




**ARTIKLER**

**54**



**USIKKERHET VED  
BEFOLKNINGSPROGNOSER**

By Jan M. Hoem

**INACCURACY OF  
POPULATION PROJECTIONS**

OSLO 1973

**STATISTISK SENTRALBYRÅ**

ARTIKLER FRA STATISTISK SENTRALBYRÅ NR. 54

**USIKKERHET VED  
BEFOLKNINGSPROGNOSER**

By Jan M. Hoem

**INACCURACY OF  
POPULATION PROJECTIONS**

**OSLO 1973**

**ISBN 82-537-0219-1**



## FORORD

Statistisk Sentralbyrå arbeider for tiden med å forbedre metodene til forhåndsberegning av framtidige folketall. Denne virksomheten foregår i Sosiodemografisk forskningsgruppe. I denne artikkelen presenteres noen av de viktigste idéer som ligger til grunn for dette arbeidet.

Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 3. januar 1973

Petter Jakob Bjerve

*PREFACE*

The Socio-Demographic Research Unit of the Central Bureau of Statistics of Norway is engaged in improving methods for prior calculation of the size and composition of the future population. The present article presents some of the more important ideas on which this work is based.

Central Bureau of Statistics, Oslo, 3 January 1973

Petter Jakob Bjerve

## INNHold

	Side
Sammendrag .....	8
1. Innledning .....	10
2. Kvalitetsvurdering av prognosemetoder .....	12
3. Prosjeksjoner versus prediksjoner .....	16
4. Kortsiktige og langsiktige prognoser .....	18
5. Lineære befolkningsprognosemodeller .....	20
6. Kilder til prognoseusikkerhet .....	24
7. Estimerings- og registreringsfeil (1. nivå) .....	26
8. Rent tilfeldig variasjon (2. nivå) .....	27
9. Stokastiske befolkningsrater (3. nivå) .....	29
10. Feil anslag for forventet utvikling i framtidige befolknings- rater (4.-6. nivå) .....	31
11. Mer om sannsynlighetsfordelingen for befolkningsutviklingen ....	36
12. Hvordan skal man presentere prognoseresultater? .....	40
13. Hvordan bør det videre arbeid med befolkningsprognosene legges opp i Norge? .....	45
Referanser .....	47
Fotnoter .....	54

CONTENTS

	Page
Summary .....	8
1. Introduction .....	10
2. The evaluation of forecasting methods .....	12
3. Projection vs. prediction .....	16
4. Short and long term forecasting .....	18
5. Linear models for population forecasting .....	20
6. Sources of forecasting inaccuracy .....	24
7. Estimation and registration errors .....	26
8. Pure randomness .....	27
9. Random vital rates .....	29
10. Erroneous trend in mean vital rates .....	31
11. A further discussion of the probability distribution of the population vector .....	36
12. The presentation of population forecasts .....	40
13. Plans for further work on Norwegian population forecasts .....	45
References .....	47
Notes .....	54

"Our discipline [demography] has been greatly influenced by demand for prediction of future population and by efforts on the part of our members to satisfy that demand. The public expects predictions. When I meet someone who asks me what I do, and I reply that I work at the mathematics of population, the reaction is something like: "Great! Then you're the man who can tell me what the population of the world will be in the year 2000," or even: "When, according to your figures, will there be too many people in the United States?" To protest that I and others practicing the profession of demography are interested in facts by no means escapes the question; the most interesting facts are those relating to the future.

If the questioner is experienced enough to know that prediction is difficult, he at least supposes, when he hears about demographic models, that the accuracy of prediction is a test of the models. The demographer, he might say, has every right to look into many aspects of past and present population, but he validates this right, and distinguishes himself from the ordinary run of men, by now and again doing a prediction. Like the Pharisees in the Bible who asked Jesus for a miracle, our public wants a sign from heaven that we are authorized, that we are not mere guessers like themselves. Our calculations may be esoteric, but everyone can understand a prediction that the census of 1980 will count 230,000,000 persons in the United States, and any Pharisee can check the calculation when the census total is released about August 1980. By doing this small miracle of prediction we not only help people in their practical affairs between now and 1980, but when that date comes round we will have proved our competence by an unmistakable sign. The desire to be useful, and even more the desire to prove competence, are strong. We do not reply as Jesus did to the Pharisees, "There shall be no sign given to this generation."

Rather we attempt a miracle, and the miracle fails miserably."

Nathan Keyfitz, Presidential Address to the  
Annual Meeting of the Population  
Association of America, Washington,  
D.C., April 23, 1971 [44].



## Sammendrag

Den viktigste hensikten med en befolkningsprognose må være at den skal bidra til fornuftig samfunnsplanlegging og heldige avgjørelser. Nøyaktighet av prognosen, i den forstand at den viser seg å falle godt sammen med den befolkningsutvikling som senere kan observeres, kan ikke være det viktigste (enn si det eneste) kriterium på hvor god den er i planleggingsøyemed. Prognoser har velkjente "publiseringseffekter" som påvirker påliteligheten. På den ene side vil folk ha en tendens til å oppføre seg som om prognosen stort sett vil stå til, og på det viset bidra til å skape noen av forutsetningene for at den skal gå i oppfyllelse, mens det kan være ønskelig å gå planmessig inn for en annen utvikling. På den annen side vil en prognose ha en iboende tendens til selvødeleggelse hvis den forutsier en utvikling som oppfattes som særlig uheldig, uten at dette trenger gjøre den mindre verdifull som planleggingsinstrument. (Det at disse effektene går i motsatt retning, betyr ikke at de opphever hverandre.)

Allikevel er det viktig at prognoser er rimelig nøyaktige. Sterkt upålitelige forhåndsregninger har liten verdi i samfunnsplanleggingen. Det er derfor beklagelig at de ren-demografiske prognosemetodene som vi har i dag, i det store og hele gir så lite pålitelige "forutsigelser" av framtidig befolkningsutvikling.

(Riktignok har endringer i dødeligheten liten betydning for utfallet av prognoseberegninger i vår del av verden, for aldrer under 70, i hvert fall, så en kan regne med å få bra anslag for framtidige tall på personer i landet under ett i aldersklasser som er født før prognosen lages, og dette har ikke liten viktighet. Men vi har vanskelig for å anslå framtidige fødselstall nøyaktig nok, for ikke å snakke om tall på flyttere, både mellom regioner og over landegrensener, og særlig på lengre sikt har dette utslagsgivende betydning.)

Dette er ikke bare et spørsmål om å velge mer raffinerte demografiske modeller. Det har vist seg at raffinerte modeller ikke har gitt mer pålitelige resultater enn enklere metoder. Man må i hvert fall gå ut over rammen for de prognosemodeller som er i bruk i dag hvis man skal ha håp om å bedre påliteligheten av resultatene.

I denne situasjonen kan det være fornuftig å stille opp en oversikt over faktorer som gjør befolkningsprognoser usikre. I denne artikkelen deles kildene til prognoseupålitelighet inn i seks nivåer, gruppert i tre typer av feil, nemlig

- I. estimerings- og registreringsfeil,
- II. feil som skyldes stokastisk variasjon,
- og III. feil anslag for forventet utvikling i framtidige befolkningsrater.

Det er et hovedsynspunkt i artikkelen at den mest utslagsgivende delen av slik prognoseusikkerhet som man kan håpe å få noen kontroll over, skyldes feil ved spesifikasjonen av modellene, noe som kommer inn under feiltype III ovenfor. Dagens modeller utelater faktorer av stor betydning for befolkningsutviklingen, f.eks. for flyttingene, eller de har slike faktorer representert på en inadekvat måte. Den viktigste oppgaven prognosemakeren står overfor, er derfor å få slike faktorer riktig spesifisert i modellene. I Norge vil dette sannsynligvis skje ved at befolkningsprognosemodellen knyttes sammen med en makroøkonomisk planleggingsmodell. En vesentlig hensikt med dette er å søke å få trukket eksplisitt inn i beregningene styresmaktens muligheter til å påvirke befolkningsutviklingen.

Man skal ikke ha for store forventninger med hensyn til de frukter man kan høste av dette arbeidet hvis man først og fremst er opptatt av prognoseusikkerheten. I så måte vil en antakelig kunne oppnå en viss forbedring av kortsiktige prognoser, men neppe av de langsiktige. Likeledes bør man kunne få noe bedre regionale prognoser enn dem vi har i dag. Den viktigste forbedringen vil allikevel sannsynligvis ligge i det at modellformuleringen blir mer "planleggingsvennlig", slik at det blir et nærmere, tosidig samspill mellom planlegging og prognoseberegning.

Gevinster av denne typen vil imidlertid ikke komme raskt og enkelt. Vi står overfor et langvarig arbeid som vil kreve langt større innsats enn den man hittil har ofret på feltet her i landet.

Uansett hvor langt vi kommer i denne retningen, vil befolkningsprognoser alltid inneholde elementer av usikkerhet. Når prognoseprodusentene presenterer sine resultater, er det en del av deres oppgave å gjøre brukerne oppmerksomme på denne usikkerheten. I dag gjøres dette vanligvis i første rekke ved at prognosene lages med flere alternativer. Prognoseprodusentene har ofte (og delvis med rette) vært kritisert for at de uttaler seg alt for vagt om påliteligheten av prognosene, selv når alternativene presenteres. Det har vært framholdt at de som lager prognosene, bør gå over fra å beregne anslag over antall personer i ulike befolkningsgrupper på framtidige tidspunkter, det være seg i ett eller flere alternativer, til å angi en sannsynlighetsfordeling for disse persontallene. Dette vil nemlig lede til helt annerledes presise utsagn om prognoseusikkerheten.

Det er helt klart at dette er et mål man bør strebe etter. Det er imidlertid nokså urealistisk å tro at vi kan gjøre noe slikt på lang tid.

Vi vet ikke på langt nær nok om viktige befolkningsprosesser til at det kan ha noen hensikt å innføre et raffinement av denne typen ennå. Å offentliggjøre variansberegninger eller på annen måte innføre probabilistiske mål på usikkerheten vil være å gi et feilaktig inntrykk av presisjonsnivået i vår kunnskap. Først er det nødvendig å redusere de alvorligste modellfeilene.

Man bør også være oppmerksom på at utledning av en slik sannsynlighetsfordeling på en operasjonell form (ut over angivelse av de første momentene i fordelingen) i seg selv ikke er noen barnelek.

I dagens situasjon bør vi derfor gi avkall på å gi kvantitative mål på usikkerheten. Vi bør nøye oss med å redegjøre for den verbalt, og med å publisere flere prognosealternativer. Imidlertid bør prognosemakeren avgjort legge mer arbeid i å forklare for brukerne hva det er for et produkt han legger fram og hva man kan (og ikke kan) anvende det til.

## 1. Innledning

<sup>1A.</sup> Det er sterk og stigende etterspørsel etter befolkningsprognoser <sup>1)\*)</sup> og en stadig økende arbeidsmengde legges i produksjon av slike forhåndsberegninger. Det ville være synd å si at dette arbeidet har resultert i stadig sikrere anslag for framtidige folketall. Vi har et nærliggende eksempel i den norske prognosen fra 1969 [54]\*\*). Beregningene bygde den gang på observasjonsårene 1966-1968, og de gav et fødselstall på 69 800 i 1969 og 71 500 i 1970. I de to årene falt imidlertid fruktbarheten sterkt her i landet, så de tilsvarende registrerte tallene ble henholdsvis 67 700 og 64 600. Vi fikk altså en overestimering av fødslene på henholdsvis 3 og 10 prosent alt i de to første prognoseårene. Byrået måtte derfor lage en ny prognose i 1971 [55] der vi regnet med lavere fruktbarhet enn den i prognosen fra 1969. (I 1971 laget vi en tilsvarende regional prognose [55a].)

Befolkningsprognosenes historie er full av slike eksempler. Forhåndsberegninger som stemmer godt overens med den utvikling som senere observeres, utgjør sjeldne unntak fra regelen, og i tilfeller hvor beregningene har slått til, har dette neppe skyldtes noen overlegen beregningsmetode <sup>2)</sup>. Man kan godt si at sporene skremmer. Prognoser av den typen Statistisk Sentralbyrå nå utarbeider, vil aldri egentlig "gå i oppfyllelse", så det er nødvendig å ha en meget høy grad av ydmykhet overfor oppgaven når

---

\*) Nummererte fotnoter er samlet bak referanselisten. Tall i hakeparentes henviser til numre i referanselisten.

man begir seg ut på å si noe om tendensene i befolkningsutviklingen framover.

1B. Formålet med denne artikkelen er å gi en sammenhengende oversikt over forhold som bidrar til at aktuelle prognosemetoder er så usikre, og å si litt om hvordan en kan innrette seg i denne situasjonen. Hovedsynspunktene i framstillingen er oppsummert foran, og i avslutningskapitlet skisserer jeg kort hvordan jeg mener det videre arbeid med befolkningsprognoser bør drives i Statistisk Sentralbyrå.

Siden framstillingen har karakteren av en oversiktsartikkel, er mange av resonnementene bare gitt antydningssvis og uten detaljer. Mye av det jeg skriver her, vil bli utdypet i det senere arbeid med prognoseproblematikken. Hensikten denne gang er først og fremst å skissere hovedlinjer i en gitt del av feltet. For å illustrere idéene og gjøre tankegangen mer konkret, har jeg allikevel brukt en del eksempler, til dels hentet fra eksisterende litteratur.

Kortere framstillinger av noen av hovedpunktene her er gitt i [34] og [34a].

1C. Artikkelforfatteren var så heldig å få delta i The IASPS Satellite Symposium on Statistical Problems in Population Research, som ble holdt i Honolulu, Hawaii, i tiden 2. til 6. august 1971. En god del av tiden var der viet prognoseproblematikken. Impulsene jeg fikk under dette symposiet, har hatt stor betydning for temavalget her, men artikkelen er utformet i lys av de erfaringer jeg har gjort i arbeidet med de norske befolkningsprognosene, og av diskusjoner med venner og kolleger i og utenfor Statistisk Sentralbyrå.

Det er ikke til å unngå at framstillingen inneholder mye tankestoff som egentlig skyldes andre. På det felt som her behandles, finnes det en hel flora av synspunkter og resonnementer som er "allemannseie" blant interesserte. En del av dette har nedfelt seg i litteraturen, men folk har ikke alltid vært flinke til å referere til tidligere arbeider, så det kan ofte være vanskelig å oppspore opphavsmannen til de enkelte idéer. Jeg har lagt brett på å gi henvisning når jeg har kjent til skriftlige (eller muntlige) kilder, men jeg har ikke forsøkt å finne fram til hvem som var først ute i det enkelte tilfelle. Jeg har også forsøkt å referere til skandinaviske kilder der slike finnes.

1D. Jeg vil gjerne takke arrangørene av Honolulu-symposiet for at de inviterte meg til å delta der, og Bjørn Tønnesen for at han har lest igjennom og gitt nyttige kommentarer til manuskriptet til artikkelen. Disku-

sjoner med Morris L. Eaton, Svein Longva, Thorvald Moe og Tore Schweder har likeledes vært til god hjelp. Det har videre vært en støtte å finne igjen mange av mine egne synspunkter i upubliserte formuleringer av Gus Haggstrom [29]. Endelig vil jeg takke Leif Johansen for referanser til økonomisk litteratur.

## 2. Kvalitetsvurdering av prognosemetoder

2A. Det finnes nå et helt spektrum av demografiske prognosemetoder. Erfaringene med disse tyder på at det ikke nytter å tro at de svake prestasjonene i befolkningsprognosearbeidet "bare" skyldes at prognosemakerne ikke har brukt god nok demografisk teknikk. Man får ikke sikrere prognoser med raffinerte demografiske metoder enn med enklere framgangsmåter. Blant fagfolk er dette nå en så utbredt oppfatning og den er kommet til uttrykk så ofte<sup>3)</sup> at utsagnet er redusert til en fortørsket platthet.

Søkingen etter sikre demografiske prognosemetoder har vært sammenliknet med jakten på de vises sten<sup>4)</sup>. Ifølge bildet leter man i begge tilfelle etter noe som er uopnåelig så å si etter naturens orden, og i begge tilfelle har man fått et uventet og ettertraktelsesverdig biresultat, nemlig framveksten av ny vitenskap. Det kan ikke være tvil om at den store interessen for sikrere befolkningsprognoser har virket som en kraftig stimulans for befolkningslæren i det hele<sup>5)</sup>, selv om det finnes framtrædende demografer<sup>6)</sup> som mener at den energi som spanderes på prognoseproblematikken, kunne vært bedre anvendt på andre felter innen faget.

2B. For begge virksomheters vedkommende kan man tvile på om en egentlig er best tjent med det mål de tilsynelatende anstrenger seg for å nå, rent bortsett fra spørsmålet om dette målet er oppnåelig. I prognosekunstens tilfelle synes det mest umiddelbare mål å være å utvikle metoder for sikre prognoser, dvs. forhåndsberegninger som senere mest mulig faller sammen med den faktiske befolkningsutvikling. Naturligvis hører dette med til det man bør være opptatt av, men det ville være uheldig om dette ble brukt som eneste kriterium på hvor god en prognose er. Et slikt kriterium ville fange opp mye av det man ønsker å oppnå, men det får langt fra alle viktige aspekter med, kanskje ikke en gang de viktigste.

Hovedhensikten med Byråets prognoser er at de skal danne en del av grunnlaget for offentlig og privat planlegging. Det som betyr noe, er derfor om de bidrar til fornuftig planlegging og heldige avgjørelser<sup>7)</sup>, og dette bør være kriteriet ved vurdering av kvaliteten av arbeidet. I denne sammenheng bør en huske at prognosene kan lede til aktivitet som har til

hensikt å motvirke at de går i oppfyllelse, nemlig hvis den utvikling beregningene peker ut, oppfattes som svært uheldig<sup>8)9)</sup>, og dette kan være hensiktsmessig fra et planleggingssynspunkt. Vanligvis vil vel folk imidlertid gjerne regne med at prognosen stort sett gir et riktig bilde av det en kan vente at framtiden vil bringe. At de så oppfører seg etter denne forutsetning, vil kunne virke i retning av at prognosen blir en selvoppyllende profeti, til tross for at det kan være ønskelig å planlegge en annen utvikling<sup>10)</sup>.

I begge tilfelle vil altså nøyaktighet og planleggingsrelevans være konkurrerende krav til prognosen.

2C. Det er ikke uproblematisk å måle hvor god overensstemmelse det er mellom prognose og faktisk utvikling<sup>11)</sup>, men det lar seg da gjøre<sup>12)</sup>. En ulempe med fornuftig planlegging og heldige avgjørelser som kriterium på kvalitet av prognoseresultater er naturligvis at hele vurderingsgrunlaget blir avhengig av skjønnsmessige overlegninger, både når det gjelder å bedømme om planleggingen er fornuftig og avgjørelsene heldige, og å anslå hvilket bidrag prognosen eventuelt har gitt. Selv om det er vanskelig å konstruere et kvantitativt mål, må det allikevel være bedre å bruke et kriterium som gir en riktig oppfatning av det man vil oppnå, enn å anvende et teknisk målbart kriterium som leder interessen i feil retning ved å overdimensjonere vekten av ett av formålene på de andres bekostning.

