidsrekke-data bedre forklaringskraft uttrykt ved den esti-

¹⁹ Dette er analogt med det tilfellet hvor en har tilfeldige målefeil i kapitalinnsatsen. Jfr. Griliches og Ringstad [3], Appendix C.

²⁰ Vi kunne ha utledet den simultane virkning av de to typene målefeil, men det gir uttrykk som er noe uhandterbare dersom en skal foreta beregninger av skjevhetene.

²¹ Resultatene indikerer at en her har å gjøre med langsiktige og kortsiktige effekter på sektoriseringen av endringer i prisen på konkurrerende import. I noen grad synes det samme å være tilfelle for *UVC*. Et eventuelt nytt forsøk på å forklare forskjellene i resultatene burde derfor gå ut på å finne ut om dette er riktig.

merte variansen på restleddet, $\hat{\sigma}_u^2$. Men siden vi har dividert med antall enheter og antall år i våre *TR1* og *TS1* data henholdsvis, må $\hat{\sigma}_n^2$ for disse to datatyper korrigeres, og da kommer tidsrekkeresultatene vesentlig dårligere ut. Derfor er det ingen tvil om at våre tidsrekke-data gir i et hvert henseende dårligere resultater enn de andre typer av data.²²

Hovedkonklusjonen må derfor bli at selv om en kan ha problemer med mikrodata, vil det ofte være bedre å bruke dem som de er i estimeringen og så eventuelt aggregere etterpå — enn å aggregere først og så estimere. De resultatene vi har presentert her peker i hvert fall i den retning.

Dette kan også betraktes som et tentativt svar til Chipman [2]:²³ Med den kvalitet en har på de data en vanligvis opererer med i økonomiske analyser, synes mikrodata å være å foretrekke både ut fra konsistens- og effisienshensyn. Denne artikkelen kan også ses som et supplement til det som er skrevet om aggregeringsproblemet: Aggregeringsskjevheter er en ting, målefeil en annen, og begge skulle tilsi forsiktighet i bruk av aggregerte data.

Central Bureau of Statistics, Oslo.

APPENDIKS

Utleddning av asymptotiske skjevheter

1. Skjevheter som skyldes kvalitetsforskjeller i arbeidskraften.

Vi har relasjonen

$$(1) \quad y = ax + \beta z + u'$$

mens den «sanne» relasjonen er

$$(2) \quad y = ax^* + \beta z + u,$$

hvor $Eu = 0$ og $x^* = x + q$ der q er logaritmen til kvalitetskomponenten for arbeidskraften.

²² Vi kunne i våre produktfunksjonsberegninger ha operert med en trend, og da ville *TR*-data ha gitt noe bedre resultater. Vi har utelatt trenden av to årsaker. For det første for å få direkte sammenlignbarhet mellom *TS*-data og de andre datatypene, og for det andre for å gjøre skjevhetsberegningene mindre kompliserte.

²³ Jfr. ovenfor.

Dette leder til følgende sammenheng mellom u' og u :

$$(3) \quad u' = u + \alpha q .$$

Estimerer vi α og β fra (1) ved hjelp av minste kvadraters metode får vi ved å bruke (3)

$$(4) \quad \begin{aligned} \hat{\alpha} - \alpha &= [\alpha(M_{xq}M_{zz} - M_{zq}M_{xz}) + M_{xu}M_{zz} - M_{zu}M_{xz}] / (M_{xx}M_{zz} - M_{xz}^2), \\ \hat{\beta} - \beta &= [\alpha(M_{zq}M_{xx} - M_{xq}M_{xz}) + M_{zu}M_{xx} - M_{xu}M_{xz}] / (M_{xx}M_{zz} - M_{xz}^2), \end{aligned}$$

hvor M -ene er momenter.

Forutsetter vi nå at q og w er perfekt korrelerte og at $E_{wu} = 0$ får vi de asymptotiske skjevhetene i kapitalelastisiteten og passuskoeffisienten som

$$(5) \quad \begin{aligned} \text{bias } \hat{\beta} &= \alpha(b_{wz} - b_{wx}b_{xz}) / (1 - r_{xz}^2), \\ \text{bias } \hat{\epsilon} &= \text{bias } (\hat{\alpha} + \hat{\beta}) = \alpha[(1 - b_{xz})b_{wx} + (1 - b_{zx})b_{wz}] / (1 - r_{xz}^2), \end{aligned}$$

hvor r_{xz}^2 er grenseverdien til korrelasjonskoeffisienten mellom x og z og $b_{kl} = S_{kl}/S_l^2$ hvor S_{kl} og S_l^2 er grenseverdiene til henholdsvis kovariansen mellom k og l og variansen til l ($k=w, x, z$ og $l=x, z$).

