ARTIKLER 119

ANALYTISK GLATTING AV RATER FOR FØRSTE GANGS GIFTERMÅL

Av
Jan Mønnesland

ANALYTIC GRADUATION OF FIRST TIME NUPTIALITY RATES

OSLO 1979

STATISTISK SENTRALBYRÅ

ANALYTISK GLATTING AV RATER FOR FØRSTE GANGS GIFTERMÅL

Av
Jan Mønnesland

ANALYTIC GRADUATION OF FIRST TIME NUPTIALITY RATES

OSLO 1979

ISBN 82-537-1008-9

FORORD

Som et ledd i studiet av demografiske raters variasjon med alder, vil vi ofte ønske å fjerne uregelmessigheter i datamaterialet. Artikkelen presenterer en analytisk funksjon som har vist seg egnet til å tilpasse norske data for første gangs giftermål, når begge parters alder inngår i ratene.

Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 10. august 1979

Odd Aukrust

PREFACE

In studying demographic rates, it often becomes necessary to remove unregularities in the data material. This article presents an analytic function which has proved suitable on Norwegian data of first time nuptiality, when the age of both spouses are taken into account.

Central Bureau of Statistics, Oslo, 10 August 1979

Odd Aukrust

INNHOLD

CONTENTS

FIGURREGISTER

INDEX OF FIGURES

1. INNLEDNING[1)]

I denne artikkelen presenterer vi en analytisk 8-parameters funksjon som på våre data har vist seg egnet til å glatte giftermålsrater hvor begge parters aldre inngår som variable. Eksempel på en slik rate er andel av alle ugifte kvinner i alder x som gifter seg med en mann i alder y.

I kapittel 2 presenteres de teoretiske resonnementer som ligger bak glattingen, og vi viser hvordan forskjellige behov kan gi opphav til forskjellige glattingsteorier.

I kapittel 3 tar vi opp de spesielle problemene som skyldes at giftermålsatferden for menn ikke kan sees uavhengig av atferden for kvinner og omvendt, og vi definerer analytisk de ratene som er brukt til glattingen.

I kapittel 4 gjennomgår vi valget av analytisk form på glattingsfunksjonen, og gir summariske resultater fra beregninger foretatt med forskjellige funksjonsformer.

I kapittel 5 gjennomgår vi resultatene fra glattingen for den valgte funksjonsformen i detalj, og gir en vurdering av resultatene.

2. TEORI FOR GLATTING AV GIFTERMÅLSRATER

Med glatting menes en metode for å tegne opp en jevn kurve ut fra et observasjonsmateriale som gir kurver med ujevnt forløp. Disse ujevnhetene ønsker en altså av forskjellige grunner å kvitte seg med. Tankegangen bak dette ønsket kan variere. Metodene for glatting vil delvis avhenge av hvilken tankegang som er lagt til grunn, men bygger i alle tilfelle på en forestilling om at strukturen i observasjonsmaterialet inneholder to komponenter: en som gir en glatt, jevn kurve og en restkomponent av avvik fra den glatte kurven. Forutsetningene kan variere, både når det gjelder karakteren av og formen på den glattede kurven og når det gjelder karakteren av de faktiske avvik fra en slik glatt kurve. Glattingsmetodene spenner over et spekter fra ren frihånds kurvetegning, gjennom glidende gjennomsnitt og forskjellige former for brudne kurver og splines[2)], til en parametrisk analytisk form for hele kurvens forløp.

---

1) Jørgen Ouren har stått for programmering og utkjøring, og har gitt en meget nyttig veiledning i tolkning av resultatene og utprøvingen av funksjonsformer. Videre har Per Sevaldson og John Dagsvik gitt nyttige kommentarer. 2) Med "spline" forstår vi en kurve som er sammensatt av flere kurvestykker som kan ha ulik analytisk form, se Rennermalm & Arvidsson, 1977.

En teoribakgrunn som har hatt stor anvendelse bl.a. i forbindelse med fruktbarhetskurver (Keyfitz 1968), går ut på å forutsette at ratene er realisasjoner basert på en stokastisk modell hvor sannsynlighetene ligger på en glatt kurve. Antar en at denne glatte kurvens struktur er kjent, kan de stokastiske egenskapene til de observerte ratene og til analytisk glattede rater på basis av disse observasjonene utledes (Hoem 1972). Det er her en forutsetning at en har en teori om den glatte kurvens struktur, dvs. en teori som forteller hvilke variasjoner i de observerte ratene som er strukturelt betinget og hvilke som skyldes stokastiske utslag.

En alternativ tankegang er å betrakte glatting ved hjelp av en analytisk form som en konsentrert og tilnærmet beskrivelse av observasjonsmaterialet. I stedet for å presentere alle punktene på den observerte kurven, kan en gi en kompakt beskrivelse ved et lite antall parametre. Foruten at dette letter selve framstillingen, blir det også enklere å studere endringer over tid når disse knytter seg til en begrenset tallmengde. Her har en ikke nødvendigvis noen teori om avvikene mellom den glattede og observerte kurve. Bakgrunnen for et slikt opplegg vil være en idé om at det kurveforløpet som avspeiles av parametrene vil beskrive vesentlige egenskaper ved kurven, mens det kan forsvares å utelate avvikene rundt den glattede kurven fra den aktuelle analysen av observasjonsmaterialet. Når den parametriske presentasjonen brukes til å beskrive endring over tid, ligger det implisitt i dette en forutsetning om at den samme analytiske formen vil være velegnet til å beskrive observasjonsmaterialet i hele den aktuelle perioden. Det samme gjelder dersom en bruker parametrene som avhengige variable i en modell som skal forklare observasjonene. I slike forklaringsmodeller vil prediksjonene eller det forklarte mønster ikke kunne gå lenger enn til den glatte kurverepresentasjonen. En slik modellmessig bruk av parametrene vil derfor fordre en sterkere grad av teoretisk begrunnelse for kurveformen i tråd med forventningsbetraktningene i det stokastiske teoriopplegget. For øvrig vil representasjonstankegangen ikke komme nærmere inn på avvikene fra den glattede kurven, annet enn at de må holde seg innenfor en rimelig størrelsesorden for at representasjonen skal ha verdi.