Vi skal også huske på at verdien av en prognose ikke bare, eller ikke en gang først og fremst, ligger i den nøyaktige størrelsen av de tallene den inneholder, men også i de store linjene i den utvikling den impliserer.

2D. Det er altså grunn til å redusere betydningen av treffsikkerheten til en prognosemetode som kvalitetskriterium. I tillegg til dette trenger det vanlige, trøstesløse bildet av utfallet av prognosearbeidet et korrektiv på et visst punkt.

La oss et øyeblikk konsentrere oss om nasjonale prognoser<sup>13)</sup>. Diskusjonen om usikkerheten ved slike beregninger er i overdreven grad konsentrert om problemene med å forutsi samlet folketall. Det som framfor alt gjør det så vrient å gi sikre forhåndsanslag her, er at fødselstallet er så følsomt overfor påvirkninger som er vanskelige å forutse. Imidlertid vil man for mange formål bare (eller hovedsakelig) være interessert i anslag over framtidige tall for personer som er født før prognosen lages og som er relativt unge. I hvert fall hvis ikke tidsperspektivet strekkes for langt framover, vil dette eksempelvis gjelde for beregninger over framtidig arbeidskraft, anslag for elevtall i høyere utdannelseinstitusjoner, en god

del av det prognosebehov trygdemyndighetene har, osv. Hvis vi altså ser bort fra inn- og utvandring, er det bare utviklingen i dødeligheten som får betydning for disse alderskategoriene. Det er ingen grunn til å tro at de endringer i dødeligheten som nå er i sikte i et land som vårt, kommer til å få noen vesentlig innflytelse på utfallet av befolkningsprognosene for slike aldersklasser<sup>15)</sup>. Men da er jo prognosene over antall personer i disse aldre temmelig sikre og prognoseproblemene tilsvarende små. (For høyere aldrer kan nok dødelighetsutviklingen få betydning.)

2E. Inntrykket av prognoseresultatene er også blitt svakt ved at kritikerne har konsentrert alt for stor oppmerksomhet om utfallet av lang-siktige prognoser<sup>16)</sup>. Det er ingen grunn til å vente at det skal være mulig å spå nøyaktig hva folketallet i et land vil bli 30 eller 50, enn si 100 år fram i tiden. Allikevel offentliggjøres det stadig beregninger med slike tidsperspektiv, og det framføres kritikk fordi prognosene ikke tref-fer.

Vi kommer tilbake til dette punktet i kapittel 4.

2F. La oss nå vende tilbake til bildet med de vises sten en siste gang. Ved å ta i bruk metoder som lå utenfor alkymistenes rekkevidde, har naturvitenskapen klart å lage "kunstig" gull. Tilsvarende bør vi ta i bruk noe mer enn de rent demografiske elementene for å utvikle metoder som gjør prognosene til et mer hensiktsmessig instrument i planleggingsarbeidet. I prognoser for mindre regioner bør en trekke inn næringsøkonomiske og lokal-geografiske faktorer. I Byrået tar vi sikte på å inkorporere befolkningsprognoser for større regioner i en makroøkonomisk planleggingsmodell.

Det er vel tvilsomt om vi noensinne vil finne metoder som egentlig gir sikre prognoser, selv om vi trekker inn ikke-demografiske faktorer, men etter det vi har sagt ovenfor, trenger ikke dette være så betydningsfullt.

2G. Som vi har nevnt tidligere, gir mer raffinerte demografiske metoder ikke sikrere prognoser enn enklere framgangsmåter, og vi sa nettopp at det er nødvendig å trekke inn ikke-demografiske faktorer for å komme videre. Allikevel er det viktige argumenter som taler for bruk av prognosemodeller som gir et mer realistisk bilde av befolkningsmekanismene enn de metoder vi anvender her i landet i dag<sup>17)</sup>.

Når man har en rimelig realistisk prognosemodell, vil man for det første kunne studere effekten av endringer i betydningsfulle parametre når en ny prognose skal lages, slik at det blir mulig å legge opp prognoseforutsetninger det virkelig har noen interesse å ta i betraktning. For det andre vil man i analyser på etterhånd bedre kunne komme på sporet etter

vesentlige årsaker til at den faktiske befolkningsutvikling viste seg å avvike fra den prognostiserte, slik at man får en bedre forståelse av det som har skjedd.

I disse utsagnene skal vekten legges på uttrykkene "betydningsfulle parametre" og "vesentlige årsaker", for det er på disse punkter mer realistiske modeller atskiller seg fra de enklere metodene. Det er karakteristisk for de siste at de parametre som inngår, bare gjenspeiler de underliggende mekanismer indirekte og på en flertydig måte<sup>18)</sup>, slik at de kan gi et helt feilaktig inntrykk av utviklingen.

La meg belyse dette med et eksempel. Som jeg nevnte innledningsvis, falt fruktbarheten sterkt her i landet i 1969 og (særlig) i 1970. Dette gav seg utslag i at de aldersspesifikke fødselsratene, beregnet på grunnlag av observasjoner for de to årene, var lavere enn i årene før for alle viktige aldrer. Man har hatt en tilsvarende utvikling før oss i mange andre land, og det er vanlig å forklare dette ved å henvise til utbredelsen av nye, mer effektive fødselsregulerende midler og den informasjonsspredning som har fulgt i deres kjølvann. Man regner med at en bedret fødselskontroll kan ha i hvert fall to viktige effekter: For det første kan antall uønskede svangerskap gå ned, og for det andre kan foreldre lettere selv bestemme avstanden mellom de fødslene de ønsker å få. Det første av disse momentene vil virke i retning av en permanent senkning av den observerte fruktbarheten. Hvis det andre momentet medfører at et stort antall foreldre bare utsetter fødsler de planlegger å få, vil det virke i retning av en forbigående kraftig senkning av fruktbarheten, etterfulgt av en stabilisering og muligens en viss oppgang i fødselsratene (beregnet fra periodedata) etter hvert som folk igjen begynner å få barn de utsatte en tid. Fruktbarhetsutviklingen i 1971 og 1972 tyder på at vi nå er kommet inn i stabiliseringsfasen.

Poenget med dette eksemplet er følgende: Vi forklarer det som skjer gjennom en beskrivelse av folks handlemåte der tidsfaktoren spiller en vesentlig rolle. Vi kan si at vår innsikt leder oss til en lengdesnittsforklaring av det fenomen vi står overfor (kohortsynspunktet). Av denne forklaringen avleder vi så en forventet utvikling i visse tverrsnittsparemetre, nemlig periodedefødselsratene, som altså bare indirekte gjenspeiler det som virkelig foregår.

Av forskjellige grunner brukte vi fødselsrater beregnet på grunnlag av periodedata i prognosene vi laget i 1971 [55] og 1972 [55a]. Som det framgår av det ovenstående, ville det vært mer tilfredsstillende å bruke en metode basert på kohortdata. Innføring av en slik angrepsmåte står på Byråets arbeidsprogram.



### 3. Projeksjoner versus prediksjoner

3A. I det foregående har vi omtalt prognoser uten å presisere hvilken av de mange tolkningene av dette ordet vi egentlig har hatt i tankene. (Sml. fotnote 1.) La oss nå gå nærmere inn på dette.

3B. Det er viktig å være oppmerksom på at befolkningsprojeksjoner basert på passende valgte forutsetninger er et betydningsfullt analytisk instrument som kan brukes til å studere følgene av forutsetningene, uten at hensikten trenger være å beregne en mulig, enn si sannsynlig, utvikling. Tvert imot kan man på denne måten lage en "mot-prognose" som viser at en utvikling er umulig. Eksempelvis nevner Keyfitz [45], side 357, at folketallet i Mexico ikke kan fortsette å vokse i det nåværende tempo i hundre år til, for da vil landet få 1,6 milliarder innbyggere, og hvis dette ikke er fysisk umulig, så er det i hvert fall økonomisk umulig. Bourgeois-Pichat og Taleb [4] har på den annen side vist at Mexico umulig kan oppnå en vekstrate på null i år 2000, fordi dette ville medføre utenkelige svingninger i fødselstallet og følgelig i alderssammensetningen av befolkningen. Frejka [19] har utført liknende beregninger for Sambandsstatene.

3C. Andre projeksjoner er utført for rent analytiske formål uten å ha karakter av motprognoser. For eksempel har konsekvensene av et fall i fruktbarheten til reproduksjonsnivået (dvs. slik at nettoproduksjonstallet får verdien 1), umiddelbart eller over en viss periode, vært studert i en rekke arbeider<sup>19)</sup>. Andre slike studier [81] har vist at utviklingen av fruktbarheten på litt lengre sikt har større betydning for et lands aldersstruktur enn utviklingen i voksendødeligheten, osv.

3D. Slike beregninger har altså ikke til hensikt direkte å gi uttrykk for framtidig befolkningsutvikling. I motsetning til dette har noen av de offentlige institusjonene som publiserer prognoseberegninger, tilkjennegitt at de tar sikte på å gi en prediksjon av det sannsynlige forløp framover<sup>20)</sup>. Men av dem er det få<sup>21)</sup>.

De aller fleste institusjoner av samme type som Statistisk Sentralbyrå understreker at de "bare" lager framskrivninger, dvs. at de bare beregner tallmessige konsekvenser av forutsetninger som er stilt opp på grunnlag av tilgjengelig observasjonsmateriale uten at dette skal representere noe utsagn om en forventet utvikling. Det er imidlertid et spørsmål hvor rimelig et slikt utsagn i realiteten er. Jeg vil hevde at det for vårt lands vedkommende både har elementer av sannhet og elementer av usannhet i seg. Tenk bare på kommuneprognozen fra 1969 [54], [22]. For kommunene er flyttingene uten tvil den mest betydningsfulle av de demografiske

faktorene. For prognosen i 1969 regnet Byrået ut aldersspesifikke flyttere for observasjonsårene 1966-68, og beregnet antall flyttere kommunene imellom ved å bruke disse ratene uendret gjennom hele prognoseperioden. Tilsvarende for fødsels- og dødsrater. Det er derfor ingen tvil om at Byrået den gang laget en ren framskrivning.

Nå er det klart at de flytteratene som ble observert i årene 1966-68, for mange kommuners vedkommende vil ligge langt unna dem som blir aktuelle i prognoseperioden, og i en del tilfelle kunne man være temmelig sikker på dette alt da prognosen ble laget. Beregninger basert på ratene fra 1966-68 måtte være lite nyttige i planleggingsøyemed f.eks. i kommuner der utbyggingen av et større industriprosjekt ble avsluttet (eller påbegynt) ca. 1969. For planleggingsformålet ville slike kommuner sikkert hatt mye større interesse av å bruke mer "realistiske" flytterater enn de observerte. I svært mange tilfelle vil prognoseberegninger i realiteten ha interesse først og fremst i den utstrekning de kan betraktes som prediksjoner<sup>22)</sup>. I vårt videre arbeid tar vi sikte på å utvikle et system der informasjon om "realistiske" parameterverdier mobiliseres før beregningene gjennomføres.

Man kan gjøre tilsvarende betraktninger over de prognosene vi laget i 1971 [55] og 1972 [55a]. De nye beregningene ble utført fordi forutsetningene fra 1969 var urealistiske, og vi publiserte prognosealternativer som tok sikte på å dekke den utvikling vi regner som rimelig og mulig.

3E. På samme måte som det altså finnes en rekke kategorier av projeksjoner, kan vi skjelne mellom forskjellige kategorier av prediksjoner. Idet vi stort sett følger Leif Johansen [40], skal vi sondre mellom rene prediksjoner, indikative prediksjoner og prediksjoner innebygd i en planleggingsprosess.

En ren prediksjon representerer et forsøk på mer eller mindre ubetinget å forutsi en "forventet" eller "mest sannsynlig" framtidig befolkningsutvikling.

En indikativ prediksjon prøver å dra nytte av den tendens til selvoppfyllelse som er nedlagt i enhver befolkningsprognose (med mindre den utvikling som forutsies, oppfattes som så uheldig at den gir opphav til aktivitet i motsatt retning). Denne idéen er blitt brukt i stort omfang i indikativ økonomisk planlegging i Frankrike, men jeg kjenner ikke til at den bevisst har vært anvendt i sammenheng med befolkningsprognoser til tross for at den opplagt er viktig i hvert fall i sammenheng med regionale prognoser [14].

Når befolkningsprognoser skal inngå som et integrerende element i

en planleggingsprosess, kan man skjelne mellom fire slags elementer:

For det første har man en gruppe variable som ligger utenfor styresmaktens kontroll og som ikke påvirkes nevneverdig av de politiske virkemidler som kan tenkes å bli brukt. (Dødeligheten hører med her.) Slike variable gir man rene prediksjoner for.

For det andre har myndighetene visse handlingsvariable (aksjonsparametre, styringsvariable) som kan brukes til å påvirke utviklingen.

For det tredje vil det spesifiseres et sett målsettingsvariable (herunder f.eks. bosettingsmønsteret i landet), og prognoseberegningene har til hensikt å gi innsikt i hvordan målene kan nås. Prognosen vil derfor til dels ha karakter av en plan.

Endelig er det en ytterligere gruppe av variable hvis verdier vil bli bestemt i hvert fall delvis av den politikk som føres, men som ikke oppfattes som viktige nok til at man tar dem med blant målsettingsvariablene. Fødselstallet i Norge er antakelig med i denne gruppen for tiden.

Selve prognoseberegningen kan kanskje bli gjennomført ved en iterasjonsprosedyre, hvis det passer med strukturen i den modell som brukes. Den kan også bli satt ut i livet sekvensielt gjennom periodiske revisjoner. Resultatet av en slik prosess er verken en ren prediksjon eller fullt ut en normativ plan. Selv om den vil ha aspekter av begge disse kategoriene, vil de være så sterkt sammenvevet at det trolig vil ha liten hensikt å klassifisere resultatet som det ene eller det andre.

#### 4. Kortsiktige og langsiktige prognoser

4A. I den produksjon av befolkningsprognoser som finner sted i dag, brukes det som regel samme metodikk i de første årene av prognoseperioden som lenger fram, og dårlige resultater av langsiktige prognoser vies alt for stor interesse i diskusjonen. (Sml. underkapittel 2E.) Gode grunner taler for at man burde bruke metoder for kortsiktige prognoser som avviker fra dem som anvendes for langsiktige beregninger. Dette er en banalitet på andre områder, og det er i grunnen overraskende at det ikke har slått igjennom i arbeidet med befolkningsprognosene<sup>23)</sup>.

La oss diskutere noen momenter som taler for å bruke ulike metoder ved kort- og langsiktige prognoser.

4B. I utlandet gjennomføres det jevnlig intervjuundersøkelser der man spør om hvilke planer folk har med hensyn til å få barn i tiden framover<sup>24)</sup>. Det er mulig å bruke informasjon innkommet på denne måten for en

kortsiktig prognose, men neppe mer. En kan ikke vente at folk skal ha faste planer på dette området lenger enn noen få år fram i tiden. Dessuten vil mesteparten av de nyfødte mer enn f.eks. fem år fram i tiden ha mødre som er så unge når prognosen lages at de ikke kan forventes å ha noen sikker mening om hvor mange barn de vil ha og når de skal komme<sup>25)</sup>.

4C. Det fruktbarhetsfallet vi hadde i Norge i 1969 og 1970, hadde sine forløpere i et tilsvarende fall i Danmark siden 1966 [9] og i Sverige siden 1964 [36]. Det er en slående likhet mellom utviklingen av fruktbarheten i våre to naboland og det vi nå ser hos oss. Da vi laget den siste prognosen for den samlede norske befolkning [55], lot vi derfor observasjonene fra Sverige og Danmark spille en stor rolle ved valget av alternative fruktbarhetsforutsetninger for de første prognoseårene. Siden Sverige her ligger fem år foran oss og Danmark tre, kunne vi bruke dem som mønster for kortsiktige beregninger. For prognosene på lengre sikt foreligger det ikke noe slikt "forbilde"<sup>26)</sup>.

4D. Det foregående eksempel viser hvordan en politisk beslutning (frigivelsen av salget av p-pillen) kan ha stor innflytelse på befolkningsutviklingen og kan gjøre en befolkningsprognose avlegs alt to år etter at den er laget. En eventuell liberalisering av adgangen til framkalt abort ville være en annen politisk beslutning som ville få enda større betydning for befolkningsutviklingen.

Det kan være vanskelig nok å ta forventningene om slike beslutninger med i betraktningen når man skal lage kortsiktige befolkningsprognoser. Det blir umulig i langsiktige beregninger.

4E. De norske langtidsprogrammene tar sikte på å utgjøre en ramme for politikken i en fireårsperiode framover. (De samtidige perspektivanalysene har et vesentlig lenger sikt.) I dag lages befolkningsprognosene før langtidsprogrammet og inngår som en del av grunnlagsmaterialet for det. Vi får da ikke noe vekselspill mellom prognose og økonomisk program. Statistisk Sentralbyrå håper å få et slikt vekselspill i gang i løpet av noen år gjennom innføring av befolkningens størrelse og sammensetning som elementer i en makroøkonomisk planleggingsmodell der regionale befolkningsvariable inngår endogent, slik vi nevnte i underkapittel 2F.

Det er forresten et fornøylig semantisk poeng at et økonomisk program for en fireårsperiode kalles et langtidsprogram, mens fire år representerer kort sikt i befolkningsprognosesammenheng.

## 5. Lineære befolkningsprognosemodeller

5A. Det framgår av kapitlene ovenfor at spørsmålet om valg av prognosemodell er høyst problematisk. Dette bidrar naturligvis til usikkerhet om utfallet av prognoseberegningene. Vi kan neppe regne med at de modellene som har vært brukt hittil, egentlig er adekvate. Hvis man ikke vil gi opp og vende prognosearbeidet ryggen (og dermed helt overlate det til fuskerne i faget), må man innstille seg på en tidkrevende fase der nye elementer trekkes inn<sup>27)</sup>. I dette arbeidet skal man ikke ha for store forventninger når det gjelder økt prognosepålitelighet, og spesielt skal man ikke vente like store forbedringer på alle fronter. Nye metoder for fødselstallsprognoser vil eksempelvis trolig kunne gi gevinst for kortsiktige forhåndsberegninger, men neppe for langsiktige. Videre vil en innarbeiding av befolkningsprognoser i en makroøkonomisk planleggingsmodell med en regionstruktur trolig kunne gi avkastning for regionale prognoser, men neppe for folketallet i hele riket under ett.