2. Skjevheter som skyldes målefeil i sektorpris.

Vi bruker relasjon (1), hvor $y = \Delta p/p$, $x = \Delta UVC/UVC$ og $z = \Delta p_B/p_B$, mens den «sanne» relasjonen er

$$(6) \quad y^* = \alpha x^* + \beta z + u ,$$

hvor $E u = 0$, $y^* = y - e$ og $x^* = x - e$, der e er målefeilen i sektorprisen.

Det forutsettes at $E e = 0$, $\text{var } e = \sigma_e^2$, og at e ikke er seriekorrelert.

(1) og (6) gir

$$(7) \quad u' = u + (1 - \alpha)e .$$

Estimerer vi α og β fra (1) ved hjelp av minste kvadraters metode får vi ved å bruke (7)

$$(8) \quad \begin{aligned} \hat{\alpha} - \alpha &= \\ & [(1 - \alpha)(M_{xe}M_{zz} - M_{ze}M_{xz}) + M_{xu}M_{zz} - M_{zu}M_{xz}] / (M_{xx}M_{zz} - M_{xz}^2), \\ \hat{\beta} - \beta &= \\ & [(1 - \alpha)(M_{ze}M_{xx} - M_{xe}M_{xz}) + M_{zu}M_{xx} - M_{xu}M_{xz}] / (M_{xx}M_{zz} - M_{xz}^2). \end{aligned}$$

Under våre forutsetninger vil vi da få de asymptotiske skjevhetene for $\hat{\alpha}$ og $\hat{\beta}$ som:

$$(9) \quad \begin{aligned} \text{bias } \hat{\alpha} &= (1 - \alpha)k_1^2/(1 - r_{12}^2), \\ \text{bias } \hat{\beta} &= -(1 - \alpha)b_{12}k_1^2/(1 - r_{12}^2), \end{aligned}$$

hvor k_1^2 er målefeilens andel av variansen til x , r_{12} er grenseverdien til korrelasjonskoeffisienten mellom x og z og $b_{12} = S_{12}/S_2^2$, hvor S_{12} og S_2^2 er grenseverdiene til henholdsvis kovariansen mellom x og z og variansen til z .

LITTERATUR

- [1] J. C. G. BOOT and G. M. DE WIT: "Investment Demand: An Empirical Contribution to the Aggregation Problem". *International Economic Review*, 1960.
- [2] J. CHIPMAN: Anmeldelse av [13], *The Review of Economics and Statistics*, 1957.
- [3] Z. GRILICHES and V. RINGSTAD: "*Economics of Scale and the Form of the Production Function. An Econometric Study of Norwegian Manufacturing Establishment Data*". North Holland Publ. Co., Amsterdam, 1971.
- [4] Y. GRUNFELD and Z. GRILICHES: "Is Aggregation Necessarily Bad?" *The Review of Economics and Statistics*, 1960.
- [5] K. L. GUPTA: "Aggregation Bias in Linear Economic Models". *International Economic Review*, No. 2, 1971.
- [6] I. HOCH: "Estimation of Production Function Parameters Combining Time Series and Cross Section Data". *Econometrica*, 1962.
- [7] F. HOLTE: "*Economic Shock Models*". Universitetsforlaget, Oslo 1962.
- [8] L. KLEIN: "*An Introduction to Econometrics*". Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. J. 1963.
- [9] E. KUH: "*Capital Stock Growth: A Micro-Econometric Approach*". North Holland Publ. Co., Amsterdam, 1963.
- [10] E. KUH and J. R. MEYER: "How Extraneous are Extraneous Estimates?" *The Review of Economics and Statistics*, 1957.
- [11] Y. MUNDLAK: "Empirical Production Functions Free of Management Bias". *Journal of Farm Economics*, 1961.
- [12] V. RINGSTAD: "*Estimating Production Functions and Technical Change from Micro Data. An Exploratory Study of Individual Establishment Time Series from Norwegian Mining and Manufacturing 1959-1967*". SØS nr. 21, Statistisk Sentralbyrå, Oslo 1971.
- [13] H. THEIL: "*Linear Aggregation of Economic Relations*". North Holland Publ. Co., Amsterdam, 1954.