Uansett tankeskjema forutsetter glattingen at en gjør seg opp en mening om hvilke variasjoner i observasjonsmaterialet en ønsker å fortrenge, og hvilke en vil ta vare på.

Dette valget skjer ved valg av glattingsmetode. I denne artikkelen har vi valgt å glatte ekteskapsratene ved hjelp av en eksplisitt analytisk form for hele kurvens forløp. Dette er gjort ut fra ønsket om å få en parametrisk representasjon med et lite antall parametre. Samtidig gjør dette valget det noe vanskeligere å ta hensyn til et ønske om å beholde karakteristiske trekk ved kurveforløpet som vi kan tro er strukturelt betinget. Slike trekk ville imidlertid kunne ivaretas ved hjelp av ilagte knekkpunkter i forløpet av den glattede kurven.

Ønsket om et lavt parameterantall (og kanskje også begrenset kunnskap om mulige anvendbare funksjonsformer) gjør at en i praksis havner på glattingsmetoder som gir skjevheter i forhold til en dekomponering som ville få fram den strukturen en mener ligger bak den observerte kurven. Dermed blir det et vurderingsspørsmål hvordan en ser på denne skjevheten i forhold til arbeidet med å gå videre for å nå fram til en bedre funksjonsform. Dette vurderingsspørsmålet kommer altså i tillegg til avveiningen av hva en mener er struktur og hva som skal regnes som avvik fra strukturen.

Problemet med skjevhet vil måtte løses forskjellig alt etter anvendelsesområde. Anvendelse i prognosemodeller hvor formålet f.eks. kan være å få gode anslag for snevre aldersgrupper stiller større krav til funksjonsformen enn hvis formålet bare gjelder anslagene for totalbefolkningen. Hvis anvendelsesområdet er begrenset til parametrisk representasjon, vil kravene til funksjonsformen variere med tolkningen av parametrene, og deres sensitivitet overfor skjevheten. Anvendt som grunnlag for studiet av en historisk utvikling vil kravet til funksjonsformen avhenge av i hvilken grad skjevheten er konstant over tid. En glattingsmetode utviklet for ett prosjekt kan dermed ikke alltid brukes i andre prosjekter selv om datamaterialet som benyttes er det samme.

Vi ser på ett kjønn separat og angir dette ved s, hvor $s = f, m$ for henholdsvis kvinner og menn. Vi definerer:

$G_t^s(x)$ = antall giftermål i år t blant personer med kjønn s og med alder x ved utløpet av året

$L_t^s(x)$ = middelbestand av personer med kjønn s og alder x, regnet som gjennomsnittet av bestanden 1/1 år t i alder x-1 og 31/12 år t i alder x.

Giftermålsraten beregnes som

$$W_t^s(x) = \frac{G_t^s(x)}{L_t^s(x)}.$$

Vi bruker symbolet ^ for å angi de glattede ratene, og g som symbol for glattingsfunksjonen. Dette gir:

$\hat{W}_t^s(x) = f(x, a_{1t}, a_{2t} \ldots .)$ hvor $a_1, a_2, \ldots .$ er parametrene til glattingsfunksjonen. Disse parametrene vil variere med tiden. Den variasjonen over tid som vi har i de observerbare ratene $W_t^s(x)$ vil nå for den glattede dels vedkommende være transformert til variasjonen i parametrene

$a_{1t}, a_{2t}, \dots$. Disse parametrene kan beregnes ut fra observasjonene ved hjelp av standard estimeringsmetoder, ved å minimalisere en funksjon av størrelsene $(\hat{W}_t^s(x) - W_t^s(x))^2$.

3. TOKJØNNS GIFTERMÅLSFUNKSJONER

Giftermål er en begivenhet mellom eksakt to personer, som er av forskjellig kjønn. Dette åpenbare faktum gjør det utilfredsstillende å operere med modeller som forklarer hvert kjønns giftermålsatferd uten å trekke det annet kjønn inn eksplisitt.

Ut fra dette vil den naturlige måten å beskrive giftermålsmønsteret på, være i form av funksjoner av typen

$$G_t(x, y) = g_{xy}(\underset{\sim}{L}_t^m, \underset{\sim}{L}_t^f)$$

hvor $G_t(x, y)$ er antall giftermål i år t hvor brudgommen er x år og bruden y år. $\underset{\sim}{L}_t^m$ er bestandsvektoren for menn med ettelement pr. alder målt som middelbestand i år t, og $\underset{\sim}{L}_t^f$ er den tilsvarende bestandsvektoren for kvinner. Dette gir at

$$\frac{G_t^m(x)}{L_t^m(x)} = \frac{\sum_y G_t(x, y)}{L_t^m(x)} = \frac{\sum_y g_{xy}(\underset{\sim}{L}_t^m, \underset{\sim}{L}_t^f)}{L_t^m(x)},$$

dvs. at giftermålshyppigheten for menn blir en funksjon av alderen og av hele bestandsvektoren både for menn og kvinner. Tilsvarende for de kvinnelige giftermålshyppighetene (Mønnesland 1976).