Enhver modell representerer en forenkling av virkeligheten, og den vil aldri gi en fullstendig representasjon av det fenomen den skal beskrive. Forenkling er jo en del av modellens natur; en viktig hensikt med å stille opp modeller er å eliminere slikt som oppfattes som irrelevant for den aktuelle problemstillingen. For så vidt vil enhver modell representere et ufullstendig og ukorrekt bilde av virkeligheten.

I befolkningsprognosesammenheng er imidlertid problemet med modellfeil helt akutt. Det er tydelig at modellene ikke oppfanger alt det som er vesentlig ved det fenomen som skal beskrives, nemlig befolkningsutviklingen. Det er derfor viktig at ens ressurser settes inn på å redusere denne hovedkilden til usikkerhet ved prognosene.

Allikevel skal en ikke glemme at det også finnes andre slike usikkerhetskilder. Etter en idé av Paul Meier<sup>28)</sup> skal vi dele slike kilder inn i nivåer etter hvilken betydning de synes å ha for størrelsen av usikkerheten. Vi skal operere med seks slike nivåer, nummerert fra 1 til 6. Nivåene er gruppert i tre typer, nummerert I, II og III.

Før vi kan presentere denne inndelingen, er det imidlertid nødvendig å innføre en del matematikk. I det følgende skal vi være noe mer tekniske enn i det foregående.

5B. For å gjøre framstillingen mer konkret, vil vi knytte den til en bestemt type modeller, nemlig lineære befolkningsprognosemodeller, som vi nå skal beskrive. I senere avsnitt skal vi gjøre et nummer av stokastiske elementer i slike modeller. Ved innføring av slike elementer har man

imidlertid tatt utgangspunkt i opprinnelig deterministiske modeller, og det skal vi også gjøre. I kapittel 5 er derfor alle modeller deterministiske.

5C. En befolkningsprognose skal ikke bare gi forhåndsregninger av samlet folkemengde i et område, la oss si et land, men den skal også vise hvordan denne folkemengden fordeler seg etter visse kjennetegn. I nasjonale prognoser vil man minst forlange å få en fordeling etter kjønn og passende aldersgrupper, men andre oppdelinger kan også komme på tale (ekte-skapelig status, bostedskommune, osv.). Av beregningstekniske grunner er det praktisk at alle aldersgruppene omfatter like mange aldersår, og at antall aldersår i en gruppe er det samme som lengden av én framregningsperiode, f.eks. ett år eller fem år. La oss her for enkelthets skyld operere med ettårige intervaller.

La oss regne tiden i år fra det tidspunkt som prognosen tar sitt utgangspunkt i, og som vi vil kalle tidspunkt 0. Tidspunkt  $t$  representerer da utløpet av prognoseår nr.  $t$ .

Befolkningen er til enhver tid inndelt i en rekke grupper, la oss si  $m+1$  stykker, som vi kan tenke oss nummerert fra 0 til  $m$ . Betegn faktisk antall personer i gruppe  $j$  på tidspunkt  $t$  med  $X_j(t)$ , og la

$$\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} X_0(t) \\ X_1(t) \\ \vdots \\ X_m(t) \end{pmatrix}.$$

Vi vil kalle dette befolkningsvektoren.  $\vec{X}(0)$  er kjent, og oppgaven går ut på å gi en prognose for  $\vec{X}(t)$  for  $t=1,2,\dots,T$ . For å kunne sondre mellom faktisk utvikling og prognose, vil vi betegne prognosen med  $\hat{\vec{X}}(t)$ .

5D. Nåværende befolkningsprognosemodeller vil typisk beregne prognoseverdiene (elementene i  $\hat{\vec{X}}$ ) suksessivt, slik at man først regner ut  $\hat{\vec{X}}(1)$ , bruker resultatet til å beregne  $\hat{\vec{X}}(2)$ , osv. I hvert fall for nasjonale prognoser bruker man da vanligvis en regneformel for framregning fra et tidspunkt  $t$  til neste tidspunkt,  $t+1$ , der elementene i  $\hat{\vec{X}}(t)$  inngår lineært. Hvis vi ser bort fra innvandring betyr dette at man har en framregningsrelasjon av formen

$$(5.1) \quad \hat{\vec{X}}(t) = \hat{M}(t)\hat{\vec{X}}(t-1) \quad \text{for } t=1,2,\dots,T.$$

Her er  $\hat{\vec{X}}(0) = \vec{X}(0)$ , og framregningskoeffisientene  $m_{ij}(t)$  (elementene i framregningsmatrisen  $\hat{M}(t)$ ) er overlevelsesheter, fruktbarhetsrater, gifter-

målrater, osv. Som det framgår av symbolbruken, kan framregningskoeffisientene avhenge av  $t$ .

Hvis man tar innvandring med i betraktningen, må netto antall innvandrere i hver aldersklasse legges til uttrykket i (5.1). Det er imidlertid ingen som ennå har funnet noen tilfredsstillende måte å trekke innvandring inn i beregningene på. For å forenkle framstillingen skal vi derfor stort sett begrense oss til å betrakte lukkede befolkninger.

Vi skal si litt om regionale prognoser i underkapittel 5G, men først skal vi gi et par enkle eksempler på lineære modeller i underkapitlene 5E og 5F.

5E. I de enkleste modeller av typen (5.1) som er i praktisk bruk, deler man befolkningen opp bare etter kjønn og alder, men ikke etter andre kjennetegn, og man bruker konstante framskrivningskoeffisienter gjennom hele prognoseperioden. Når vi nå skal minne om hvordan disse enkleste modellene ser ut, skal vi for enkelhets skyld forestille oss at det bare er kvinnene som framskrives, og at vi bare tar pikefødsler med i betraktningen. Utvidelsen til en modell som regner med begge kjønn er triviell.

Vi betegner den brøkdelen av antall  $j$ -årige kvinner som regnes å leve i (minst) ett år til, med  $p_j$ , og kaller pikefødselsraten<sup>29)</sup> for  $j$ -årige kvinner for  $f_j$ . Framregningsrelasjonene blir da

$$\hat{X}_j(t) = p_{j-1} \hat{X}_{j-1}(t-1) \quad \text{for } j=1,2,\dots,$$

og

$$\hat{X}_0(t) = \sum_j f_j \hat{X}_j(t-1).$$

Framregningsmatrisen  $M$  er uavhengig av  $t$ , og den har formen

$$(5.2) \quad M = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{\omega-1} & f_{\omega} \\ p_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & p_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & p_{\omega-1} & 0 \end{pmatrix}.$$

Her er naturligvis  $f_j=0$  for de  $j$  som er slik at  $j$ -årige kvinner ikke kan få barn. Den høyeste alderen en regner med, er kalt  $\omega$ . En ser bort fra ekteskapelig status.

5F. Første generalisering av modellen i underkapittel 5E består i å la framskrivningsratene endre seg med tiden, f.eks. ved at man legger inn trender og liknende. I de norske prognosene fra 1971 [55] lot vi  $f_j$ -ene falle gjennom de første prognoseårene, og holdt dem så konstant resten av tiden. Vi brukte konstante overlevelsesserater.

Det kan være verd å merke seg at prognoseberegninger bygd på kohortttankegangen ikke trenger være mer kompliserte enn at de dekkes av modellen i underkapittel 5E når vi lar  $f_j$ -ene få variere med tiden. La oss si at vi spesifiserer fødselsraten  $k_j(s)$  for  $j$ -årige kvinner født i året  $s$ . (Også  $s$  regnes med tidspunkt 0 som utgangspunkt, så  $s$  kan godt være negativ.) Ved framregningen fra tidspunkt  $t-1$  til  $t$  skal vi da bruke raten  $k_j(t-1-j)$ . (Alderen regnes i fylte år.) Framregningsmatrisen  $M_j(t)$  får derfor samme form som i (5.2), med

$$f_j(t) = k_j(t-j-1).$$

Overlevelsesseratene  $p_j$  kan her være konstante, eller de kan variere med  $t$ .

5G. Regionale prognosemodeller av det slag vi brukte i Norge i 1969 [22] og 1972 [55a], er av formen (5.1), men matrisen  $M$  er så pass mye mer komplisert enn den i (5.2) at vi ikke skal skrive den opp her. Ved siden av overlevelsese- og fødselsrater inneholder  $M$  rater for flyttinger kommunene imellom.

Prognoser som disse lages ved at man for hvert prognoseår beregner antall fødsler og dødsfall separat for hver region (i vårt tilfelle for hver kommune) og antall flyttere mellom regionene. Dette gjøres for hver alder og begge kjønn. En prognose for landet under ett framkommer ved aggregering over kommunene. Det har derfor vært foreslått [33] at man skal kalle denne framgangsmåten for aggregeringsprinsippet.

Regionale prognoser kan også lages på en annen måte, nemlig ved at man først lager en nasjonal prognose og så fordeler mellom regionene de folketall man da kommer fram til (nedbrytingsprinsipper [33]). Regionale prognoser laget etter nedbrytingsprinsippet kan i alminnelighet ikke skrives på formen (5.1).

5H. Vi bør kanskje understreke at elementene  $m_{ij}(t)$  i  $M(t)$  nok får variere med  $t$  men de får ikke lov til å avhenge av  $X(1), X(2), \dots$ . I lineære prognosemodeller er framregningskoeffisientene uavhengige av den prognostiserte befolkningsutviklingen.



## 6. Kilder til prognoseusikkerhet

6A. Vi skal nå beskrive ulike kilder til usikkerhet. Det er praktisk å inndele disse kildene i tre typer og seks nivåer. Vi skal først gi en kort beskrivelse av disse typene og nivåene nedenfor, og så skal vi diskutere dem nærmere de følgende kapitlene.

### Type I. Estimerings- og registreringsfeil

1. nivå. Her vet man ikke noen av de parametrene som inngår i modellen. De må estimeres ut fra tilgjengelige data. Dette gir i seg selv opphav til en rekke feilkilder. Vi skal regne med

- (a) estimeringsvarians,
- (b) registreringsfeil som gir dårlige framregningskoeffisienter, og
- (c) feil ved registrering av utgangsbestanden  $X(0)$ .

Slike feil forplanter seg gjennom resultatene for hele prognoseperioden. Virkningen likner på effekten av

- (d) avrundingsfeil,

og vi vil ta også disse med på dette nivået.

### Type II. Feil som skyldes stokastisk variasjon

2. nivå: Rent tilfeldig variasjon. Selv om man kjente de overlevelsessannsynligheter som kom til å gjelde i et gitt prognoseår, ville ikke andelen av overlevende i hver gruppe bli nøyaktig lik sannsynligheten. Det vil være en del tilfeldig variasjon. (En statistiker vil si at overgangen fra ett årsskifte til det neste representerer en binomisk forsøks-serie.)

Tilsvarende for fødsler osv.

3. nivå: Stokastiske befolkningsrater. Pollard [58] og Sykes [80] har kritisert modeller som forutsetter at elementene i matrisen  $M(t)$  er ikkestokastiske. Pollard nevner at dødelighetsrater avhenger av værforholdene: en hard vinter vil gi økt dødelighet, særlig for gamle og svært unge, og en mild vinter vil gi lavere dødelighet enn vanlig<sup>30</sup>. Sykes ([80], side 118) sier<sup>31</sup> at fenomener som tørke, epidemier, revolusjoner, osv. vil medføre vesentlige avvik fra gjennomsnittlig dødelighet og fruktbarhet. Begge synes altså å tenke seg en slags midlere utvikling av framregningskoeffisientene, med stokastiske fluktasjoner lagt ovenpå. Den midlere utvikling representeres da av forventningen  $EM(t)$  til framregningsmatrisen  $M(t)$ , mens fluktasjonene gjenspeiles bl.a. i kovariansmatrisen  $\Sigma(t)$  til elementene i  $M(t)$ <sup>32</sup>.

Dette stemmer godt overens med uttalelser som falt i diskusjonen under symposiet i Honolulu, der særlig Paul Meier framhevet at man burde studere fluktuasjoner i befolkningsratene slik de har teidd seg i perioder en har observasjoner fra, og at slike fluktuasjoner burde bygges inn i befolkningsmodellene. Fluktuasjonene representerer naturligvis en usikkerhetskilde.

### Type III. Feil anslag for forventet utvikling i framtidige befolkningsrater

4. nivå: Gradvise endringer som er utelatt. Samfunnet forandrer seg, og man får en gradvis endring i fruktbarhet, dødelighet osv som er følge av faktorer som endret teknikk og forandrede holdninger i befolkningen. Det kan være vanskelig å forutsi slike endringer med tilstrekkelig nøyaktighet.

5. nivå: Skift i befolkningsratene. i forbindelse med kriger, kraftige økonomiske depresjoner, gjennombrudd i bruk av medisinsk teknikk, og større omlegginger i offentlig politikk (f.eks. abortlovgivningen) osv. vil befolkningskomponentene kunne gjøre et brått sprang til et nytt leie. Uansett hvilken modelltype man har, kan det, selv på kort sikt<sup>33)</sup> være vanskelig å forutse når et slikt sprang eventuelt vil komme og hvor stort det blir. På lang sikt er det umulig.

6. nivå: Alvorlige feil i modellspesifikasjonen. I dagens befolkningsprognosemodeller vil viktige faktorer være utelatt eller spesifisert på feil måte. Eksempelvis tas handlingsvariable ikke eksplisitt med i betraktningen. Dette gir opphav til feil på dette nivået

6B. Selv om vi har antydnet typiske årsaker for noen av feilnivåene ovenfor, er grupperingen først og fremst gjort etter virksomheter på befolkningsratene. Muligens bortsett fra 1. nivå har valget av inndeling til hensikt å gi inntrykk av økende betydning av disse virkningene som kilder til prognosefeil.

Feil både av type II og III er egentlig modellfeil, og man kan få både utelatte, gradvise endringer, skift, og feilspesifikasjon av usikkerhetskildene på 3. nivå. Jeg har derfor ikke brukt "modellfeil" som betegnelse på noen enkelt feiltype eller noe nivå.

Alle disse kategoriene av feil kan opptre uansett hvilken karakter en prediksjonsmodell ellers har.

Eaton [16] har klassifisert prognosefeil annerledes enn oss. Det ser ut for at han ville kalle feil på nivåene 1 og 6, og muligens 4, for

initialfeil (initialization errors), mens feil på nivåene 3, 5 og trolig også 2 blir framtidige feil (future errors).

## 7. Estimerings- og registreringsfeil (1. nivå)

7A. Siden verdiene av modellparametrene er ukjente, må de estimeres fra foreliggende data. Dette innebærer naturligvis en viss statistisk estimeringsfeil som vil forplante seg til prognosene. Så vidt jeg vet, er det ingen som har studert størrelsen av denne effekten gjennom variansberegninger analoge til dem vi refererte til i underkapittel 6B ovenfor. Derimot nevner Haggstrom [29, side 3] at langsiktige framskrivninger som han har foretatt for det amerikanske universitetssystemet, er svært følsomme overfor små endringer i parameterverdiene. Slik hans modeller er, får parametervariasjoner virkninger som akkumuleres etter hvert som han regner seg framover i prognoseperioden. Vi kan vente nøyaktig samme type virkning i lineære befolkningsprognosemodeller.

7B. Avrundingsfeil må vel bygge seg opp på helt tilsvarende måte, slik at de får en viss betydning når man regner seg riktig mange år fram i tiden. Goodman [25] har beskjeftiget seg en god del med betydningen av avrundingsfeil i et av sine arbeider, men ellers later ikke dette til å ha voldt stor bekymring blant dem som har skrevet om prognoseberegninger. Vi bør vel kunne ta det som et tegn på at slike feil er langt mindre problematiske enn andre feilkilder.

7C. Kvaliteten av anslagene for parametrene avhenger av hvor gode dataene er - om alle fødsler er blitt registrert, om morens alder er korrekt oppgitt, osv. Ved siden av dette avhenger kvaliteten av prognosen også av hvor godt det har vært mulig å anslå utgangsbestanden  $X(0)$ . En betydelig del av litteraturen om demografiske metoder er viet spørsmålet om hva man skal gjøre når man har dårlige data. Mye av dette stoffet beskjeftiger seg naturlig nok med problemer som først og fremst vedrører utviklingsland, men det kan være verd å merke seg at en stor del av diskusjonen under symposiet i Hawaii dreiet seg om hva man har å stri med på denne fronten i Sambandsstatene<sup>34)</sup>.

Selv om dette slett ikke er problemfritt for oss heller, er det norske folkeregistreringssystemet så godt at de datafeil vi har, ganske sikkert er av en helt annerledes liten størrelsesorden enn det man kan finne i mange andre land, også mange industriland.

## 8. Rent tilfeldig variasjon (2. nivå)

8A. La oss si at de overlevelsessannsynligheter, fødselssannsynligheter, osv. som virkelig kommer til å gjelde i et år, er spesifisert ved årets begynnelse. Hvis man tar på seg sannsynlighetsteoretikerens briller, vil man da se det slik at de dødsfall, fødsler, osv. som man kan registrere i dette året, representerer utfallet av en rekke stokastiske "forsøk" som påvirket av tilfeldigheter, slik at f.eks. det faktiske antall dødsfall i en gitt framregningsgruppe (la oss si femtiårige menn) ikke blir akkurat lik dødssannsynligheten multiplisert med antall personer i gruppen pr. 1. januar. Man kan si at sannsynlighetsteoretikeren ser på det faktiske forløp i året som utfallet av et simuleringseksperiment.

Hvis man utfører en serie genuine simuleringseksperimenter under identiske forutsetninger, f.eks. på en elektronisk regnemaskin, vil naturligvis utfallet variere fra et eksperiment til et annet. Denne variabiliteten kan man måle, og det er slik variabilitet som gir opphav til usikkerhet på 2. nivå.

Pollard [57], Sykes [80], og Schweder [69, 70] har studert dette fenomenet ved hjelp av teorien for forgreningsprosesser, og de er alle enige om at dette bare utgjør en meget liten del av den totale usikkerhet som er knyttet til prognosene. Det er derfor helt nødvendig å trekke inn prognosefeil på høyere nivåer. Før vi gjør det, skal vi imidlertid nevne ett av Schweders [69] resultater, som riktignok ikke er så nyttig i sin nåværende form fordi det er bundet til feilene på 2. nivå, men som ville være til stor hjelp dersom det ble overført til modeller som tok mer omfattende hensyn til prognosefeilene.