Utkommet i serien ART

Issued in the series Artikler fra Statistisk Sentralbyrå (ART)

- Nr. 1 Odd Aukrust: Investeringenes effekt på nasjonalproduktet *The Effects of Capital Formation on the National Product* 1957 28 s. Utsolgt
- " 2 Arne Amundsen: Vekst og sammenhenger i den norske økonomi 1920 - 1955 *Growth and Interdependence in Norwegian Economy* 1957 40 s. Utsolgt
- " 3 Statistisk Sentralbyrås forskningsavdeling: Skattelegging av personlige skattytere i årene 1947 - 1956 *Taxation of Personal Tax Payers* 1957 8 s. Utsolgt
- " 4 Odd Aukrust og Juul Bjerke: Realkapital og økonomisk vekst 1900 - 1956 *Real Capital and Economic Growth* 1958 32 s. kr. 3,50
- " 5 Paul Barca: Utviklingen av den norske jordbruksstatistikk *Development of the Norwegian Agricultural Statistics* 1958 23 s. kr. 2,00
- " 6 Arne Amundsen: Metoder i analysen av forbruksdata *Methods in Family Budget Analyses* 1960 24 s. kr. 5,00
- " 7 Arne Amundsen: Konsumelastisiteter og konsumprognoser bygd på nasjonalregnskapet *Consumer Demand Elasticities and Consumer Expenditure Projections Based on National Accounts Data* 1963 44 s. kr. 5,00 Utsolgt
- " 8 Arne Øien og Hallvard Borgenvik: Utviklingen i personlige inntekts-skatte 1952 - 1964 *The Development of Personal Income Taxes* 1964 30 s. kr. 5,00
- " 9 Hallvard Borgenvik: Personlige inntektsskatte i sju vest-europeiske land *Personal Income Taxes in Seven Countries in Western Europe* 1964 16 s. kr. 5,00
- " 10 Gerd Skoe Lettenstrøm og Gisle Skancke: De yrkesaktive i Norge 1875 - 1960 og prognoser for utviklingen fram til 1970 *The Economically Active Population in Norway and Forecasts up to 1970* 1964 56 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 11 Hallvard Borgenvik: Aktuelle skattetal 1965 *Current Tax Data* 1965 38 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 12 Idar Møglestue: Kriminalitet, årskull og økonomisk vekst *Crimes, Generations and Economic Growth* 1956 63 s. kr. 7,00
- " 13 Svein Nordbotten: Desisjonstabeller og generering av maskinprogrammer for granskning av statistisk primærmateriale *Decision Tables and Generation of Computer Programs for Editing of Statistical Data* 1965 11 s. kr. 4,00
- " 14 Gerd Skoe Lettenstrøm: Ekteskap og barnetall - En analyse av fruktbarhetsutviklingen i Norge *Marriages and Number of Children - An Analysis of Fertility Trend in Norway* 1965 29 s. kr. 6,00
- " 15 Odd Aukrust: Tjue års økonomisk politikk i Norge: Suksesser og mistak *Twenty Years of Norwegian Economic Policy: An Appraisal* 1965 38 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 16 Svein Nordbotten: Long-Range Planning, Progress- and Cost-Reporting in the Central Bureau of Statistics of Norway *Langtidsprogrammering, framdrifts- og kostnadsrapportering i Statistisk Sentralbyrå* 1966 17 s. kr. 4,00

- Nr. 17 Olav Bjerkholt: Økonomiske konsekvenser av nedrustning i Norge
Economic Consequences of Disarmament in Norway 1966 25 s.
kr. 4,00 Utsolgt
- " 18 Petter Jakob Bjerve: Teknisk revolusjon i økonomisk analyse og politikk? *Technical Revolution in Economic Analysis and Policy?* 1966 23 s. kr. 4,00
- " 19 Harold W. Watts: An Analysis of the Effects of Transitory Income on Expenditure of Norwegian Households 1968 28 s. kr. 5,00
- " 20 Thomas Schjøtz: The Use of Computers in the National Accounts of Norway *Bruk av elektronregnemaskiner i nasjonalregnskapsarbeidet i Norge* 1968 28 s. kr. 5,00
- " 21 Petter Jakob Bjerve: Trends in Quantitative Economic Planning in Norway *Utviklingstendensar i den kvantitative økonomiske planlegginga i Norge* 1968 29 s. kr. 5,00
- " 22 Kari Karlsen og Helge Skaug: Statistisk Sentralbyrås sentrale registre *Registers in the Central Bureau of Statistics* 1968 24 s. kr. 3,50
- " 23 Per Sevaldson: MODIS II A Macro-Economic Model for Short-Term Analysis and Planning *MODIS II En makroøkonomisk modell for korttidsanalyse og planlegging* 1968 40 s. kr. 4,50
- " 24 Olav Bjerkholt: A Precise Description of the System of Equations of the Economic Model MODIS III *Likningsystemet i den økonomiske modell MODIS III* 1968 30 s. kr. 4,50 Utsolgt
- " 25 Eivind Hoffmann: Prinsipielt om måling av samfunnets utdanningskapital og et forsøk på å måle utdanningskapitalen i Norge i 1960 *On the Measurement of the Stock of Educational Capital and an Attempt to Measure Norway's Stock of Educational Capital in 1960* 1968 60 s. kr. 5,00
- " 26 Hallvard Borgenvik: Aktuelle skattetal 1968 *Current Tax Data* 1969 40 s. kr. 7,00
- " 27 Hallvard Borgenvik: Inntekts- og formuesskattlegging av norske kapitalplasseringer i utlandet *Income and Net Wealth Taxes of Norwegian Investment in Foreign Countries* 1969 40 s. kr. 7,00
- " 28 Petter Jakob Bjerve og Svein Nordbotten: Automasjon i statistikkproduksjonen *Automation of the Production of Statistics* 1969 30 s. kr. 7,00
- " 29 Tormod Andreassen: En analyse av industriens investeringsplaner *An Analysis of the Industries Investment Plans* 1969 26 s. kr. 5,00
- " 30 Bela Balassa og Odd Aukrust: To artikler om norsk industri *Two Articles on Norwegian Manufacturing Industries* 1969 40 s. kr. 5,00
- " 31 Hallvard Borgenvik og Hallvard Flø: Virkninger av skattereformen av 1969 *Effects of the Taxation Reform of 1969* 1969 35 s. kr. 7,00 Utsolgt
- " 32 Per Sevaldson: The Stability of Input-Output Coefficients *Stabilitet i kryssløpskoeffisienter* 1969 40 s. kr. 7,00