Forsøkene på å etablere giftermålsfunksjoner av typen $g_{xy}(\underset{\sim}{L}_t^m, \underset{\sim}{L}_t^f)$ har til nå hatt liten suksess (Pollard 1977, Parlett 1972). For å bli anvendelig, må en slik funksjon kunne skrives som $g(x,y, \underset{\sim}{L}_t^m, \underset{\sim}{L}_t^f)$, dvs. at vi må ha en felles funksjonsform hvor de aktuelle aldre inngår på samme måten for alle alderssammensetninger. Hvis den samtidig skal tilfredsstille de a priori opplysningene vi har om hvordan giftermålsatferden avhenger av alder på partene og bestandsvektorene, vil vi raskt komme opp i funksjonssammenhenger som vanskelig lar seg beskrive ved en praktisk og eksplisitt analytisk form. En oppsummering og gjennomgang av de analyseresultatene som er presentert på dette feltet konfrontert med de kravene som kan stilles ut fra a priori kunnskap, er gitt i Pollard (1977) og i McFarland (1972).

I stedet for å forlange et modellopplegg som sikrer identitet i antall bruder og brudgommer, kan vi ta hensyn til virkningen av det annet kjønn i oppstillingen av funksjonen for det enkelte kjønn.

Dette kan gjøres ved å la den tilgjengelige bestand av motsatt kjønn inngå som forklaringsvariabel. Et slikt opplegg ville øke realismen i forhold til en enkjønnsmodell som ikke tok hensyn til bestanden av mulige ekteskapspartnere. Ved et slikt opplegg setter vi $G_t^s(x) = g^s(x, \underset{\sim}{L}_t^m, \underset{\sim}{L}_t^f)$. De enkjønns giftermålsratene $W_t^s(x)$ vil dermed avhenge på en eller annen måte av bestandsvektorene for begge kjønn, f.eks. av et eller annet aldersspesifikt mål for kjønnsproporsjon. Anvendt separat på hvert kjønn vil et slikt opplegg kunne gi nyttig informasjon, selv om det vil gi inkonsistens om det benyttes samtidig for begge kjønn.

Partnerens alder kan trekkes inn i enkjønnstankegangen ved å definere særskilte rater for hver alderskombinasjon. Vi setter

$$W_t^m(x, y) = \frac{G_t(x, y)}{L_t^m(x)}, \text{ og } W_t^f(x, y) = \frac{G_t(x, y)}{L_t^f(y)}.$$

Knytter vi forklaringsvariable til telleren $G_t(x, y)$ slik som beskrevet ovenfor, blir opplegget konsistent i antall giftermål for de to kjønn. Et opplegg hvor vi forsøker å knytte forklaringsvariable til $W_t^s(x, y)$ vil normalt ikke gi denne konsistensen, men det vil like fullt være en forbedring i forhold til tradisjonelle enkjønnsmodeller, siden det annet kjønn er trukket nokså sterkt inn i modellen. Når W beregnes bare for første gangs giftermål, blir dessuten inkonsistensproblemet vanskelig identifiserbart i resultatene.

4. GLATTING AV GIFTERMÅLSMODELLER HVOR BEGGE PARTENES ALDER INNGÅR SOM VARIABEL

De glattingsforsøk som tidligere er gjort på norske data eller publisert i litteraturen har brukt enkjønnsrater hvor bare det aktuelle kjønns alder inngår. Problemstillingen er her helt parallell for giftermål og fødsler. Begge begivenheter krever to aktører, en fra hvert kjønn. Dessuten vil formen på de observerte kurvene ha sterke fellestrekk for begge ratetypene. Glatting av fruktbarhetsrater på norske data har vært utført med Hadwiger-funksjonen og en gamma-funksjon (Hoem og Berge 1975), og for svenske data dessuten med spline-funksjoner (Rennermalm og Arvidsson, 1977). I internasjonal litteratur har en dobbeleksponensiell funksjonsform gitt god føyning for aggregerte giftermålsrater (Coale & McNeil 1972).

Giftermålsrater hvor begge kjønns alder inngår krever andre funksjonsformer enn de som er anvendt for rater med bare enkjønns alder. Vi må ha en tredimensjonal funksjonsform, som følge av den ekstra dimensjon som skal dekkes i føyningen. Dette krever et større parameterantall. Videre må vi vente at todimensjonale snitt gjennom en slik tredimensjonal kurve vil gi dårligere føyning enn det en kan vente å få ved todimensjonal glatting. De problemene som skyldes stivheter i funksjonsformen (feilvalgt analytisk form) vil fortone seg større når dimensjonen øker. Mål for føyningen, som kvadratavvik og multippel korrelasjon, vil ikke kunne sammenliknes med resultater oppnådd under todimensjonal glatting. Også antall observasjoner øker (kvadreres) når vi tar med en ny dimensjon. Følgelig vil nødvendigvis disse målene vise en dårligere føyning selv om vi skulle lykkes i å oppnå eksakt de samme glattingsresultater i marginalene.

Vi har gjennomført et par glattingsforsøk med ratene $W_t^s(x, y)$ for $t = 1973$ og 1976, på data for Norge (hele landet). Tall for x-y-giftermål er hentet fra de tabellfilene som Byrået bruker til å lage den årlige giftermålsstatistikken på grunnlag av vigselsmeldingene. Bestandstallene er hentet fra den historiske datafilen for giftermål, dødsfall og folkemengde (Statistisk Sentralbyrå, 1978) som igjen er generert fra det ajourførte personregisteret.