8B. Likesom Pollard og Sykes før ham, tar Schweder utgangspunkt modellen i underkapittel 5D og legger inn "binomisk" stokastisk variasjon.  $\mathbb{X}$  og  $\mathbb{X}(0)$  betraktes som gitt, mens  $\mathbb{X}(t)$  (for  $t=1,2,\dots$ ) blir en stokastisk vektor med en kovariansmatrise  $\mathbb{C}(t)$ . Som prognose for  $\mathbb{X}(t)$  bruker han

$$(8.1) \quad \hat{\mathbb{X}}(t) = \mathbb{M}^t \mathbb{X}(0),$$

som gir

$$(8.2) \quad \hat{\mathbb{X}}(t) = E\mathbb{X}(t).$$

Vi ønsker å uttale oss om hvor store avvik  $\mathbb{X}(t) - \hat{\mathbb{X}}(t)$  en kan vente seg mellom realisert befolkning og prognose. La nå  $\beta$  være en vilkårlig konfidenskoeffisient,  $0 < \beta < 1$ , og la  $\delta$  være  $\beta$ -fraktilen i  $\chi^2$ -fordelingen

med  $\omega+1$  frihetsgrader. Schweder viser da bl.a. at en for stor  $\bar{X}(0)$  tilnærmet får  $\bar{X}(t)$  normalfordelt, og at

$$P\left\{\bigcap_{i=0}^{\omega} [\bar{X}_i(t) - (\delta C_{ii}(t))^{\frac{1}{2}} \leq X_i(t) \leq \bar{X}_i(t) + (\delta C_{ii}(t))^{\frac{1}{2}}]\right\} \geq \beta,$$

dvs. at det (tilnærmet) er en sannsynlighet på minst  $\beta$  for at antall personer  $X_i(t)$  i befolkningsgruppe  $i$  på tidspunkt  $t$  vil ligge mellom grensene

$$\bar{X}_i(t) \pm [\delta C_{ii}(t)]^{\frac{1}{2}}$$

for alle befolkningsgruppene samtidig. Hvis man f.eks. velger  $\beta$  lik 0,8, 0,9 eller 0,95, vil man kunne betrakte

$$\bar{X}_i(t) + [\delta C_{ii}(t)]^{\frac{1}{2}}$$

som et høyt prognoseanslag og

$$\bar{X}_i(t) - [\delta C_{ii}(t)]^{\frac{1}{2}}$$

som et lavt anslag. Sannsynligheten for at folketallet på tidspunkt  $t$  vil ligge mellom det høye og det lave anslaget i alle aldersklasser samtidig, er altså (tilnærmet) minst lik  $\beta$ .

Det er viktig å være oppmerksom på at utsagnet bare gjelder for ett tidspunkt  $t$ , selv om dette kan velges vilkårlig. Vi kjenner altså ikke f.eks. sannsynligheten for at en befolkning som bare var underkastet stokastisk variasjon på 2. nivå, ville ligge mellom det høye og det lave prognoseanslaget i de første ti prognoseårene.

8C. I betraktning av det vi sa i underkapittel 2D om den mye større usikkerheten av fødsler enn ved tilsvarende tall for overlevende, er det interessant å notere at dette gir seg utslag også i målene for usikkerhet på dette nivået. I det første numeriske eksemplet Schweder offentliggjorde [69, tabell 3], er gjennomsnittet av variasjonskoeffisientene for de fem første aldersklassene nesten 25 ganger større enn det tilsvarende gjennomsnittet for aldersklassene 10-19 år på framskrivningstidspunkt  $t=5$ .

### 9. Stokastiske befolkningsrater (3. nivå)

9A. Pollard [58] og Sykes [80] har altså foreslått at man skal betrakte framregningskoeffisientene som stokastiske. De tenker seg da at  $M(1), M(2), \dots$  er en følge stokastiske matriser som bestemmes "først" av mekanismer i naturen og samfunnet, og at framregningsmatrisene så virker på befolkningen én etter én og derigjennom frambringer overgangen fra ett årsskifte til det neste<sup>35)36)</sup>.

Begge arbeidene begrenser seg til en situasjon der  $M(t)$ -ene er stokastisk uavhengige<sup>37)</sup>. Hvis vi oppfatter  $EM(\cdot)$  som kjent, kan framregningen foregå rekursivt, nemlig ved

$$(9.1) \quad \tilde{X}(t) = EM(t)\tilde{X}(t-1) \quad \text{for } t=1,2,\dots,T,$$

og vi får da fortsatt (8.2) fordi

$$(9.2) \quad E \prod_{s=1}^t M(s) = \prod_{s=1}^t EM(s).$$

9B. Selv om Sykes også gir noen formler for det generelle tilfellet, der  $EM(t)$  og  $\Sigma(t)$  kan avhenge av  $t$ , vies det størst oppmerksomhet til en situasjon der man både har et stasjonært nivå for framregningsmatrisene og stasjonær variabilitet. Det vil si at

$$(9.3) \quad EM(t) \equiv M$$

for en passende matrise  $M$ , og at dessuten  $\Sigma(t)$  er uavhengig av  $t$ . Schweder og Hoem [70] har også studert dette tilfellet, og har utført beregninger for å få et overblikk over numeriske konsekvenser av denne "dobbelstasjonære" modellen. Vi brukte da norske data fra årene 1953 til 1968 som grunnlag for beregning av  $M$  og  $\Sigma$ . Våre hovedkonklusjoner var følgende:

(i) Fluktuasjoner i dødeligheten kan ikke ha stor innflytelse på nøyaktigheten av befolkningsprognoser i et land som Norge, og dette gjenspeiles tilfredsstillende av modellen.

(ii) Som en følge av den stasjonærheten som er innebygd i modellen, vil usikkerheten ved fødselstallprognosene, slik den måles av modellen, holde seg på noenlunde samme nivå gjennom de første seksti prognoseårene (som var så langt fram som vi regnet). Dette er kanskje ikke så urimelig hvis man betrakter modellusikkerheten her som det bidrag til usikkerheten ved fødselstallene som skyldes tilfeldige fluktuasjoner i framskrivningsratene rundt et gitt nivå. Vi hadde allikevel ventet at

effekten av dette skulle kumuleres over årene.

(iii) Derimot er det mer betenkelig at modellen viste seg å innebære et meget høyt usikkerhetsnivå for prognosene over fødselstallene i de første prognoseårene<sup>38</sup>). Dette nivået er så høyt at det enten tyder på at slike fødselstallsprognoser er svært upålitelige, eller at modellen har overvurdert usikkerheten.

9C. Jeg er tilbøyelig til å mene at den siste muligheten nevnt under punkt (iii) ovenfor, er rimeligst. Fruktbarhetsnivået i Norge var ikke konstant i tiden fra 1953 til 1968, og de variasjoner vi kan observere gjennom denne perioden, kan ikke bare ha skyldtes tilfeldige fluktuasjoner av den typen som Pollard og Sykes trekker inn i argumentasjonen for å bruke stokastiske  $M(t)$ -er. Det har foregått en genuin utvikling av  $EM(t)$  over disse årene. Når kovariansmatrisen så estimeres ut fra variasjonene rundt et gjennomsnittsnivå for observasjonsårene, vil man få med variasjonen av  $EM(.)$  rundt gjennomsnittet i tillegg til variasjonen av  $M(.)$  rundt  $EM(.)$ . Variabilitetsmålet blir dermed for høyt, og våre anslag for den del av usikkerheten i fødselstallsprognosene som skyldes tilfeldige fluktuasjoner i  $M(.)$ , blir inflatert.

Det er heller ikke særlig hensiktsmessig å regne med en konstant framregningsmatrise i prognoseperioden, altså å bruke (9.3) i (9.1), enten nå  $M$  er beregnet direkte fra observasjonsdata som i [70], eller den er framkommet på en annen måte. Når prognosen lages, kan man ha informasjon som leder en til å forutsi en viss tidsutvikling i  $EM(t)$ , i hvert fall på kort sikt. I tråd med det vi skrev i underkapittel 5E, vil f.eks. bruk av kohorttankegangen lede til en tidsavhengig  $EM(t)$ . Bruk av (9.3) betyr at man unnlater å utnytte slik informasjon.

Nå er det lett å endre modellen slik at man kan få tatt hensyn til eventuelle forhåndskunnskaper. Det gjenstår imidlertid fortsatt å bestemme langtidsutviklingen i  $EM(t)$  på en ikke-arbitrær måte, et problem vi skal komme tilbake til nedenfor.

9D. En annen mulig svakhet ved de ovenstående modellene er at  $M(t)$ -ene antas å være ukorrelerte. I et senere arbeid har Pollard [59] foreslått at man skal la dem være stokastisk avhengige<sup>39</sup>), og han innfører en enkel annenordens autoregressiv modell der vekstraten  $\delta(t)$  for samlet folkemengde framkommer som en viss lineærkombinasjon av  $\delta(t-1)$  og  $\delta(t-2)$ . Modellen opererer bare med totalbefolkningen, og Pollard skriver (side 209) at analysen blir svært komplisert hvis man prøver å legge inn en aldersstruktur.

Nå er det klart at en befolkningsprognosemodell må inneholde en

alderstruktur. Ut over de matematiske komplikasjoner dette skaper, vil man også få beregningstekniske problemer hvis man gjør  $M_{\lambda}(t)$ -ene stokastisk avhengige. Det er nemlig ikke lett å se hvordan man skal kunne beregne en prognose  $\tilde{X}_{\lambda}(t)$  rekursivt og fortsatt oppnå (8.2). [Vi kan for eksempel ikke lenger bruke (9.1), for gjør vi det, vil ikke (8.2) holde fordi (9.2) er gal når framregningsmatrisene er korrelerte.]

Hvis man foreskriver en modell for utviklingen i  $M_{\lambda}(t)$ -ene, er det naturligvis i teorien mulig å lage prognosen ved simulering. Siden vi kjenner svært lite til stokastiske modeller som gir en realistisk utvikling av framregningsmatrisene, blir det imidlertid trolig nødvendig med meget omfattende simuleringseksperimenter både for modelletablering og senere i prognoseøyemed, og jeg har en følelse av at de ressurser som da vil kreves, bedre kan benyttes for andre formål i prognosearbeidet.

9E. La oss avslutte dette kapitlet med å bemerke at det ikke har vært mulig å utvide de elegante resultatene nevnt etter (8.2) til tilfellet der  $M_{\lambda}(t)$ -ene er stokastiske. Problemet er at det er for vanskelig å få et rimelig pent uttrykk for sannsynlighetsfordelingen for  $\prod_{s=1}^t M_{\lambda}(s)$ .

#### 10. Feil anslag for forventet utvikling i framtidige befolkningsrater (4.-6. nivå)

10A. (5. nivå: Skift i befolkningsratene.) Det er velkjent at større politiske og økonomiske begivenheter kan medføre sprang i befolkningsratene, og det samme gjelder visse gjennombrudd i medisinsk teknikk osv. Noen ganger har man en rimelig mulighet for å forutse at noe slikt vil kunne inntreffe om kort tid (f.eks. i tilknytning til endringer i abortlovgivningen), og man kan da trekke dette inn i prognoseberegninger hvis ens tekniske beredskap er god nok. Vanligvis vil det imidlertid være umulig å ta slike forhold med i betraktningen når befolkningsprognoser lages; særlig gjelder dette hendelser som ligger et stykke fram i tiden. Siden prognosemakerne ikke står i ledtog med det okkulte, bør man ikke regne med at de kan forutsi begivenheter av denne art, enn si hvilke følger de vil få på befolkningsutviklingen. Dessverre hender det at kritikere glemmer dette i hektiske øyeblikk. (Demografer har vært like henfalte som andre til skadefryd på etterhånd, så nær kontakt med faget synes ikke å medføre immunitet mot denne basillen.)

I den formelle teorien, slik vi har beskrevet den ovenfor, gjen-speiles slike plutselige begivenheter i skift i  $EM_{\lambda}(t)$  (og muligens også i andre karakteristika, slik som i kovariansmatrisen  $\Sigma_{\lambda}(t)$  til  $M_{\lambda}(t)$ ).



Kraftige skift av denne typen representerer naturligvis en meget alvorlig kilde til usikkerhet ved prognoser, og det er vanskelig å se hvordan man skal kunne trekke dette fenomenet inn i beregningene på en måte som gjør prognosene bedre egnet som planleggingsinstrument.

10B. (4. nivå: Utelatte, gradvise endringer.) Derimot vil man regne med at prognosemakeren skal trekke inn gradvis utvikling i  $E_{\mathcal{M}}(t)$  (og muligens andre karakteristika) i beregningene, og det forventes at han skal kunne gjøre dette bedre enn andre. Selv om det er en gradvis utvikling man skal si noe om, så står man imidlertid overfor et spektrum av muligheter i den konkrete spesifisering av framtidstendensene, og prøveregning med flere alternative spesifiseringer som alle virker rimelige og realistiske, viser som regel at de resulterer i prognostiserte befolkningsutviklinger som avviker merkbart fra hverandre<sup>40)41)</sup>. Også på dette nivå står man derfor overfor en meget betydelig prognoseusikkerhet.

Det er i hvert fall to måter eksplisitt å trekke inn denne usikkerheten på:

(i) Den klassiske måten å gripe saken an på, er nettopp å lage og publisere flere prognosealternativer. Man forsøker da å legge disse slik at de representerer rimelige og realistiske framtidige utviklinger, og samtidig slik at de gir et inntrykk av det området utviklingen forventes å holde seg innenfor.

(ii) Den andre angrepsmåten består i videre utbygging av den tankegangen vi beskrev i kapittel 9<sup>42)</sup>: Man kan spesifisere én eller annen midlere utvikling av  $E_{\mathcal{M}}(t)$ , og så kan man ta hensyn til usikkerheten i fødselstallsprognoser og liknende gjennom en passende spesifisering av den probabilistiske mekanismen som genererer de stokastiske matrisene  $\mathcal{M}(t)$ . Man må regne med at usikkerheten vedrørende utviklingen av fruktbarheten stiger jo lenger inn i prognoseperioden man går. Dette kan man ta hensyn til i modellen ved å la diagonalelementene i  $\mathcal{L}(t)$  vokse med  $t$ . Disse elementene representerer jo variansene til elementene i  $\mathcal{M}(t)$ .

Ved begge disse framgangsmåter må prognosemakeren i realiteten gjøre seg opp en mening om en midlere utvikling av befolkningskomponentene framover, så for så vidt står de likt. De atskiller seg i måten usikkerheten for øvrig behandles.

En prognose laget etter metode (i) ovenfor, presenteres gjerne med relativt vage uttalelser om hvor treffsikre alternativene er tenkt å være<sup>43)</sup>. I betraktning av de erfaringer man har med hensyn til treffsikkerheten, er jo dette forståelig. I prinsippet er de alternative forutsetningene for prognosene stilt opp i lys av hva de mest kyndige på området

anser for å være rimelig og trolig. De overlegningene som ligger til grunn, rettferdiggjør imidlertid ikke på noen måte en sannsynlighetsteoretisk tolkning. Det å gi en slik tolkning ville innebære en sterk overvurdering av presisjonen av våre forestillinger om den framtidige befolkningsutvikling, fordi det gir inntrykk av at vi kan gi presise, kvalitative anslag langt ut over det dagens metoder tillater. På den annen side kan man kritisere produsenter av befolkningsprognoser for at de ikke har lagt mer arbeid i å bringe klart fram usikkerheten i tallene de legger fram.

Man får i prinsippet mulighet for å gi helt annerledes presise utsagn med metode (ii) ovenfor. Som et minimum kan man beregne standardavvik for alle de prognosetall man presenterer, f.eks. for fødselstallet i hvert prognoseår<sup>44)</sup>. Dersom den sannsynlighetsteoretiske modellen for  $M(t)$ -ene er tilstrekkelig spesifisert og hvis de matematiske problemene lar seg løse, kan man også finne sannsynlighetsfordelingen for  $X(.)$ . Det vil i så fall være denne fordelingen som er den egentlige prognose her. Den kan gi grunnlag f.eks. for beregning av prediksjonsområder og bruk av statistisk desisjonsteori<sup>45)</sup>. I teorien gir derfor metode (ii) resultater som man avgjort bør strebe etter. Som vi skal se, er jeg imidlertid svært skeptisk når det gjelder muligheten for å gjennomføre dette i praksis i dag.

10C. Enhver befolkningsprognose bygger på forutsetninger om at det er noe som holdes konstant, enten nå dette er framskrivningskoeffisientene selv, raten de endrer seg med over tiden, eller noe annet. La oss symbolisere dette "noe" som holdes konstant, med en parametervektor  $\varrho$ . En spesifikasjon av utviklingen av befolkningskomponentene i prognoseperioden består da i realiteten i at man angir en parametrisk matrisefunksjon  $m(t; \varrho)$  og setter<sup>46)</sup>

$$EM(t) = m(t; \varrho).$$

Feil på 4. nivå framkommer ved at  $\varrho$  får en verdi som er noe feil, eller i at  $m$  avviker en del fra det den egentlig skulle vært. Usikkerhet på 5. nivå skyldes at det fra tid til annen kan bli kraftige skift i  $\varrho$ , eller at  $m$  må byttes ut med en annen funksjon  $m^*$  fra en viss  $t$  av.

Feil på 6. nivå oppstår ved at viktige faktorer helt mangler i denne spesifikasjonen, eller fordi de er kommet med på helt gal måte. Å trekke inn slike manglende faktorer kan komme til å bety en ytterligere oppdeling av befolkningen i undergrupper, i likhet med det som gjerne skjer når man går over fra én demografisk modell til en mer raffinert demografisk modell. En slik utvidelse kan imidlertid også komme til å innebære noe mye mer radikalt, nemlig innføring av ikke-demografiske prognosevariable og hand-

lingsvariable (aksjonsparametre). Det er det siste som vil skje når befolkningsprognosemodellen inkorporeres i en makroøkonomisk planleggingsmodell.

10D. (6. nivå: Alvorlige feil i modellspesifikasjonen.) Som eksempel på demografiske fenomener som er stemoderlig behandlet i vanlige befolkningsprognosemodeller, kan vi ta interregionale flyttinger og vandringer mellom ulike land. De relasjoner for indre flyttinger som inngår i aktuelle prognosemodeller, stemmer dårlig overens med vanlig flytteteori<sup>47)</sup> og de tar heller ikke myndighetenes styringsmuligheter med i betraktningen. I den utstrekning internasjonale vandringer i det hele tatt trekkes inn i prognoseberegningene, skjer dette stort sett med temmelig vilkårlig valgte forutsetninger, vanligvis ved at man spesifiserer et rundt antall "nettoimmigranter" pr. prognoseår. Det finner ikke sted noen avstemming mellom de beregninger som utføres i de ulike landene, slik at man ikke en gang har oppfylt det helt elementære konsistenskrav om at antall utvandrere fra landene til sammen hvert år skal være lik samlet antall innvandrere<sup>48)</sup>.

Både flyttinger og vandringer er åpenbart avhengig både av den generelle samfunnsutvikling og av offentlig politikk, og begge disse elementene burde trekkes inn i prognosemodellen.

Vi har tidligere<sup>49)</sup> vært inne på at en prognose kan bære i seg kimen til sin egen ødeleggelse ved at den gir støtet til aktivitet som vil hindre at den går i oppfyllelse. Hvis man hadde tilstrekkelig oversikt over slik aktivitet, kunne man vel bygge den inn i modellen og tilpasse dosen med "avskrekningsvirkning" i prognosen slik at man fikk forutsagt den resulterende utvikling med tilstrekkelig nøyaktighet. Det er imidlertid et par haker ved denne tankegangen.