- Nr. 33 Odd Aukrust og Hallvard Borgenvik: Inntektsfordelingsvirkninger av skattereformen av 1969 *Income Distribution Effects of the Taxation Reform of 1969* 1969 29 s. kr. 7,00
- " 34 Odd Aukrust og Svein Nordbotten: Dataregistrering, dataarkiver og samfunnsforskning *Data Registration, Data Banks and Social Research* 1970 43 s. kr. 7,00
- " 35 Odd Aukrust: PRIM I A Model of the Price and Income Distribution Mechanism of an Open Economy *PRIM I En modell av pris- og inntektsfordelingsmekanismen i en åpen økonomi* 1970 61 s. kr. 7,00
- " 36 Arne Amundsen: Konsumets og sparingens langsiktige utvikling *Consumption and Saving in the Process of Long-Term Growth* 1970 18 s. kr. 5,00
- " 37 Steinar Tamsfoss: Om bruk av stikkprøver ved kontoret for intervjuundersøkelser, Statistisk Sentralbyrå *On the Use of Sampling Surveys by the Central Bureau of Statistics, Norway* 1970 46 s. kr. 7,00
- " 38 Svein Nordbotten: Personmodeller, personregnskapssystemer og persondataarkiver *Population Models, Population Accounting Systems and Individual Data Banks* 1970 28 s. kr. 7,00
- " 39 Julie E. Backer: Variasjoner i utviklingen hos nyfødte barn *Variations in the Maturity Level of New Born Infants* 1970 36 s. kr. 7,00
- " 40 Svein Nordbotten: Two Articles on Statistical Data Files and Their Utilization in Socio-Demographic Model Building *To artikler om statistiske dataarkiver og deres bruk i sosio-demografisk modellbygging* 1971 30 s. kr. 7,00
- " 41 Per Sevaldson: Data Sources and User Operations of MODIS, a Macro-Economic Model for Short Term Planning *Datagrunnlag og brukermedvirkning ved MODIS, en makroøkonomisk modell for planlegging på kort sikt* 1971 31 s. kr. 7,00
- " 42 Erik Biørn: Fordelingsvirkninger av indirekte skatter og subsidier *Distributive Effects of Indirect Taxes and Subsidies* 1971 42 s. kr. 5,00
- " 43 Hallvard Borgenvik og Inger Gabrielsen: Aktuelle skattetall 1970 *Current Tax Data* 1971 53 s. kr. 7,00
- " 44 Vidar Ringstad: PRIM II En revidert versjon av pris- og inntektsmodellen *PRIM II A Revised Version of the Price and Income Model* 1972 43 s. kr. 7,00
- " 45 Jan M. Hoem: Purged and Partial Markov Chains *Lutrede og partielle Markovkjeder* 1972 16 s. kr. 5,00
- " 46 Jan M. Hoem: Two Articles on the Interpretation of Vital Rates *To artikler om tolking av befolkningsrater* 1972 33 s. kr. 7,00
- " 47 Inger Gabrielsen: Aktuelle skattetall 1972 *Current Tax Data* 1972 58 s. kr. 8,00

Publikasjonen utgis i kommisjon hos
H. Aschehoug & Co., Oslo, og er til salgs hos alle bokhandlere

Pris kr. 7,00

Omslag trykt hos Grøndahl & Søn, Oslo