Som funksjonsform har vi benyttet eksponensialfunksjoner, hvor eksponenten har vært en brøk der teller og nevner er annengradspolynomer av forskjellig art. Valget av denne formen er basert på at vi her hadde muligheten til å eksperimentere en del innenfor den klassen av funksjoner dette utgjør og med små programmeringskostnader for hver utbygging av polynomene. Videre burde det være såpass mange variasjonsmuligheter innenfor denne klassen at det gav et rimelig håp om å nå fram til et tilfredsstillende resultat. Det skulle også være mulig på forhånd å forutsi hva slags endringer i polynomene som krevdes for å rette opp de skjevhetene som vi etter hvert ville oppdage. Vi har ikke vurdert dette valget opp mot andre konkrete alternativer.

Estimeringen er foretatt ved hjelp av et iterasjonsprogram. Det har vært en del problemer med å få programmet til å konvergere. Selv om vi har valgt å kjøre iterasjonene inntil vi fikk minimal reduksjon i kvadratavvik pr. steg, er vi ikke sikre på om vi har nådd minste-kvadraterløsningen. Vi har hatt tilfeller hvor iterasjonene over et stort antall steg gav nærmest ingen forbedring på et nivå med svært dårlig føyning, og hvor nye startverdier likevel gav langt bedre resultat.

Oppstillingen nedenfor viser de funksjonsformene vi prøvde, sammen med den multipple korrelasjonskoeffisienten (R^2) vi fikk ved å føye funksjonene til det oppgitte datamaterialet.

Nr.	$\hat{W}_t^s(x, y) =$	R^2	s	t
1.	$\exp\left\{-\left[a_1+a_2\lvert x-y-3\rvert+a_3(x+y+3)+a_4 \log (x+y+3)\right]\right\}$	0,7293	f	1976
2.	$\exp\left\{-\left[a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+a_5x^2+a_6y^2\right]\right\}$	0,897	f	1976
3.	$\exp\left\{-\dfrac{a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+a_5x^2+a_6y_2}{1+a_7(x-24)+a_8(y-24)}\right\}$	0,902	f	1976
4.	$\exp\left\{-\dfrac{a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+a_5x^2+a_6y^2}{1+a_7x}\right\}$	0,9393	f	1976
		0,9312	f	1973
5.	$\exp\left\{-\dfrac{a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+a_5x^2+a_6y^2}{1+a_7x+a_8x^2}\right\}$	0,9653	f	1976
		0,9544	f	1973
		0,9609	m	1976
6.	$\exp\left\{-\dfrac{a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+a_5x^2+a_6y^2}{1+a_7x+a_8x^2+a_9x^3}\right\}$	0,9609	m	1976
7.	$\exp\left\{-\dfrac{a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+a_5x^2+a_6y^2}{1+a_7x+a_8y+a_9xy+a_{10}x^2+a_{11}y^2}\right\}$	0,9621	m	1976

Regresjonene ble utført ved at vi så bort fra alderssammensetninger (x, y) der raten (telleren) var null. Slike observasjoner ble heller ikke tatt med ved utregning av R^2.

Det er brukt de samme definisjoner av x og y (x = mannens alder, y = kvinnens) og de samme formlene når vi glattet de mannlige giftermålsrater som vi brukte for de kvinnelige ratene. Det betyr for formel 5 at vi bruker mannens alder i nevneren i alle de tre situasjonene. Den usymmetriske behandlingen av x og y i formelen tar vare på den skjevheten mellom de to kjønns atferd som viser seg ved at bruden som regel er noe yngre enn brudgommen. Denne skjevheten går i samme retning enten vi studerer kvinnelige eller mannlige giftermålsrater.

Formlene 6 og 7 gav så minimal forbedring i R^2 at det ikke forsvarte økningen i parameterantallet. Det var heller ikke noen observerbar bedring i funksjonsformen, i den forstand at avvikene var mer akseptabelt plassert. Vi er derfor blitt stående ved likning nr. 5.

5. RESULTATER FOR TOKJØNNS GLATTING

Som illustrasjon av glattingsresultatene har vi tegnet diagrammer over glattede og observerte rater etter mannens alder når kvinnens alder er gitt, for en del alternative aldre for kvinner. Videre har vi tegnet et diagram over akkumulerte rater etter kvinnens alder, hvor vi har summert over alderen for menn. Denne vil være analog med enkjønnsfordelinger. For sammenlikningens skyld har vi også sett på resultatet av glatting med enkjønns Hadwiger-funksjon. En fullstendig tabell over de glattede og observerte ratene for kvinner 1976 er gjengitt som vedlegg.

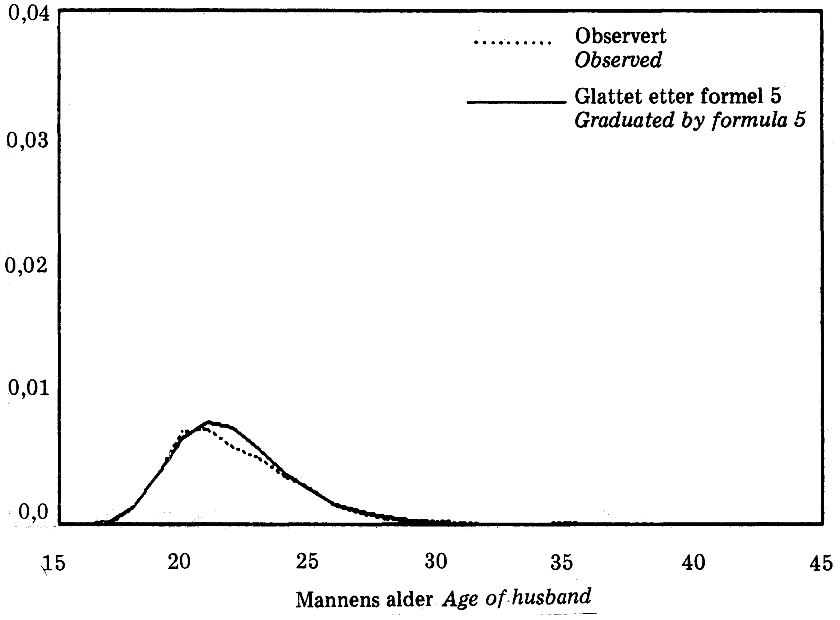
De estimerte parametrene er:

	Kvinner 1976	Kvinner 1973	Menn 1976
a_1	-213,4254	-219,9442	-518,2369
a_2	11,6194	12,4966	22,5418
a_3	6,9328	7,2441	26,4114
a_4	1,1343	1,0287	2,0626
a_5	-0,8433	-0,8242	-1,6571
a_6	-0,7463	-0,6950	-1,6743
a_7	0,0724	0,1949	0,8792
a_8	-0,0202	-0,0248	-0,0695

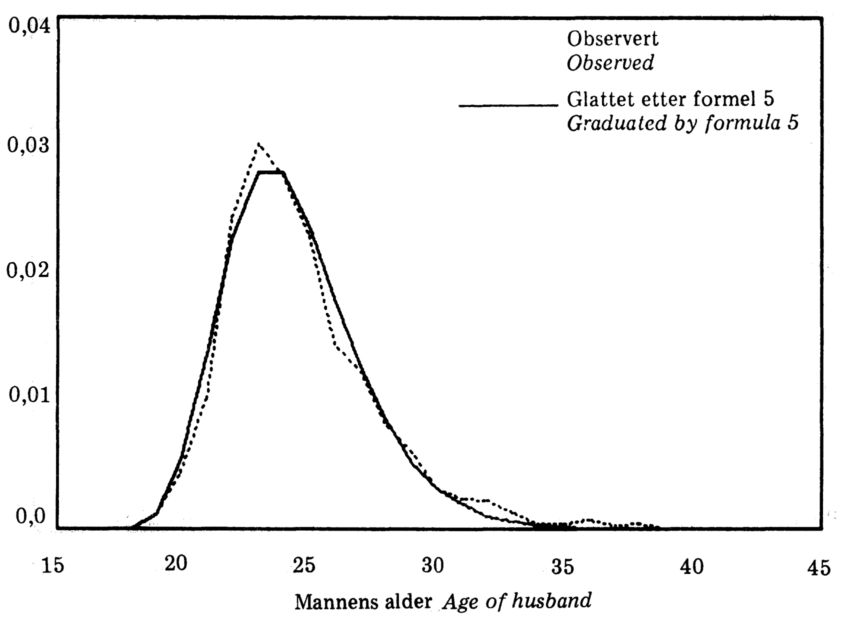
Som figurene nedenfor viser, har vi fått til en glatting som i hovedsak treffer det som vi kan oppfatte som strukturen bak den observerte kurven. Like fullt er det åpenbare avvik mellom formen på glattingsfunksjonen og den observerte kurven som ikke kan forklares med tilfeldige avvik. Vi har systematiske forskjeller i kurveforløpet.

Den tydeligste systematiske forskjellen som går igjen i alle tre situasjoner, er en for rask nedgang for økende alder på slutten av den gifteaktive fasen. Det varierer litt hvilke utslag dette gir for resten av kurveforløpet, dvs. om det er i de yngste eller midlere aldre at den glattede kurven ligger over. Generelt er tilpasningen god for det stigende kurveforløpet når vi aggregerer over partnerens alder. Den glattede kurven har imidlertid vansker med å treffe riktig i toppen av kurven. Her er utslagene så store at det betyr et problem. Men det varierer med situasjonen hvilken vei avviket går. Dette tyder på at den glattede kurven er for stiv selv om vi har et såpass høyt parameterantall som 8.

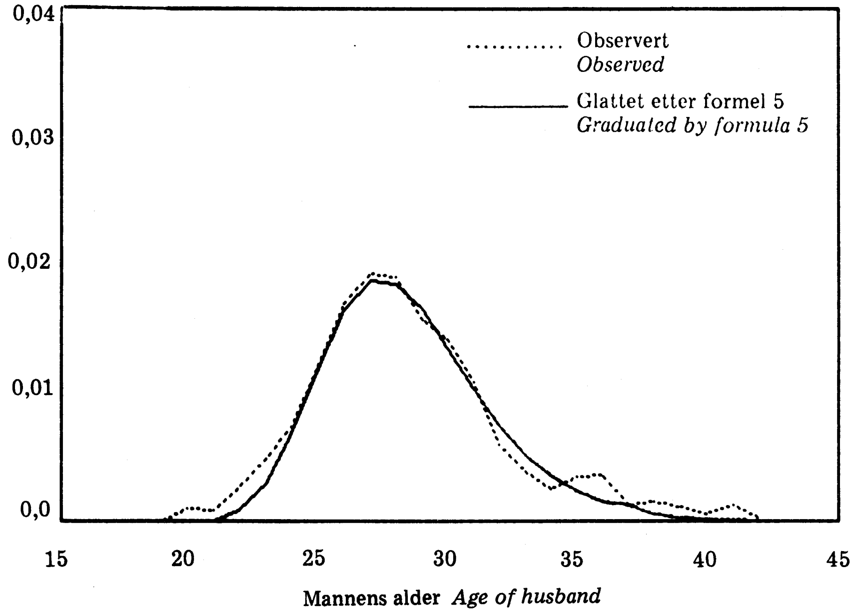
Figur 1. Rater for 1.gangs giftermål kvinner, etter mannens alder. Kvinner i alderen 18 år 1976 *First time female nuptiality rates according to age of the husband. Females 18 years old in 1976*