For det første kan det være at den utviklingen man ville få på dette viset, er en annen enn den ønskelige, slik at det på sett og vis ville være mer optimalt å offentliggjøre en annen prognose enn den man trodde ville bli oppfylt. (Dette ville naturligvis bare kunne gjøres så lenge prognosebrukerne beholdt sin tiltro til prognoseprodusenten.)

For det annet har man imidlertid ikke på langt nær nok kunnskap om størrelsen av publiseringseffekten til at man kan få trukket den eksplisitt inn i modellen. I realiteten er publiseringseffekten selv en viktig kilde til usikkerhet ved befolkningsprognoser. Siden denne faktoren vil mangle i modellspesifikasjonen, hører den hjemme på 6. nivå<sup>50)</sup>. (Publiseringseffekten er naturligvis til dels en følge av måten prognosen offentliggjøres på. Vi skal komme nærmere inn på dette i kapittel 12.)

10E. Det er et hovedsynspunkt i denne artikkelen at modellspesifikasjonsfeil er så betydningsfulle for befolkningsprognoseproblematikken at tid og krefter i det videre arbeid først og fremst må settes inn her. Prognosemakeren kan ikke gjøre stort med kraftige skift i befolkningsratene før de inntreffer. I sammenlikning er estimerings- og registreringsfeil av mindre betydning i et land som vårt; og i andre land, der de utgjør et viktig problem, er folk i ferd med å finne løsninger allerede. Feil som skyldes stokastisk variasjon er også små i forhold. Og endelig har mye av upåliteligheten ved anslag for framtidige gradvise endringer i befolkningsratene egentlig sin bakgrunn i spesifikasjonsfeilene på 6. nivå.

Det er ikke alminnelig enighet blant fagfolk om at man bør konsentrere seg om feil på 6. nivå, slik vi framholder her. Krav om at prognosemakeren (eventuelt i tillegg) skal arbeide langs den utviklingslinjen vi skisserte som angrepsmåte (ii) i underkapittel 10B, og som består i å utlede sannsynlighetsfordelingen for  $X(t)$ , er blitt framsatt av Muhsam [50]<sup>51</sup>), den har senere vært gjentatt av Grauman [26] og Keyfitz [45] (og sikkert også av mange andre<sup>52</sup>), og den vakte stor interesse blant de matematiske statistikerne som deltok i Honolulu-symposiet. Under diskusjonen der sa Keyfitz det slik: Når Census Bureau kan offentliggjøre forventningsverdien til et framtidig folketall, som er en stokastisk variabel, hvorfor kan det da ikke også oppgi standardavviket?

Etter min oppfatning representerer dette en feiltolkning av prognosemakerens situasjon. For det første publiserer ikke institusjoner som U.S. Census Bureau ett, men flere alternative folketall, og ingen av dem kan oppfattes som en så presis størrelse som en forventningsverdi er [74, side 3]. Vi vet ikke nok om befolkningsprosessene til å forsøke noe så hasardiøst. Og for det andre vet vi enda mindre om den numeriske størrelsen av den usikkerhet som er knyttet til prognosene. Vi ville derfor føre oss selv bak lyset hvis vi forsøkte å beregne (og publisere) slike standardavvik, fordi dette ville gi inntrykk av større viten enn den vi faktisk har<sup>53</sup>). Jeg ser ikke hensikten med å tilføre befolkningsprognosene enda et usikkerhetsmoment, slik dette vil være. Vi kan ikke komme noen vei i den retningen før vi vet mer om mekanismene som genererer  $X(\cdot)$ . Å starte langs denne linjen nå ville være som å lage glasuren før kaken er bakt.

10F. Selv om man har denne holdningen, kan det ha sin interesse å se litt på hva man kunne få til hvis usikkerhetskildene av type III ikke hadde eksistert. Hvis det da hadde vært lett å finne fordelingen til  $X(\cdot)$ , kunne man jo prøve å utnytte dette ved siden av arbeidet med problemene på 6. nivå. I kapittel 11 skal vi imidlertid se at et framstøt i denne retningen snart vil komme opp i nye, alvorlige problemer, noe som er et

ytterligere argument for å la dette ligge inntil videre.

### 11. Mer om sannsynlighetsfordelingen for befolkningsutviklingen

11A. La oss nå late som om det ikke er noe problem å anslå midlere utvikling i framtidige befolkningsrater, slik at vi ikke har feil av type III. Muhsam [50] har påpekt hvordan sannsynlighetsfordelingen for  $X_{\nu}(\cdot)$  da kan utnyttes i samfunnsplanleggingen, særlig når man kombinerer den med statistisk desisjonsteori. Han bruker følgende eksempel for illustrasjon<sup>54</sup>.

Anta at man skal planlegge en utvidelse av vannforsyningen til en by på en slik måte at vannforbruket i byen er dekket på et framtidig tidspunkt  $t_0$ . Vi regner at dette forbruket er en enkel funksjon av byens samlede folkemengde,

$$Y(t_0) = \sum_i X_i(t_0),$$

og at det oppgis at  $Y(t_0)$  har en fordelingsfunksjon

$$F(y, t_0) = P\{Y(t_0) \leq y\}.$$

Det er dette som er den egentlige prognose nå, og for planleggeren gjelder det om å benytte  $F(\cdot, t_0)$  til å skaffe seg et best mulig anslag  $\hat{Y}(t_0)$  for  $Y(t_0)$ . La oss kalle  $\hat{Y}(t_0)$  for den operative prognose for  $Y(t_0)$ .

Hvis den faktiske folkemengde  $Y(t_0)$  viser seg å avvike fra  $\hat{Y}(t_0)$ , kan det oppstå et tap for byen. Er  $Y(t_0) < \hat{Y}(t_0)$ , har det jo vært foretatt en overinvestering i vannverket, og noen av utgiftene kunne vært spart inn hvis man hadde bygd i mindre målestokk. Er  $Y(t_0) > \hat{Y}(t_0)$ , må man omvendt kanskje til med ytterligere utbygging, og det kan bli dyrere enn om hele den større utbyggingen var blitt planlagt og kanskje gjennomført under ett. Det kan være at vannmangelen også fører til andre slags tap i tillegg for byens borgere.

La oss kalle det tapet en må regne med når  $Y(t_0) = y$  og  $\hat{Y}(t_0) = \hat{y}$ , for  $L(\hat{y}, y)$ . (Denne kan ha verdien 0, f.eks. for små  $|y - \hat{y}|$ .) Det forventede tapet blir da

$$R(\hat{y}) = \int_0^{\infty} L(\hat{y}, y) d_y F(y, t_0).$$

De som er ansvarlige for utbyggingen, kan f.eks. velge den operative prog-

nose  $\hat{y}_0$  som gjør  $R(\hat{y})$  minst mulig. Vi vil kalle  $\hat{y}_0$  for den risikominimerende operative prognose. Denne vil avhenge av  $L$  (i tillegg til at den avhenger av  $F$ ), så  $\hat{y}_0$  vil være spesifikk for den enkelte bruker.

11B. Det er klart at Muhsam her har trukket fram en nyttig måte å bruke prognoseberegninger på. I mange sammenhenger er man interessert i antall personer i én enkelt befolkningsgruppe (uten oppdeling på undergrupper). Dette trenger ikke være samlet folkemengde som i Muhsams eksempel, det kan være fødselstallet eller noe annet. Hvis man kan få sannsynlighetsfordelingen for folketallet i befolkningsgruppen, og hvis man kan få stilt opp en passende tapsfunksjon, vil man i prinsippet kunne finne den risikominimerende operative prognose.

Den ovenstående type av eksempler representerer imidlertid en overforenklet situasjon der mange av de problemer man står overfor, ikke kommer fram. Måten Muhsam beskriver idéene sine på, tyder på at han har gjennomført denne forenklingen med vilje for å kunne nå et bredere publikum, og han er vel klar over at virkeligheten er mer komplisert. Når slike forenklete eksempler presenteres uten omfattende diskusjon av de begrensninger de er underlagt, bidrar de imidlertid til å lede oppmerksomheten bort fra en del viktige poenger. Vi skal derfor presentere noen elementære motforestillinger som viser at det kan være vanskelig å anvende disse idéene i praksis.

For det første er det et hovedpoeng i planleggingen av samfunnets grunninvesteringer at det som bygges, ikke bare skal passe for befolkningen på ett gitt framtidig tidspunkt  $t_0$ ; det skal i tillegg gjøre tjeneste over en årrekke, ofte mye lenger enn fram til prognoseperiodens slutt. Istedenfor å konsentrere seg om folketallet for en gitt  $t_0$ , bør planleggeren derfor ta med i betraktningen folketall på en serie tidspunkter<sup>55</sup>).

For det andre vil planleggingen ofte ikke bare kunne baseres på samlet folketall eller på antall personer i én enkelt befolkningsgruppe. Man vil også ofte trenge til å vite hvordan dette tallet fordeler seg på flere undergrupper i befolkningen, f.eks. på kjønn, aldersgrupper, og bosted. (Tenk bare på skolelokalisering, fengselsutbygging, trygdesystemer, osv.)

For å kunne dekke alle slike muligheter, må vi la tapsfunksjonen kunne avhenge av  $X(t)$  for alle  $t$ , og av den operative prognose  $\hat{X}(t)$  for alle  $t$ , slik at vi må skrive den på formen  $L(X, \hat{X})$ . Den sannsynlighetsfordelingen som må spesifiseres, er simultanfordelingen  $P$  for

$X(1), \dots, X(T)$ , og den risiko som skal minimeres, blir

$$R(\hat{X}) = \int L(X, \hat{X}) dP(X),$$

der  $X = \{X(t) : t = 1, 2, \dots, T\}$ , og tilsvarende for  $\hat{X}$ .

Når man så skal bruke denne teorien i praksis, stilles man overfor tre problemer av teknisk natur, nemlig

- (i) etablering av sannsynlighetsfordelingen  $P$ ,
- (ii) oppstilling av tapsfunksjonen  $L$ , og
- (iii) minimering av risikoen  $R$ .

Det første av disse problemene er en oppgave for prognosemakeren, som forventes å ha størst innsikt i de relevante saksforhold. Den andre oppgaven tilligger prognosebrukeren. Ulike brukere vil ha forskjellige tapsfunksjoner, og det er opp til hver enkelt å etablere den som passer for hans situasjon. Den tredje oppgaven krever ingen innsikt i saksforhold; den fordrer "bare" kjennskap til matematikk og numerisk analyse. Det er prognosebrukeren som vil ha ansvaret for å få oppgaven utført, men den passer i prinsippet godt til å bli satt bort som konsulentoppdrag.

Vi trenger ikke oppholde oss mer ved problem (iii) ovenfor. Problemene (i) og (ii) fortjener derimot egne underkapitler, og de følger nå.

11C. Det er viktig at man innser omfanget av det problem man står overfor ved etablering av sannsynlighetsfordelingen  $P$ , selv om man ser bort fra feil av type III.

I artikkelen han la fram under Honolulu-seminaret [45], gikk Keyfitz sterkt inn for å bruke  $P$  i prognosesammenheng, men han synes å ta svært lett på slike vanskeligheter. For det første ser det ut som om han bare er interessert i fordelingen  $F$  for samlet folkemengde  $Y(t_0)$ , og for det andre hevder han at man kan la  $F$  være en normalfordeling, uten at han egentlig gir noen grunn for dette. Han gir også prediksjonsintervaller. For eksempel sier han (side 358) at han vil gi odds 19 til 1 for at verdens folkemengde i år 2000 vil ligge mellom 5,5 og 7 milliarder, og (side 360) at han også er villig til å vedde 19 mot 1 på at Sambandsstatene vil ha et folketall i år 2000 mellom 240 og 320 millioner. Dette siste folketallet mener han er normalfordelt med forventning 280 millioner og standardavvik 20 millioner.

Det framgår av det han skriver at dette er å oppfatte som utsagn om subjektive sannsynligheter, og dette ble enda klarere i diskusjonen under symposiet. Det ble derimot ikke klart hvordan han var kommet fram til

anslagene sine (i hvert fall ikke for meg), og Eaton [16] etterlyser forutsetningene i det skriftlige diskusjonsinnlegget sitt.

Det er god plass til subjektive utsagn om den framtidige befolkningsutviklingen i den teorien vi har skissert i tidligere kapitler. Eksempelvis er det fritt spillerom for slike betraktninger når man skal spesifisere den probabilistiske mekanismen som genererer de stokastiske matrisene  $M(t)$ , slik vi var inne på i underkapittel 10B. Fordelingsegenskapene til befolkningsvektorene  $X(1), X(2), \dots$  kan så i prinsippet avledes av de forutsetningene som ligger til grunn for en slik spesifisering. Slik jeg ser det, er det nødvendig å gå fram på denne måten for å få et akseptabelt resultat. Det er helt utilfredsstillende å gå noen benvei direkte til  $P$  uten å trekke inn hvordan  $X(\cdot)$  er generert<sup>56</sup>).

Både spesifiseringen av slike mekanismer og den matematiske avledning av fordelingssegenskapene til  $X(\cdot)$  er imidlertid svært problematiske, så det synes tvilsomt om man i dag kan klare å komme fram til fordelingen  $P$  på en operasjonell form slik at den kan benyttes i praktisk planleggingsarbeid.

11D. Det kan være interessant å notere at det har vært gjort et forsøk i denne retningen, og det av en skandinav. Ved Leo Törnqvists medvirkning ble de finske befolkningsprognosene fra 1949 [39] laget med en "høy", en "middels", og en "lav" prognoseserie, der siktemålet var at den "høye" og den "lave" serien til sammen skulle gi et 80 % prediksjonsintervall for den faktiske befolkningsutvikling<sup>57</sup>). Det står ikke helt klart for meg hva Törnqvist egentlig la i dette<sup>58</sup>), men det ser ut for at han bl.a. har ment at det skulle være en sannsynlighet på 0,8 for at fødselstallene i alle prognoseårene ville falle mellom den "høye" og den "lave" prediksjonsgrensen<sup>59</sup>).

I 1965 [83] rapporterte Törnqvist hvordan det var gått fram til da. Det viste seg at prognosen fra 1949 hadde truffet dårlig, og at både samlet folketall og fødselstallet hadde ligget over øvre prediksjonsgrense hvert eneste år siden 1950. Det er verd å merke seg at forarbeidet for denne prognosen virker mer gjennomtenkt enn mange andre man kan se.

Den prediksjonskoeffisienten på 0,8 som Törnqvist oppgir, skal oppfattes som et subjektivt anslag. Det framgår av framstillingen hans [39] at han foretok omfattende studier av variasjonene i framregningsparametrene, men han gav opp å spesifisere detaljerte probabilistiske mekanismer og å avlede konsekvensene for befolkningstallene fordi arbeidet ville blitt alt for omfattende.



11E. Jeg hevder altså at det er meget alvorlige praktiske problemer forbundet med etablering av sannsynlighetsfordelingen P. Tilsvarende problemer oppstår ved oppstilling av tapsfunksjonen L. Offentlige befolkningsprognoser anvendes av en meget sammensatt brukerskare. Bare de færreste av brukerne kan ventes å vite hva en sammensatt sannsynlighetsfordeling som P står for, eller hva en tapsfunksjon i prinsippet er. Det er heller ikke lett å forklare dette, bortsett fra til en liten krets av viktige brukere, kanskje først og fremst planleggingsavdelingene i sentraladministrasjonen og noen få, sentralt plasserte uavhengige konsulenter. Slike brukere vil imidlertid typisk ikke bare ha som oppgave å dimensjonere enkeltprosjekter av den typen som ble brukt som eksempel i underkapittel 11A. Tvert imot vil de anvende befolkningsprognosene i en kompleks planleggingssammenheng i tilknytning til vurdering av den framtidige utvikling av store sektorer i samfunnet. Det er lite trolig at slike brukere vil kunne redusere selv de viktigste av de hensyn de ønsker å ta, til oppstilling av en tapsfunksjon med en form så operasjonell at den kan anvendes til numerisk risikominimering. En av de vansker man måtte løse hvis man forsøkte dette, er at det ville kreve en presisering av det offentliges preferanser som går langt ut over det styresmaktene har vært villig til å gjøre hittil.

Man står vel her overfor et problem analogt til det man har i sosialøkonomien hvis man vil etablere en operasjonell velferdsfunksjon for samfunnet. Meg bekjent har ikke forsøk i den retning vært særlig vellykket. Ikke desto mindre har begrepet vært meget fruktbart i fagøkonomisk resonnement. Det er sannsynlig at tapsfunksjonen vil kunne spille en tilsvarende rolle i prognoseproblematikken.

## 12. Hvordan skal man presentere prognoseresultater?

12A. Når befolkningsprognoser er så usikre, har det stor betydning hvordan resultatene presenteres for brukerne. Når man anvender en prognosemodell av klassisk type, vil prognosemakeren forventes å ha bedre innsikt enn andre i den framtidige befolkningsutvikling, og brukerne vil vente at han skal gi dem tilstrekkelig med råd til at de kan anvende produktet hans. Dersom prognosemodellen inneholder antakelser om framtidig offentlig politikk, vil andre kunne bidra ved en vurdering av disse forutsetningene, men prognosemakeren selv vil ha en framtrædende plass i rådgivningen hvis han står i direkte kontakt med planleggerne. Han har derfor en ansvarsfull oppgave når resultatene skal presenteres.

Denne oppgaven vanskeliggjøres ved at brukerskaren er så heterogen. Det er fortsatt bare noen få, viktige brukere som kan forventes å ha kapasitet til noen dyptgående forståelse av det prognosemakeren presenterer<sup>60)</sup>, og selv slike brukere har et rettmessig krav på å få resultatene framlagt så ferdigbearbeidet som mulig. Slike brukere hører hjemme i den ene enden av en brukerskala som strekker seg over til det helt naive, der prognosen aksepteres som den pure sannhet om framtiden (den likeframme naivisme) eller omvendt forkastes umiddelbart uten vurdering (den inverterte naivisme).

Mye av denne mangel på forståelse for hva det er han prøver å lage, skyldes prognosemakeren selv. Det kan ikke være tvil om at en større evne og vilje til å komme publikum i møte ville ha redusert problemet<sup>61)</sup>. Innsats i informasjonsøyemed vil ha god virkning. Men det er ikke til å komme forbi at prognosene alltid vil ha noen viktige klasser av brukere som har dårligere forutsetninger enn andre, og dét må man ta hensyn til.

Man må forresten også ta med i betraktningen at det finnes prognoseprodusenter på ulike kvalifikasjonsnivåer<sup>62)</sup>, og at det kan ha sine sider å utvikle metoder som er så raffinerte at også produsentene må omskoleres for å kunne bruke dem. Heldigvis er det langt færre produsenter enn brukere, så denne oppgaven er vel mindre omfattende.

12B. Stilt overfor et slikt spektrum av brukere vil det være naturlig om prognosemakeren presenterer sine resultater forskjellig overfor ulike kategorier brukere. Presentasjonsformen vil også måtte avhenge av hvor langt modellarbeidet er kommet og av de ressurser som står til disposisjon. La oss her nøye oss med å betrakte en ganske ideell situasjon der de viktigste modellfeilene er utryddet og der man har fått etablert sannsynlighetsfordelingen  $P$  for befolkningsvektoren  $X_{\nu}(\cdot)$  med tilstrekkelig grad av nøyaktighet, og la oss overveie hvordan resultatene skulle presenteres overfor de aller mest kvalifiserte brukere og overfor allmennheten.

12C. Hvis  $P$  er parametrisk, f.eks. hvis  $P$  er en gigantisk normalfordeling, kan hele prognosen teoretisk sett greitt presenteres for de mest kvalifiserte brukere ved at de får en tabell over parameterverdiene. Brukerne har imidlertid ikke særlig glede av en slik tabell i og for seg. Prognosen blir nyttig først når den og dens konsekvenser tolkes. Dette vil antakelig best kunne skje ved at prognosemakeren har adgang til et stort elektronisk regnemaskinanlegg med ferdig utarbeidede tolkningsrutiner som beregner prediksjonsområder, eventuelt beregner risikomini-

merende operative prognoser, osv. Siden prediksjonsområdene gjerne blir flerdimensjonale, får man et eget problem med å presentere dem også. Det nytter ikke f.eks. å angi at et 95 % prediksjonsområde er en 25-dimensjonal ellipsoide med et oppgitt sentrum og med oppgitte hovedakser. Det er neppe noen som kan forestille seg hva dette betyr i praksis. For å komme noen vei, må man helst videreutvikle den teorien for multippel karakterisering som vi gav en smakebit av i underkapittel 8B. Eller man kan gi simultanitetetsaspektet på båten og nøye seg med marginale prediksjonsintervaller for de enkelte befolkningsstørrelser  $X_i(t)$ .

Folk som er i stand til å forstå noe så esoterisk som forskjellen mellom simultane prediksjonsområder og tilsvarende marginale prediksjonsintervaller, vil ganske sikkert ikke ha noen vansker med å holde prognoseusikkerheten klart for øyet selv om de får seg forelagt én enkelt operativ prognose, enten nå dette er den likeframme forventede befolkningsutvikling  $EX_{\mathcal{K}}(.)$  eller det er en mer underfundig risikominimerende prognose. De vil allikevel opplagt ha glede av noen av fraktilene i fordelingen  $P^{(63)}$ . En del av tolkningsinnsatsen vil derfor bestå i tabellering av slike fraktiler, som kan komme fra de marginalfordelingene som genereres av  $P$ , eller som helst er simultane fraktiler analoge med dem vi beskrev i underkapittel 8B.

Siden man må operere med et computer-opplegg selv om  $P$  er en parametrisk fordeling, er det ikke noe prinsipielt vanskeligere hvis  $P$  er ikke-parametrisk. Det blir ikke så lett å fortelle direkte hvordan  $P$  er - fordelingen vil foreligge primært som en regnemaskinalgoritme - men tolkningene kan presenteres på samme måte som i det parametriske tilfellet.

Det er nokså langt fram før noen prognoseprodusent kan tilby et system som tilnærmevis likner på det ovenstående.

12D. Selv om vi en gang skulle klare å sette et program av denne typen ut i livet, vil det neppe kunne anvendes av det store flertall av brukere. Til dels har de ikke behov for et så komplekst tilbud, til dels vil de egentlig trenge andre elementer enn det systemet kan gi (f.eks. en finere regional spesifisering), og endelig vil de fleste være ute av stand til å bruke det. Det vil derfor alltid være nødvendig med en presentasjon på en mer konvensjonell form. Siden det er viktig til stadighet å minne brukeren om den usikkerhet prognosene er underlagt, er det antakelig heldigst at en slik presentasjon for det alminnelige publikum skjer gjennom offentliggjøring av flere prognosealternativer, stort sett på den måten som

er nesten allment akseptert i dag<sup>64</sup>). Det vil være en fordel at alternativene blir langt bedre fundert og at de representerer noe mye mer presist enn tilfellet er i dag (de vil f.eks. representere serier av fraktiler i P), men det bør fortsatt være flere alternativer, ikke ett.

12E. Det populære antall alternativer er i dag fire, og den vanlige begrunnelsen for å velge akkurat dette antallet gjenspeiler interessante overlegninger over hvordan allmennheten må behandles. De viktigste argumentene er følgende:

(i) Man må ha flere enn ett alternativ, for ellers får man ikke fram usikkerheten i prognosen. Av samme grunn bør det ikke være for få alternativer.

(ii) På den annen side må det ikke være for mange, for det virker bare forvirrende.

(iii) Heller ikke må det være noe midterste alternativ, for da oppfører folk flest seg som om det var den eneste interessante muligheten, og da forsvinner hele vitsen med å ha flere alternativer [74].

Det antall alternativer som best passer med disse overlegningene, er fire.

Når jeg sier at det populære antall alternativer er fire, må ikke dette forstås dit hen at alle eller de fleste offentlige prognoseprodusenter bruker dette antall. Det er mange som bruker andre antall. Men Sambandsstatene har brukt fire alternativer siden 1953 [74], og dette antall anbefales nå av FN [17, 86]. Norge publiserte fire alternativer for første gang i 1972 [55].

12F. Man hører av og til framholdt at samfunnsplanleggingen i et land eller i en region bør ta utgangspunkt i ett enkelt befolkningsprognosealternativ, for ellers risikerer man at ulike instanser baserer seg på uensartede forventninger om befolkningsutviklingen<sup>65</sup>). Jeg vet ikke om det egentlig ville være så uheldig om de gjorde det. For meg ser det ut for at resonnementet bygger på noe overdrevne forestillinger både om effektiviteten i planleggingsprosessen og påliteligheten av befolkningsprognoser. Hovedpoenget må vel være at planleggingen skal være så fleksibel at den kan tilpasses en endret utvikling<sup>66</sup>), og da må det være andre overlegninger enn frykten for uensartede forventninger som bestemmer om man skal bruke ett eller flere prognosealternativer. Hvis planleggingen knyttes så sterkt til ett enkelt alternativ at den ikke er fleksibel på denne måten, kan dette bære i seg egne problemer. Anta nemlig at det ene alternativet som all planlegging er basert på, viser seg å undervurdere befolkningsveksten. Da kan

man oppleve at det oppstår kapasitetsproblemer samtidig på en lang rekke områder, noe som kunne være unngått hvis noen la an sin planlegging etter en større forventet befolkningsvekst enn andre.

I den utstrekning prognosealternativene gir planleggeren et inntrykk av hvor følsomme målsetningsvariablene er overfor prognosefeil, kan han forsøke å kompensere for dette gjennom den politikk han legger opp <sup>67)</sup>. Hvis man stadig bare offentliggjør ett enkelt alternativ, vil man hindre ham i å benytte denne muligheten og dermed gjøre seriøst planleggingsarbeid en bjørnetjeneste.

Det ville også stride mot filosofien bak Muhsam's forslag (underkapittel 11A) å bruke ett enkelt prognosealternativ. I bunn og grunn går forslaget ut på at den enkelte bruker skal legge sine antakelser om befolkningsutviklingen til den sikre siden, en idé jeg personlig finner tiltalende. Flere alternativer enn ett er ønskelig hvis brukeren skal få veiledning i hvor langt ut til den sikre siden det er fornuftig av ham å gå.

12G. Det vil alltid være uheldig om det legges opp til at brukeren bare trenger konsentrere seg om ett alternativ <sup>68)</sup>. Dette vil alltid trekke oppmerksomheten bort fra prognoseusikkerheten <sup>69)</sup>. I denne sammenheng skal vi nevne erfaringer som den svenske Statistiska Centralbyråen har hatt. De kan tjene som en advarsel mot å forsøke seg med tre prognosealternativer, fordi dette vil få legmannen til straks å hoppe på midtalternativet.

Svenskene beregner prognoser med tre alternative sett med fruktbarhetsforutsetninger, og de offentliggjorde tidligere alle resultatene. De ble imidlertid sterkt plaget av forespørsler om hvilket alternativ som burde brukes, og de ble innviklet i lange diskusjoner som "alltid" resulterte i at det midterste alternativet ble valgt. For å bli spart for dette, publiserer de nå bare middelalternativet <sup>70)</sup>.

12H. Hvordan bør en bruker reagere når han konfronteres med et antall slike prognosealternativer, enten disse nå er utledet på en raffinert måte eller de er framkommet mer skjønnsmessig? Keyfitz [45] krever at prognosemakeren skal gjøre klart rede for de forutsetninger han har lagt til grunn, helst bedre enn dette blir gjort i dag i de fleste land <sup>71)</sup>, slik at brukeren selv kan avgjøre hvilket sett av alternative forutsetninger han finner mest relevant. Schmitt [66] går videre og mener at demografen unnlater å oppfylle sin egentlige plikt hvis han ikke også peker ut det alternativ han selv synes er det beste. Tross alt er det jo befolkningsstatistikeren som best har oversikten over hvordan den framtidige befolkningsutviklingen ser ut til å bli.

Dette er forlangender som har vært framsatt av mange, og man må jo bare slutte seg til krav om klar framstilling av forutsetningene og om at prognosemakeren skal angi hvor han tror at veien vil gå. Når Statistisk Sentralbyrå offentliggjør en prognose med fire alternativer [55], er dette imidlertid et uttrykk for at vi mener at den faktiske befolkningsutviklingen framover ser ut til å fall: omtrent i det området alternativene angir. Det finnes mange ytterligere alternativer vi kunne publisert, men vi gjør det ikke fordi vi betrakter dem som urealistiske. På den annen side er vi genuint usikre på hvordan det kommer til å gå, og vi forsøker å få brukerne til å ta alle fire alternativer med i betraktningen samtidig.

Det amerikanske Bureau of the Census [87], som vi har hentet vår inspirasjon fra, gjør noe tilsvarende<sup>72)</sup>.

### 13. Hvordan bør det videre arbeid med befolkningsprognosene legges opp i Norge?

13A. I det foregående har vi lagt brett på å sondre mellom det teoretisk ønskelige og det praktisk gjennomførbare. I prognosearbeidet (som ellers) bør man strekke seg etter det første uten å forlate den rammen det andre setter. Vi har foran sporadisk antydnet at våre overlegninger bør ha konsekvenser for befolkningsprognosearbeidet i Statistisk Sentralbyrå. Tiden er nå inne til å oppsummere dette, selv om vi ikke skal gå i noen detalj.

13B. Byrået har for øyeblikket to regnemaskinrutiner som kan lage befolkningsprognoser. Den ene lager regionale prognoser [22, 54], og den andre lager prognoser for riket under ett [55]. Begge er ganske primitive og representerer en praktisk førsteløsning i en presset situasjon. Ingen av dem gir en skikkelig utnyttelse verken av det datatilfang Byrået sitter inne med, eller av den viten vi har (eller bør kunne skaffe oss) om demografiske prosesser<sup>73)</sup>. Langt mer avanserte modeller er i bruk i andre land, og de er også klart innen vår rekkevidde dersom tilstrekkelig med tid og andre ressurser anvendes for dette formål, slik vi har planlagt. Vår første oppgave er derfor å utvikle den ren-demografiske prognosemodellen videre så vi kan nå en akseptabel standard. Arbeidet i denne retningen er forlengst påbegynt.

13C. Det er et hovedsynspunkt i denne artikkelen at en ren-demografisk befolkningsprognosemodell ikke er tilstrekkelig. En slik modell vil ikke eksplisitt ta desisjonssynspunktet med i betraktningen, og dermed

vil offentlige politikk være "utenfor" modellen. Videre vil den ikke være inkorporert i den offentlige planleggingsvirksomheten på en tilfredsstillende måte. Når den ren-demografiske modellen har nådd et rimelig kvalitetsnivå, er det derfor nødvendig å ta opp arbeidet med å integrere den i en makroøkonomisk planleggingsmodell.

Elementer av denne tankegangen tenkes satt ut i livet alt tidligere, nemlig ved at offentlige planleggingsorganer forventes trukket langt mer aktivt inn i forarbeidet med de regionale prognosene, og ved at ansvaret for at folketall prognostisert for større regioner blir fordelt mellom kommunene i regionene, overlates til generalplanleggerne [33]. (Kommunale prognoser lages nå av Byrådet.)

13D. De ressurser som kan ventes å være tilgjengelige for befolkningsprognosearbeidet i Statistisk Sentralbyrå, bør konsentreres om ovenstående oppgaver, som er omfattende nok. Vi bør ikke samtidig prøve f.eks. å etablere en sannsynlighetsfordeling  $P$  for befolkningsutviklingen  $\{X_t(t) : t = 1, 2, \dots, T\}$ . Om vi noen gang kommer så langt at vi finner det riktig å ta opp et slikt arbeid, må det bli først etter at vi har fått en mer tilfredsstillende hovedmodell. I mellomtiden får vi nøye oss med å følge med i det som skjer andre steder på denne fronten slik at vi er orientert dersom det skulle bli større aktivitet der enn det har vært hittil.

Referanser

- [1] Athreya, Krishna B. og Samuel Karlin (1971): "On branching processes with random environments." Ann. Math. Statist. 42 (5): 1499-1520 og (6): 1843-1858.
- [2] Basavarajappa, K.G. (1968): "The significance of differences in patterns of morality for population projections." Demography 51 (1): 185-197.
- [3] Bechhofer, F. (Ed.) (1969): "Population Growth and the Brain Drain." Edinburgh University Press.
- [4] Bourgeois-Pichat, J. og S.A. Taleb (1970): "Un taux d'accroissement nul pour les pays en voie de développement en l'an 2000. Rêve ou réalité?" Population 25 (5): 957-974.
- [5] Brown, B.W. og I.R. Savage (1971): "Statistical studies in prediction of attendance for a university." Upublisert ms.
- [6] Calot, G.; J.L. Bodin; og R. Salais (1970): "Projections démographiques pour la France." Economie et statistique 8: 3-19.
- [7] Carlsson, Gösta (1965): "Prognosers verkan på beteendet." Statistiska Centralbyrån, Stockholm. Information i prognosfrågor 1965: 3.
- [8] Cox, P.R. (1966): "Projections of population size and age-sex structure. Statement by the Rapporteur." Side 253-258 i bind 1 av [61].
- [9] Danmarks Statistik (1969): "Nedgangen i fødselstallet." Statistiske Efterretninger 61 (36): 559-564.
- [10] Danmarks Statistik (1970): "Befolkningsprognoser 1970." Statistiske Undersøgelser nr. 27.
- [11] Davidson, Maria (1971): "Expectations of additional children by race, parity, and selected socio-economic characteristics, United States: 1967." Demography 8 (1): 27-36.
- [12] Davis, J.S. (1952): "Our changed population outlook and its significance." Am. Econ. Rev. 42 (3): 304-352.
- [13] Devletoglu, E.A. (1961): "Correct public prediction and the stability of equilibrium." J. Polit. Economy 69 (2): 142-161.
- [14] Dolven, Arne (1968): "Om framtidens bosettingsmønster i Norge." Plan og arbeid 1968, nr. 3, side 25-26.
- [15] Dorn, Harold F. (1950): "Pitfalls in population forecasts and projections." J. Am. Statist. Ass. 45: 311-334.
- [16] Eaton, Morris L. (1971): "Error and variance in the population prediction process." Universitetet i København, Institutt for matematisk statistik, Preprint 9.74)



- [17] Economic Commission for Europe (1971): "Meeting on Demographic Projections, Geneva, March, 1971. Report." Dokumentet Conf. Eur. Stats./WG. 35/5, April 28, 1971.
- [18] Forsberg, Karl-Erik (1968): "Återblick på framtidsuppskattningar av befolkningen." Ekonomiska Samfundets Tidskrift (Helsingfors) III 21 (3): 141-151.
- [19] Frejka, Tomas (1968): "Reflections on the demographic conditions needed to establish a U.S. stationary population growth." Population Studies 22 (3): 379-397.
- [20] Frejka, Tomas (1971): "Alternative population growth prospects of European countries." Artikkell forberedt for Den annen europeiske befolkningskonferanse, Strasbourg, august/september 1971.
- [21] Gilje, Eivind (1966): "Befolkningsprognoser. En undersøkelse av de virkninger feil i forutsetningene har for resultatene." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IB 66/3.
- [22] Gilje, Eivind og Svein Nordbotten (1971): "A demographic model for the Norwegian population and its technical characteristics." Statistisk tidskrift, Stockholm, III 9 (1): 13-24.
- [23] Glass, D.V. (1967): "Demographic prediction." Proc. Royal Soc., Ser. B, No. 1011, 168: 119-139.
- [24] Glass, D.V. (1970): "The components of natural increase in England and Wales." Side 11-24 i "Towards a population policy for the United Kingdom." Supplement to Population Studies.
- [25] Goodman, Leo A. (1968): "An elementary approach to the population projection-matrix, to the population reproductive value, and to related topics in the mathematical theory of population growth." Demography 5(1): 382-409.
- [26] Grauman, John V. (1959): "Population estimates and projections." Side 544-575 i "The Study of Population: An Inventory and Appraisal." (P.M. Hauser og O.D. Duncan, red.) University of Chicago Press.
- [27] Grauman, John V. (1967): "Success and failure in population forecasts of the 1950's, a general appraisal." Pp. 10-18 i bind 3 av [61].
- [28] Grunberg, Emile og Franco Modigliani (1954): "The predictability of social events." J. Polit. Economy 62 (6): 465-478.
- [29] Haggstrom, Gus (1971): Brev til William Kruskal, datert 18. august 1971.
- [30] Hajnal, John (1955): "The prospects of population forecasts." J. Am. Statist. Ass. 50: 309-322.
- [31] Hauser, P.M. og O.D. Duncan (1959): "The Study of Population: An Inventory and Appraisal." University of Chicago Press.
- [32] Hoem, Jan M. (1970): "Statistisk Sentralbyrås befolkningsprognosemodell: V. Det eksisterende system og planlagte forbedringer, november 1970." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 70/22.