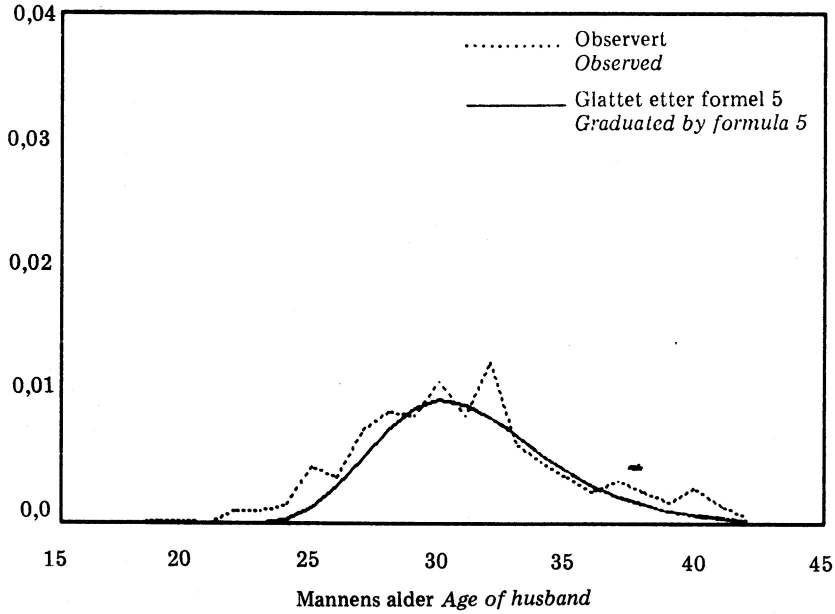
Figur 2. Rater for 1.gangs giftermål kvinner, etter mannens alder. Kvinner i alderen 22 år 1976 *First time female nuptiality rates, according to age of the husband. Females 22 years old in 1976*



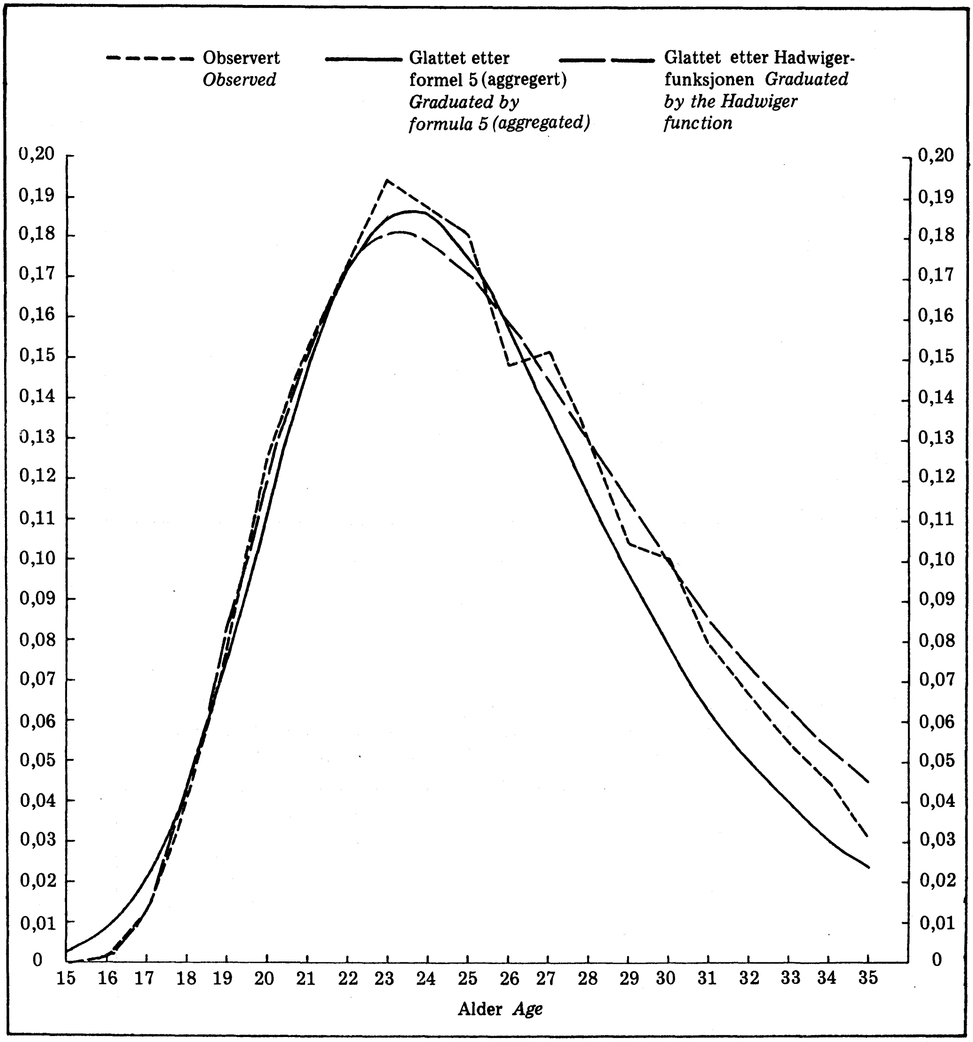
Figur 3. Rater for 1.gangs giftermål kvinner, etter mannens alder. Kvinner i alderen 27 år 1976 *First time female nuptiality rates, according to age of the husband. Females 27 years old in 1976*