- [33] Hoem, Jan M. (1971): "Statistisk Sentralbyrås befolkningsprognosemodell: VI. Nærmere om regionale prognoser." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 71/17.
- [34] Hoem, Jan M. (1972): "Levels of error in population forecasts." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 72/3. Vil bli trykt i [46b].<sup>74)</sup>
- [34a] Hoem, Jan M. (1973): "Usikkerhet ved befolkningsprognoser." Sosialøkonomen 1973 (2):19-25.
- [35] Hofsten, Erland (1966): "Projections of the economically active population." Side 66-69 i bind 3 av [61].
- [36] Hofsten, Erland (1971): "Fruktksamhetsutvekklingen i Sverige och dess følger." PM nr. 137 for Familjepolitiska kommittén.
- [37] Hollman, Walther P. (1971): Invitert diskusjonsinnlegg vedrørende [78].
- [38] Holmberg, Ingvar (1970): "Sveriges befolkningsutveckling fram till år 2000. En analys av konsekvenserna av olika antaganden om utvekklingen av dødlighet, fruktsamhet och migration." Statistisk tidskrift, Stockholm, III 8 (5): 368-382.
- [39] Hyppölä, J.; A. Tunkelo, og L. Törnqvist (1949): "Beräkningar rörande Finlands befolkning, dess reproduktion och framtida utveckling." Statistiska Centralbyrån, Helsingfors. Statistiska Meddelanden, Nr. 38.
- [40] Johansen, Leif (1970): "Prinsipielle betraktninger om prognoser og langtidsplanlegging." Memorandum av 12/5-70 fra Sosialøkonomisk institutt, Universitetet i Oslo.
- [41] Johansen, Leif (1971): "Prognoser i samfunnsmessig sammenheng." Sosialøkonomen 25 (8): 5-12.
- [42] Kemp, M.C. (1962): "Economic forecasting when the subject of the forecast is influenced by the forecast." Am. Econ. Rev. 52 (3): 492-496.
- [43] Keyfitz, Nathan (1970): "Projection and prediction in demography: A review of the state of the art." Arbeid presentert for IUSSP-møtet i Mexico City, august 1970.
- [44] Keyfitz, Nathan (1971): "Models." Presidential Address to the Annual Meeting of the Population Association of America, Washington, D.C., april 1971. Demography 8 (4): 571-580.
- [45] Keyfitz, Nathan (1972): "On future population." J. Am. Statist.Ass. 67: 347-363.
- [46] Keyfitz, Nathan (1971): "On the momentum of population growth." Demography 8 (1): 71-80.
- [46a] Keyfitz, Nathan: "Statistical issues in projection and prediction." Vil bli trykt i [46b].<sup>74)</sup>
- [46b] Keyfitz, Nathan (red.): "Statistical Problems in Population Research." University Press of Hawaii, i trykken.

- [47] Klevmarken, Anders (1970): "Olikhetskoefficienter, några deskriptiva mått för utfallsanalys av prognoser." Statistisk tidskrift, Stockholm, III 8 (4): 261-273. Sammendrag på engelsk, side 334.
- [48] Lindholt, Tore (1971): "Teori og prognoser i regionaløkonomisk sammenheng." Sosialøkonomen 26 (2): 5-14.
- [49] Matthiessen, P.C. (1969): "Problematikken omkring befolkningsprognoser i 1969." Side 75-95 i "Udviklingslinier i statistikproduktionen." (N.V. Skak-Nielsen, Red.) G.E.C. Gads Forlag, København.
- [49a] Moses, Lincoln E. og Byron W. Brown, Jr. (1971): "Statistical aspects of population research." Bull. ISI 44 (1): 175-180.
- [50] Muhsam, H.V. (1956): "The utilization of alternative population forecasts in planning." Bull. Res. Council Israel 5 (2-3): 133-146.
- [51] Muhsam, H.V. (1966): "Projections of urban and rural population, economically active population, households and families. Statement by the moderator." Side 272-279 i bind 1 av [61].
- [52] Muhsam, H.V. (1967): "The use of cost functions in making assumptions for population forecasts." Side 23-26 i bind 3 av [61].
- [52a] Namkoong, G. (1972): "Persistence of variances for stochastic, discrete-time, population growth models." Theor. Popul. Biol. 3 (4): 507-518.
- [53] Nederland. Centraal Bureau voor de Statistiek (1959): "A comparison between actual and projected growth of population in the Netherlands." Statistische en econometrische onderzoeken 1959 (1): 6-18. På nederlandsk, med engelsk sammendrag, s 4.
- [54] Norge. Statistisk Sentralbyrå (1969): "Framskrivning av folkemengden til 1990." Norges offisielle statistikk, A 307.
- [55] Norge. Statistisk Sentralbyrå (1972): "Framskrivning av folkemengden 1971-2000." Norges offisielle statistikk, A 468.
- [55a] Norge. Statistisk Sentralbyrå (1973): "Framskrivning av folkemengden 1972-2000. Regionale tall." Norges offisielle statistikk, A 523.
- [56] Pollard, A.H. (1970): "Random mortality fluctuations and the binomial hypothesis." J. Inst. Act. 96 (2): 251-264.
- [57] Pollard, J.H. (1966): "On the use of the direct matrix product in analysing certain stochastic population models." Biometrika 53 (3-4): 397-415.
- [58] Pollard, J.H. (1968): "A note on multi-type Galton-Watson processes with random branching probabilities." Biometrika 55 (3): 589-590.
- [59] Pollard, J.H. (1970): "On simple approximate calculations appropriate to populations with random growth rates." Theor. Popul. Biology 1 (2): 208-218.

- [60] Preston, Samuel H. (1970): "Empirical analysis of the contribution of age composition to population growth." Demography 7 (4): 417-432.
- [61] "Proceedings of the World Population Conference 1965." Bind 1 og 3. U.N. Publication, Sales No. 66. XIII. 5 og 7.
- [62] Rotschild, K.W. (1964): "Cobweb cycles and partially correct forecasting." J. Polit. Economy 72 (3): 300-305.
- [63] Rotschild, K.W. (1969): "Wirtschaftsprognose. Methoden und Probleme." Heidelberg Taschenbücher, Springer-Verlag.
- [64] Ryder, N.B. og C.F. Westoff (1967): "The trend of expected parity in the United States 1955, 1960, 1965." Population Index 33 (2): 153-168.
- [65] Savage, I.R. og B.W. Brown (1960): "Methodological Studies in Educational Attendance Prediction." University of Minnesota, Department of Statistics.
- [66] Schmitt, Robert C. (1971): Invitert diskusjonsinnlegg vedrørende [45].
- [67] Schreiner, Per (1971): "Prognoser og planer for lands- og landsdelsformål." Sosialøkonomen 25 (10): 15-19.
- [68] Schweder, Tore (1970): "Composable Markov processes." J. Appl. Prob. 7 (2): 400-410.
- [69] Schweder, Tore (1971): "The precision of population projections studied by multiple prediction methods." Demography 8 (4): 441-450.
- [70] Schweder, Tore og Jan M. Hoem (1972): "The inaccuracy of population forecasts; numerical illustrations based on Norwegian data." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 72/1.
- [71] Shryock, H.S. (1965): "Projections of total population and of age-sex structure." Backgroundpaper B. 4/9/E/454 to the World Population Conference 1965.
- [72] Shryock, H.S. (1966): "Projections of population size and age-sex structure. Statement by the Moderator." Side 243-253 i bind 1 av [61].
- [73] Siegel, Jacob S. (1966): "Some principles and methods of projections of urban-rural population by age and sex." Side 91-96 i bind 3 av [61].
- [74] Siegel, Jacob S. (1972): "Development and accuracy of projections of population and households in the United States." Demography 9 (1).
- [75] Siegel J.S. og D.S. Akers (1969): "Some aspects of the use of birth expectations data from sample surveys for population projections." Demography 6 (2): 101-115.
- [76] Smith, E.L. og W.E. Wilkinson (1969): "On branching processes in random environments." Ann. Math. Statist. 40 (3): 814-827.

- [77] Smith, W.L. og W.E. Wilkinson (1970): "Branching processes in Markovian environments." The Consolidated University of North Carolina, Institute of Statistics Mimeo Series No. 657.
- [78] Starsinic, Donald E. og Richard Irwin (1971): "Pragmatic problems in population estimates and projections." Arbeid presentert for Honolulu-symposiet.<sup>74)</sup>
- [79] Strandberg, Margit (1970): "Regionala arbetskrafts- och befolkningsförändringar 1960-1965 med projektion till 1980." Sverige. Statistiska Centralbyrån. Information i prognosfrågor 1969: 5.
- [80] Sykes, Zenas (1969): "Some stochastic versions of the matrix model for population dynamics." J. Am. Statist. Ass. 64: 111-130.
- [81] "The aging of populations and its economic and social implications." Population Studies, No. 26. U.N. Publication, Sales No. 1956. XIII. 6.
- [82] Thompson, Jean (1970): "The growth of population to the end of the century." Social Trends 1: 21-32.
- [83] Törnqvist, Leo (1967): "The post-War population development of Finland compared with predictions made after the War." Side 44-46 i bind 3 av [61].
- [84] U.K. Government Actuary (1965): "Projecting the population of the United Kingdom." Economic Trends 139: iii-x.
- [85] U.K. Government Actuary (1971): "Population Projections 1970-2010." Office of Population Censuses and Surveys. HMSH, London.
- [86] U.N. Population Division (1971): "Population projections by sex and age and the need for their co-ordination." Framlagt under ECE Meeting on Demographic Projections, Genève, mars 1971, Conf. Eur. Stats./WG.35/2.
- [87] U.S. Bureau of the Census, Current Population Reports, Series P-25, No. 448, "Projections of the population of the United States, by age and sex (interim revisions): 1970-2020." U.S. Gov't Printing Office.
- [88] White, Helen R. (1954): "Empirical study of the accuracy of selected methods of projecting state populations." J. Am. Statist. Ass. 49: 480-498.
- [89] Widén, Lars (1970): "Estimates of future fertility in Sweden." Statistisk tidskrift III 8 (5): 383-392.
- [90] Wold, Herman (1965): "Causal inference from observational data. A review of ends and means." J. Roy. Statist. Soc., Ser. A. 119 (1): 28-61.
- [91] Working Group on Social Demography (1970), Fourth Meeting (Report), Strasbourg, June, 1970. U.N. Office at Geneva, Document No. SOA/ESDP/1970/1.
- [92] Working Group on Social Demography (1971), Fifth Meeting (Report), Geneva, April 1971. U.N. Office at Geneva, Document No. SOA/ESDP/1971/1.

- [93] Yamaguchi, J. Tohr (1967): "Under-enumeration of the initial population and under-registration of the births as sources of errors in population projections." Pp. 51-54, bind 3 av [61].

Fotnoter

- 1) Her som ellers bruker jeg ordet prognose som en betegnelse på enhver forhåndsberegning av framtidige folketal, uansett om denne beregningen fra produsentens side er ment å skulle være en prediksjon eller forutsigelse av faktiske forhold i prognoseperioden, en framskriving (projeksjon) av utviklingen i observasjonsperioden, et rent regneeksempel, eller noe annet. Selv om ordet prognose "egentlig" eller "opprinnelig" naturligvis har hatt et meningsinnhold begrenset til å dekke en spådom eller en forutsigelse av en sannsynlig utvikling, velger jeg å rette meg etter den betydningsutvidelse det synes å ha fått i vanlig språkbruk.
- 2) Selv om det er lagt ned langt mer arbeid i å produsere prognoser enn i å analysere utfallet etter at data fra prognoseperioden er innløpt, foreligger det ganske mye litteratur som illustrerer forhåndsberegningenes skjebne. De som ønsker å fordype seg i dette tema, henvises til numrene 8, 12, 15, 18, 23, 27, 30, 43, 44, 45, 53, 66, 71, 72, 78, 83, 85, 88 og 90 i referanselisten. Jeg har ikke gjort noe forsøk på å stille opp noen uttømmende liste her, men jeg håper å ha fått med et bredt utvalg av typiske arbeider. Ytterligere materiale finnes i referansene til de arbeidene som er tatt med her.
- 3) Under en nylig gjennomgåelse av litteratur om befolkningsprognoseproblematikken har jeg hatt moro av å notere meg følgende steder der det hevdes at vi ikke kan regne med å få sikrere prognoser ved å bruke mer forarbeidede metoder: [8], side 254; [17], avsnitt 27; [18], side 150; [26], side 555; [30], side 310-311; [43], side 20; [66], side 6 og 10; [74]; [75], side 103; [86], avsnitt 31.
- 4) Jeg har funnet dette bildet hos Shryock [72], side 250, spalte 2. Keyfitz [44], side 3, anvender perpetuum mobile og vinkeltredeling som bilder på tilsvarende måte. Analogibruk er tydeligvis populært.
- 5) Nathan Keyfitz har beskrevet hvordan jakten på sikrere prognosemetoder har bidratt til utviklingen av stadig bedre demografiske modeller i den talen [44] vi hentet vårt innledningssitat fra. Se også f.eks. [23]; og [27], avsnitt 10-14.
- 6) Hauser og Duncan [31], side 10:  
 "... many projections result not from analytical need but rather from the practical pressures of administrators, planners, and technicians both in government and business, who must have some inkling of the possible future course of demographic events on which to base their work. The demographer in meeting such needs may be useful, but his usefulness is achieved in this area often at the expence, rather than as a derivative, of his contribution to science." (Min uthevelse.)
- 7) Sml. f.eks. diskusjonen hos Cox [8], side 256-257 og hos Siegel [74].
- 8) Noen ganger kan dette være en hovedhensikt med publiseringen av prognosen.  
 Schreiner [67], side 16, sier det slik: "Projeksjoner kan vise hvor skjævt det går dersom vi ikke griper inn og styrer utviklingen."

- 9) Sml. f.eks. [35], side 66, og [17], avsnitt 7. Vi kommer tilbake til dette fenomenet i underkapittel 11C.
- 10) Sml. f.eks. Dolven [14].
- 11) Sml. [43], side 18-20; [45], side 360-361; [74].
- 12) Sml. f.eks. [47] og [63], side 165-188.
- 13) Regionale prognoser stiller produsenten overfor særegne problemer på grunn av den altoverskyggende rolle som flyttingene spiller for den regionale befolkningsutviklingen. Ved prognoser for riket under ett er man spart for dette, i hvert fall i Norge, for det er ikke vanlig å regne med at flyttinger inn i og ut av landet får noen betydning for prognosene hos oss. (Dette har ikke egentlig vært skikkelig undersøkt hos oss noen gang. Selv om netto-flyttingen er liten, kan vi godt få inn en omfordelingseffekt ved at sammensettingen av innvandrere etter gitte kjennetegn er annerledes enn sammensetningen av utvandrerne.)
- 15) Sml. [17], avsnittene 18 og 26; [21]; [23], side 129; [24], side 11; [30], side 312; [79], side 24; [85], side 36; og vårt underkapittel 9B. Slike spørsmål diskuteres også i [2] og i [91], side 47-49.
- 16) Glass [23], side 131, tar opp både dette poenget og det foregående, idet han framholder:  
 "There is in fact an excessive concern with long-term projections of total populations, at least so far as developed societies are concerned."  
 Kortsiktige prognoser kan være ganske treffsikre. Sml. f.eks. [85], side 33 ff.
- 17) Selv om det vel er den framherskende holdning at man bør utvikle og ta i bruk mer forseggjorte modeller, er det ikke fullstendig enighet blant prognoseprodusentene på dette punkt. Sml. f.eks. [17], punkt 27 og [8], side 254, spalte 1.
- 18) Disse idéene finnes også (med litt andre ord) hos Leif Johansen [41], som dessuten framholder at sammenlikninger mellom nøyaktigheten av avanserte og enkle prognoser kan være helt irrelevante eller villedende, fordi man kan komme til å kreditere de enkle prognoser for det som egentlig er de avanserte prognosers for-tjeneste.
- 19) Sml. f.eks. referansene 2, 4, 19, 20, 46 og 60.
- 20) Törnqvist omtaler de finske prognosene fra 1949 [39] som "predictions" i rapporten fra 1965 [83] om utfallet av dem. Det ser også ut for at de britiske prognosene kan oppfattes som prediksjoner [84] (utdrag gjengitt som appendiks 1 og 2 i [33]), selv om det på side 1 i [85] sies at de bare fyller denne rollen i begrenset ut-strekning.
- 21) De finske prognosene etter 1949 omtales som "projections" [83].
- 22) Man kan finne flere kommentarer om forholdet mellom projeksjoner og prediksjoner f.eks. hos Keyfitz [43, 45], Grauman [26], og Siegel [74].



- 23) Norman Ryder poengterte dette sterkt under diskusjonen i Honolulu.
- 24) Det har vært utført ca. 55 nasjonale fruktbarhetsundersøkelser mellom 1965 og 1971, og omtrent et dusin er under planlegging eller gjennomføring. (Opplysninger fra Milos Macura, desember 1971.) De best kjente er antakelig den serien av undersøkelser man har hatt i Sambandsstatene. I Europa har det vært slike undersøkelser i Belgia (1966-1970), Danmark (1970), Finland (1971), Frankrike (1971), Jugoslavia (1970), Nederland (1969), Polen (1971), Storbritannia (1967-68), Tsjekkoslovakia (1970), og Ungarn (1965-66). For opplysninger, se [92].
- 25) Ulike syn på nytten av å bruke slike data finnes i [11]; [23], side 133; [49], side 80; [64]; [74]; [75]; og deres referanser.
- 26) Keyfitz [45], side 354-355, anbefaler bruk av foranløpende og etterslepene økonomiske indikatorer i meget kortsiktige befolkningsprognoser. Vi har altså brukt samme idé på en annen måte.
- 27) Dette er også ett av hovedpoengene hos Keyfitz [45].
- 28) Presentert i diskusjonsinnlegg under symposiet i Hawaii.
- 29) En gruppe på N j-årige kvinner ved årets begynnelse regnes å føde et antall pikebarn hvorav  $N_j$  lever ved årets utløp.
- 30) Denne tankegangen er senere tatt opp av A.H. Pollard [56], som har sett nærmere på stokastiske fluktuasjoner i dødeligheten.
- 31) Utsagnet kommer egentlig i en annen forbindelse, men det må være relevant her.
- 32) Sykes [80] studerer også en modell med additive, stokastiske restledd, men vi skal ikke ta den opp her.
- 33) Sml. kommentarene i underkapittel 4D.
- 34) Under symposiet ble dataproblemer tatt opp av både Starsinic [78], Schmitt [66] og Hollman [37]. Se også f.eks. [93] og andre artikler i samme publikasjon.
- 35) En idé av denne typen har tidligere vært diskutert av Smith og Wilkinson [76, 77], som har studert en en-dimensjonal markovkjede som de kaller en forgreningsprosess i stokastiske omgivelser. Se også [1].
- 36) I Schweders terminologi [68] er den stokastiske prosessen  $\{M(t): t = 1, 2, \dots\}$  en forgjenger for  $\{X(t): t = 1, 2, \dots\}$  eller: den første styrer den siste.
- 37) De to forfatterne har for øvrig litt forskjellig opplegg, idet Pollard fortsatt regner med rent tilfeldige variasjoner (2. nivå) mens Sykes ser helt bort fra dette og bare opererer med en modell der
- $$X(t) = M(t)X(t-1) \quad \text{for } t=1, 2, \dots$$
- Schweder og Hoem [70] har diskutert sammenhengen mellom de to modellversjonene. Forskjellene mellom de kommer først og fremst til syne i variansberegningene. Diskusjonen i innværende artikkel

- gjelder like mye for begge versjoner. (Namkoong [52a] har noen liknende resultater.)
- 38) Som nevnt i punkt (ii) ovenfor, holdt usikkerheten seg på dette nivået gjennom hele prognoseperioden.
- 39) Sml. [77].
- 40) Man kan bare sammenlikne ulike prognosealternativer som har vært publisert, f.eks. for land som Danmark [10], Frankrike [6], Norge [55], Sambandsstatene [87], og Sverige [62]. Se også [89].
- 41) Dette gjelder ikke for aktuelle variasjoner i dødeligheten hos oss. Sml. fotnote 15.
- 42) Eaton [16] synes å være tilhenger av dette. Norman Ryder hevdet et tilsvarende synspunkt under diskusjonen i Honolulu.
- 43) Følgende uttalelser i forordet til en nylig dansk befolkningsprognose [10] med fem alternativer er mer presis enn vanlig:  
 "Medens der ... kan være visse holdepunkter for den antagelse, at prognoserne 2, 3 og 4 er et mere sandsynligt udtryk for den kommende befolkningsudvikling end prognoserne 1 og 5, er det på innværende tidspunkt meget vanskelig at vurdere, hvilken af prognoserne 2, 3 eller 4, som kan anses for at være det mest relevante udtryk for befolkningsudviklingen.  
 Når Danmarks Statistik til trods for dette anbefaler, at prognose 3 anvendes i forbindelse med offentlige planlægningsopgaver o.l., er baggrunden ønsket om, at forskellig vurdering af det foreliggende prognosemateriale ikke skal give anledning til, at den offentlige planlægning i forskellige instanser baseres på uensartede forventninger om befolkningsudviklingen."
- 44) Formler for tilfellet med uavhengige  $M(t)$  gis av Sykes [80] og av Schweder og Hoem [70].
- 45) Sml. nedenstående kapittel 11.
- 46) I realiteten er det hele fordelingen til  $X(.)$  som skal spesifiseres, og usikkerhet i denne spesifikasjonen som skal diskuteres. Dette innebærer bl.a. at vi også skal parametrisere  $\lambda(.)$  og diskutere denne. For enkelhets skyld formulerer vi imidlertid resonnetet ved hjelp av  $EM(t)$ .
- 47) Sml. f.eks. [91], side 11-13, 45-46, og 52-57; [32], kapittel 6.
- 48) Sml. [86], avsnitt 5, 9, 21, 22; [17], avsnitt 16.
- 49) Se underkapittel 2B.
- 50) En diskusjon av slike momenter finnes hos Muhsam [51], side 277. Tilsvarende diskusjoner har vært ført i den økonomiske litteraturen. Sml. [40], side 5-6; [41], side 7-8; [7]; [13], [62]; [63], side 147-164; [28]; [42].
- 51) Tanken er nok eldre enn dette. Sml. nedenstående underkapittel 11G.