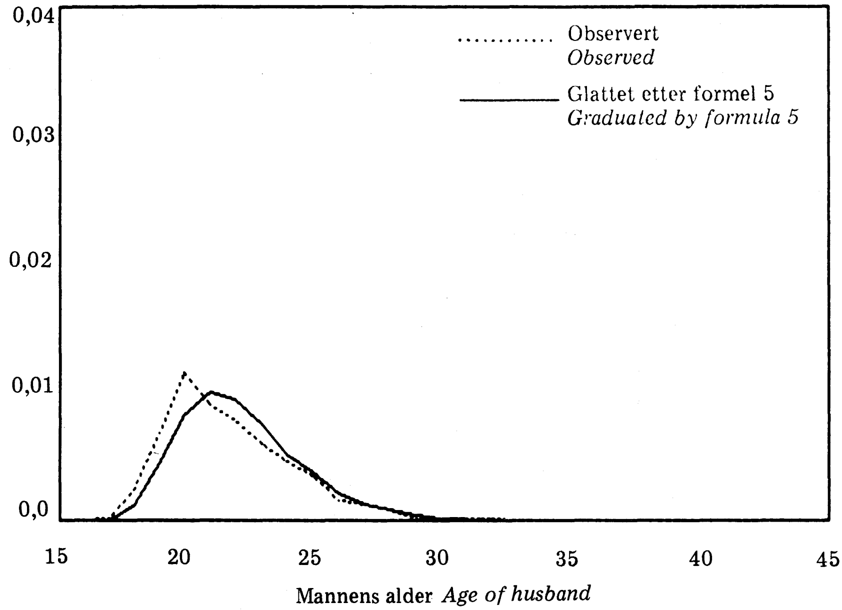
Figur 4. Rates for 1.gangs giftermål kvinner, etter mannens alder. Kvinner i alderen 30 år 1976 *First time female nuptiality rates, according to age of the husband. Females 30 years old in 1976*



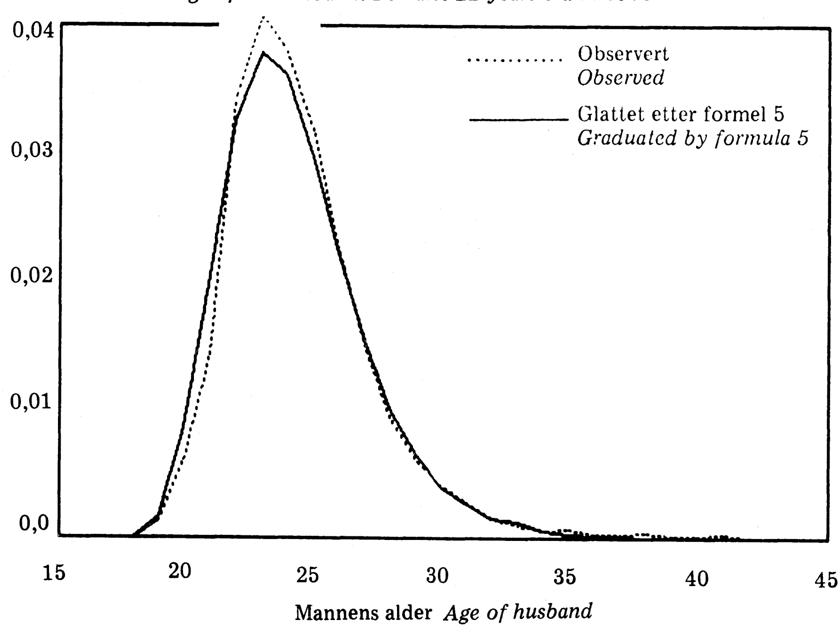
Figur 5. Rater for 1.gangs giftermål etter alder. Kvinner. 1976. (Ratene er aggregert over mannens alder)
First time female nuptiality rates, by age. 1976. (Aggregated over age of the husband)



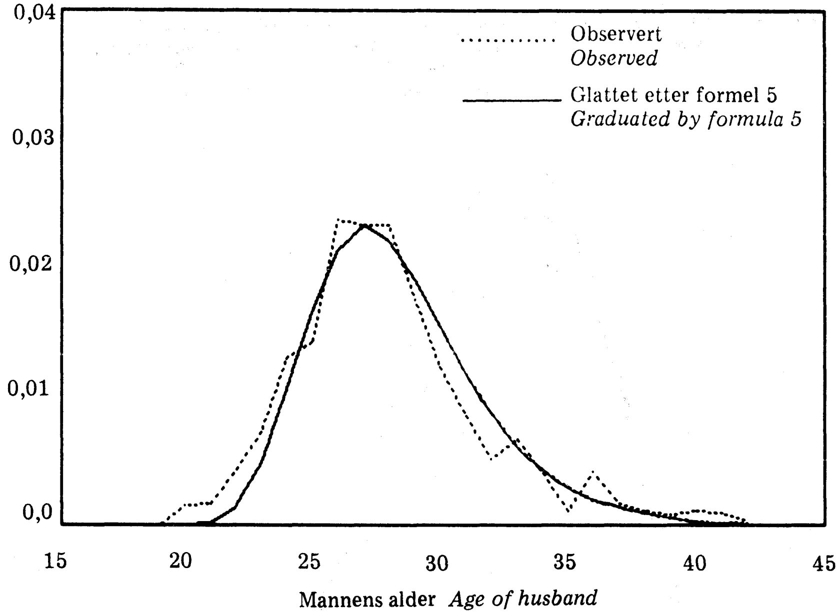
Figur 6. Rater for 1.gangs giftermål kvinner, etter mannens alder. Kvinner i alderen 18 år 1973 *First time female nuptiality rates, according to age of the husband. Females 18 years old in 1973*