- 52) Det synes å "ligge i tiden" at man etterlyser i det minste standardavviket på prognosestørrelsene. Sml. f.eks. Wolfe i [3], side 128; Sykes [80].
- 53) Muhsam innrømmer selv ([50], side 145; [52], avsnitt 7) at demografisk teori ennå ikke er i stand til å gi et grunnlag for å avlede sannsynlighetsfordelinger for befolkningsprognoser. Han mener imidlertid ([52], avsnitt 7) at det er tilstrekkelig for formålet å angi vage gjetninger om hvordan fordelingen vil se ut. Det må være tillatt å stille seg skeptisk til om dette er mulig, og også om man vil ha noen nytte av det. (Sml. [72], side 244.)  
 Se videre Grebenik i [3], side 137-138; [8], side 256; [49], side 82; [72], side 252; [82], side 22-23; [85], side 1.  
 Jeg er her helt på linje også med Haggstrom [29], side 4, som har en tilsvarende holdning til utdannelsesprognoser, og med Savage og Brown [65], side 37-38, som skriver følgende:  
 "No estimates of standard errors or confidence have been computed for the prediction of college attendance in this section or in Section 9, for although technically possible the computations did not seem warranted. The important point to grasp is that different methods of prediction, although giving generally similar patterns, have substantial variability for each year. This suggests that the choice of a model is probably a source of variability at least as great as the inherent statistical errors in the problems. Since there are no overwhelming reasons for preferring one model to another it would appear that the computation of standard errors of predictions can lead only to a false sense of confidence in the estimates' precision."  
 Savage og Brown gir prediksjonsintervaller for andre prognoser, formodentlig fordi de mener å ha bedre grunnlag for de modellene.  
 De gir en rapport over prognoseerfaringene sine fra 1960 til 1970 i [5].
- 54) Symbolene er tilpasset framstillingen i denne artikkelen.  
 I et senere arbeid bruker Muhsam [52] utbygging av en skole som eksempel, mens resonnementet for øvrig er det samme.  
 Se også Brass og Wolfe i [3], side 139.
- 55) Sml. f.eks. Wolfe i [3], side 127; Brass i [3], side 138.
- 56) Sml. Eaton [16], side 4.
- 57) Sml. [83], side 44, paragraf 1.
- 58) Var det f.eks. meningen at det samlede folketall med en sannsynlighet på 0,8 skulle ligge mellom øvre og nedre prediksjonsgrense i hele prognoseperioden (eller bare en del av den?); skulle dette gjelde for hver enkelt aldersgruppe for seg (også?), eller skulle det gjelde for alle aldersgrupper samtidig?
- 59) Han var bekymret [39, side 75] for at sannsynligheten kunne være overvurdert, altså at tallet 0,8 var for høyt.
- 60) Veklager over dette forhold er like vanlige som tilsvarende beklagelser over upåliteligheten av prognosene. En særlig berømt referanse her er Davis [12], særlig s. 313, men synspunktet kommer også klart fram f.eks. hos Schmitt [66], side 2-3 og 8; Wolfe [3], side 128; Dorn [15].

- 61) Prognosemakerne i noen land har her vært flinkere enn andre, og flinkere enn oss i Norge.
- 62) Schmitts kommentarer ([66], side 8-9) er helt relevante også i Norge.
- 63) Sml. Muhsam [50], side 135.
- 64) Hvis man bare publiserer ett enkelt alternativ, er det viktig at man ordlegger seg omhyggelig i kommentarene til prognosen. Det er ikke alle som er like flinke til dette som britene [82, 85].
- 65) Sml. f.eks. fotnote 43.
- 66) Britene, som bare har ett alternativ i prognosene sine, understreker sterkt nødvendigheten av fleksibel planlegging [82]. Sml. også f.eks. [48].
- 67) Sml. f.eks. [48], side 7.
- 68) En slik mulighet er også implisitt i argumentasjonen for å finne en risikominimerende operativ prognose i kapittel 11, og dette representerer et faremoment ved den idéen.
- 69) Sml. argumentasjonen i forrige underkapittel. Schreiner [67, s. 13] framfører tilsvarende synspunkter i tilknytning til generell offentlig planlegging.
- 70) Opplysninger fra Lars Widén 29/12 1971.
- 71) Sml. f.eks. flere steder i [45].
- 72) Sml. f.eks. [73], avsnitt 3.
- 73) Følgende sitat fra en artikkel av Hajnal fra 1955 [30] kan anvendes umiddelbart:  
 "It is very strange that so many forecasters have expended great computational labor on taking account of the effect on future numbers of birth of the number of women in each ... age group, while entirely neglecting other factors on which statistical information was readily at hand. ... Even crude calculations to illustrate the effect which those various influences might have on future numbers of births seems more worthwhile than elaborate extrapolation of age specific rates." De "andre faktorer" han tenker på, er slike som forholdet mellom antall menn og kvinner, ekteskapenes fordeling etter varighet, antall ugifte, og paritetsfordelingen av fødslene.
- 74) En del artikler skrevet til Honolulu-symposiet eller som en følge av symposiet vil bli offentliggjort i [46b]. En rapport om symposiet er avgitt av Moses og Brown [49a].

## Utkommet i serien ART

*Issued in the series Artikler fra Statistisk Sentralbyrå (ART)*

- Nr. 1 Odd Aukrust: Investeringenes effekt på nasjonalproduktet *The Effects of Capital Formation on the National Product* 1957 28 s. Utsolgt
- " 2 Arne Amundsen: Vekst og sammenhenger i den norske økonomi 1920 - 1955 *Growth and Interdependence in Norwegian Economy* 1957 40 s. Utsolgt
- " 3 Statistisk Sentralbyrås forskningsavdeling: Skattlegging av personlige skattytere i årene 1947 - 1956 *Taxation of Personal Tax Payers* 1957 8 s. Utsolgt
- " 4 Odd Aukrust og Juul Bjerke: Realkapital og økonomisk vekst 1900 - 1956 *Real Capital and Economic Growth* 1958 32 s. kr. 3,50
- " 5 Paul Barca: Utviklingen av den norske jordbruksstatistikk *Development of the Norwegian Agricultural Statistics* 1958 23 s. kr. 2,00
- " 6 Arne Amundsen: Metoder i analysen av forbruksdata *Methods in Family Budget Analyses* 1960 24 s. kr. 5,00
- " 7 Arne Amundsen: Konsumelastisiteter og konsumprognoser bygd på nasjonalregnskapet *Consumer Demand Elasticities and Consumer Expenditure Projections Based on National Accounts Data* 1963 44 s. kr. 5,00 Utsolgt
- " 8 Arne Øien og Hallvard Borgenvik: Utviklingen i personlige inntekts-skatte 1952 - 1964 *The Development of Personal Income Taxes* 1964 30 s. kr. 5,00
- " 9 Hallvard Borgenvik: Personlige inntektsskatte i sju vest-europeiske land *Personal Income Taxes in Seven Countries in Western Europe* 1964 16 s. kr. 5,00
- " 10 Gerd Skoe Lettenstrøm og Gisle Skancke: De yrkesaktive i Norge 1875 - 1960 og prognoser for utviklingen fram til 1970 *The Economically Active Population in Norway and Forecasts up to 1970* 1964 56 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 11 Hallvard Borgenvik: Aktuelle skattetal 1965 *Current Tax Data* 1965 38 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 12 Idar Møglestue: Kriminalitet, årskull og økonomisk vekst *Crimes, Generations and Economic Growth* 1956 63 s. kr. 7,00
- " 13 Svein Nordbotten: Desisjonstabeller og generering av maskinprogrammer for granskning av statistisk primærmateriale *Decision Tables and Generation of Computer Programs for Editing of Statistical Data* 1965 11 s. kr. 4,00
- " 14 Gerd Skoe Lettenstrøm: Ekteskap og barnetall - En analyse av fruktbarhetsutviklingen i Norge *Marriages and Number of Children - An Analysis of Fertility Trend in Norway* 1965 29 s. kr. 6,00
- " 15 Odd Aukrust: Tjue års økonomisk politikk i Norge: Suksesser og mistak *Twenty Years of Norwegian Economic Policy: An Appraisal* 1965 38 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 16 Svein Nordbotten: Long-Range Planning, Progress- and Cost-Reporting in the Central Bureau of Statistics of Norway *Langtidsprogrammering, framdrifts- og kostnadsrapportering i Statistisk Sentralbyrå* 1966 17 s. kr. 4,00

- Nr. 17 Olav Bjerkholt: Økonomiske konsekvenser av nedrustning i Norge  
*Economic Consequences of Disarmament in Norway* 1966 25 s.  
kr. 4,00 Utsolgt
- " 18 Petter Jakob Bjerve: Teknisk revolusjon i økonomisk analyse og  
politikk? *Technical Revolution in Economic Analysis and Policy?*  
1966 23 s. kr. 4,00
- " 19 Harold W. Watts: An Analysis of the Effects of Transitory Income on  
Expenditure of Norwegian Households 1968 28 s. kr. 5,00
- " 20 Thomas Schiøtz: The Use of Computers in the National Accounts of  
Norway *Bruk av elektronregnemaskiner i nasjonalregnskapsarbeidet i  
Norge* 1968 28 s. kr. 5,00
- " 21 Petter Jakob Bjerve: Trends in Quantitative Economic Planning in  
Norway *Utviklingstendensar i den kvantitative økonomiske plan-  
legginga i Norge* 1968 29 s. kr. 5,00
- " 22 Kari Karlsen og Helge Skaug: Statistisk Sentralbyrås sentrale  
registre *Registers in the Central Bureau of Statistics* 1968 24 s.  
kr. 3,50
- " 23 Per Sevaldson: MODIS II A Macro-Economic Model for Short-Term  
Analysis and Planning *MODIS II En makroøkonomisk modell for kort-  
tidsanalyse og planlegging* 1968 40 s. kr. 4,50
- " 24 Olav Bjerkholt: A Precise Description of the System of Equations of  
the Economic Model MODIS III *Likningssystemet i den økonomiske  
modell MODIS III* 1968 30 s. kr. 4,50 Utsolgt
- " 25 Eivind Hoffmann: Prinsipielt om måling av samfunnets utdannings-  
kapital og et forsøk på å måle utdanningskapitalen i Norge i 1960  
*On the Measurement of the Stock of Educational Capital and an Attempt  
to Measure Norway's Stock of Educational Capital in 1960* 1968  
60 s. kr. 5,00
- " 26 Hallvard Borgenvik: Aktuelle skattetall 1968 *Current Tax Data*  
1969 40 s. kr. 7,00
- " 27 Hallvard Borgenvik: Inntekts- og formuesskattlegging av norske  
kapitalplasseringer i utlandet *Income and Net Wealth Taxes of  
Norwegian Investment in Foreign Countries* 1969 40 s. kr. 7,00
- " 28 Petter Jakob Bjerve og Svein Nordbotten: Automasjon i statistikk-  
produksjonen *Automation of the Production of Statistics* 1969  
30 s. kr. 7,00
- " 29 Tormod Andreassen: En analyse av industriens investeringsplaner  
*An Analysis of the Industries Investment Plans* 1969 26 s.  
kr. 5,00
- " 30 Bela Balassa og Odd Aukrust: To artikler om norsk industri *Two  
Articles on Norwegian Manufacturing Industries* 1969 40 s.  
kr. 5,00
- " 31 Hallvard Borgenvik og Hallvard Flø: Virkninger av skattereformen  
av 1969 *Effects of the Taxation Reform of 1969* 1969 35 s.  
kr. 7,00 Utsolgt
- " 32 Per Sevaldson: The Stability of Input-Output Coefficients  
*Stabilitet i kryssløpskoeffisienter* 1969 40 s. kr. 7,00

- Nr. 33 Odd Aukrust og Hallvard Borgenvik: Inntektsfordelingsvirkninger av skattereformen av 1969 *Income Distribution Effects of the Taxation Reform of 1969* 1969 29 s. kr. 7,00
- " 34 Odd Aukrust og Svein Nordbotten: Dataregistrering, dataarkiver og samfunnsforskning *Data Registration, Data Banks and Social Research* 1970 43 s. kr. 7,00
- " 35 Odd Aukrust: PRIM I A Model of the Price and Income Distribution Mechanism of an Open Economy *PRIM I En modell av pris- og inntektsfordelingsmekanismen i en åpen økonomi* 1970 61 s. kr. 7,00
- " 36 Arne Amundsen: Konsumets og sparingens langsiktige utvikling *Consumption and Saving in the Process of Long-Term Growth* 1970 18 s. kr. 5,00
- " 37 Steinar Tamsfoss: Om bruk av stikkprøver ved kontoret for intervjuundersøkelser, Statistisk Sentralbyrå *On the Use of Sampling Surveys by the Central Bureau of Statistics, Norway* 1970 46 s. kr. 7,00
- " 38 Svein Nordbotten: Personmodeller, personregnskapssystemer og persondataarkiver *Population Models, Population Accounting Systems and Individual Data Banks* 1970 28 s. kr. 7,00
- " 39 Julie E. Backer: Variasjoner i utviklingen hos nyfødte barn *Variations in the Maturity Level of New Born Infants* 1970 36 s. kr. 7,00
- " 40 Svein Nordbotten: Two Articles on Statistical Data Files and Their Utilization in Socio-Demographic Model Building *To artikler om statistiske dataarkiver og deres bruk i sosio-demografisk modellbygging* 1971 30 s. kr. 7,00
- " 41 Per Sevaldson: Data Sources and User Operations of MODIS, a Macro-Economic Model for Short Term Planning *Datagrunnlag og brukermåvirkning ved MODIS, en makroøkonomisk modell for planlegging på kort sikt* 1971 31 s. kr. 7,00
- " 42 Erik Biørn: Fordelingsvirkninger av indirekte skatter og subsidier *Distributive Effects of Indirect Taxes and Subsidies* 1971 42 s. kr. 5,00
- " 43 Hallvard Borgenvik og Inger Gabrielsen: Aktuelle skattetal 1970 *Current Tax Data* 1971 53 s. kr. 7,00
- " 44 Vidar Ringstad: PRIM II En revidert versjon av pris- og inntektsmodellen *PRIM II A Revised Version of the Price and Income Model* 1972 43 s. kr. 7,00
- " 45 Jan M. Hoem: Purged and Partial Markov Chains *Lutrede og partielle Markovkjeder* 1972 16 s. kr. 5,00
- " 46 Jan M. Hoem: Two Articles on the Interpretation of Vital Rates *To artikler om tolking av befolkningsrater* 1972 33 s. kr. 7,00
- " 47 Inger Gabrielsen: Aktuelle skattetal 1972 *Current Tax Data* 1972 58 s. kr. 8,00
- " 48 Vidar Ringstad: Om estimering av økonomiske relasjoner fra tverrsnitts-, tidsrekke- og kombinert tverrsnitts tidrekke-data *On the Estimation of Economic Relations Using Cross Section-, Time Series- and Combined Cross Section- Time Series- Data* 1972 26 s. kr. 7,00

- Nr. 49 Jan M. Hoem: On the Statistical Theory of Analytic Graduation  
*Statistisk teori for analytisk glatting* 1972 41 s. kr. 7,00
- " 50 Henry M. Peskin: National Accounting and the Environment  
*Nasjonalregnskap og miljøverdier* 1972 60 s. kr. 8,00
- " 51 Eivind Gilje: Analytic Graduation of Age-Specific Fertility Rates  
*Analytisk glatting av aldersspesifikke fødselsrater*  
1972 49 s. kr. 8,00
- " 52 Jan M. Hoem og Arne Rideng: Kommentarer til Statistisk Sentral-  
byrås framskrivning av folkemengden i kommunene 1972-2000  
*Comments to the Regional Population Projections for Norway*  
1972 29 s. kr. 7,00
- " 53 Juul Bjerke: Estimering av konsumfunksjoner på grunnlag av  
nasjonalregnskapsdata 1865-1968 *Estimating Consumption Functions*  
*from National Accounts Data* 1972 60 s. kr. 8,00



Publikasjonen utgis i kommisjon hos  
H. Aschehoug & Co., Oslo, og er til salgs hos alle bokhandlere  
Pris kr. 8,00

Omslag trykt hos Grøndahl & Søn, Oslo

ISBN 82-537-0219-1