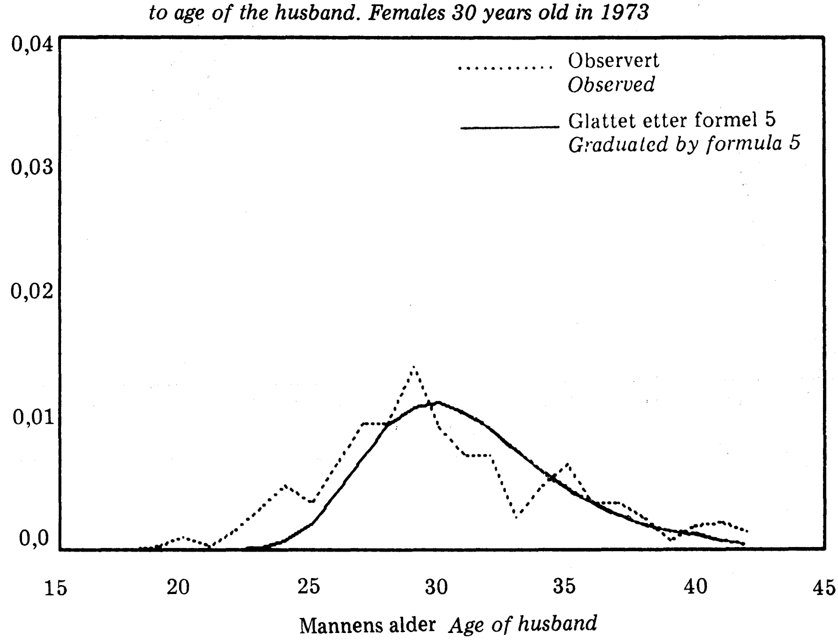
Figur 7. Rater for 1.gangs giftermål kvinner, etter mannens alder. Kvinner i alderen 22 år 1973 *First time female nuptiality rates, according to age of the husband. Females 22 years old in 1973*



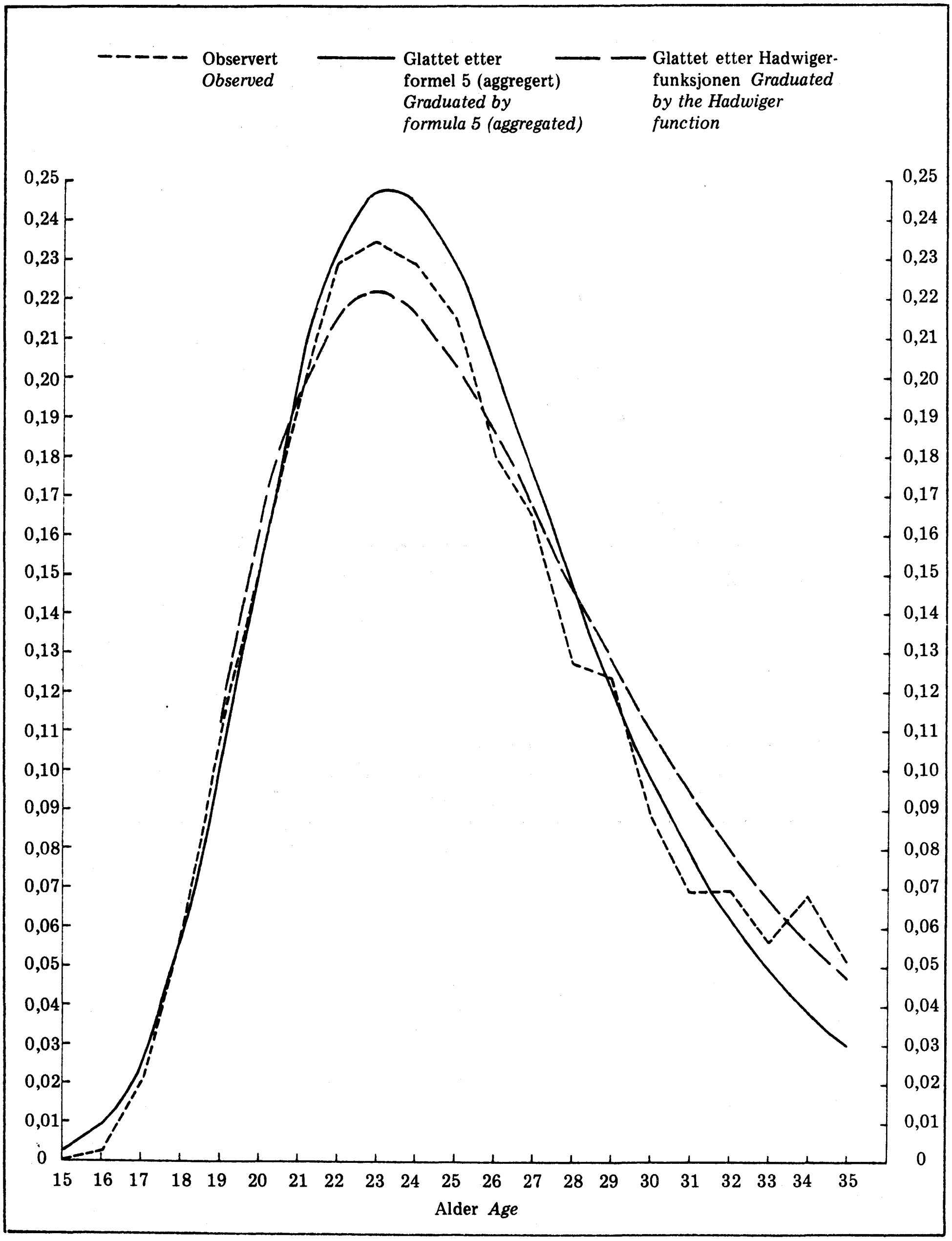
Figur 8. Rater for 1.gangs giftermål kvinner, etter mannens alder. Kvinner i alderen 27 år 1973 *First time female nuptiality rates, according to age of the husband. Females 27 years old in 1973*



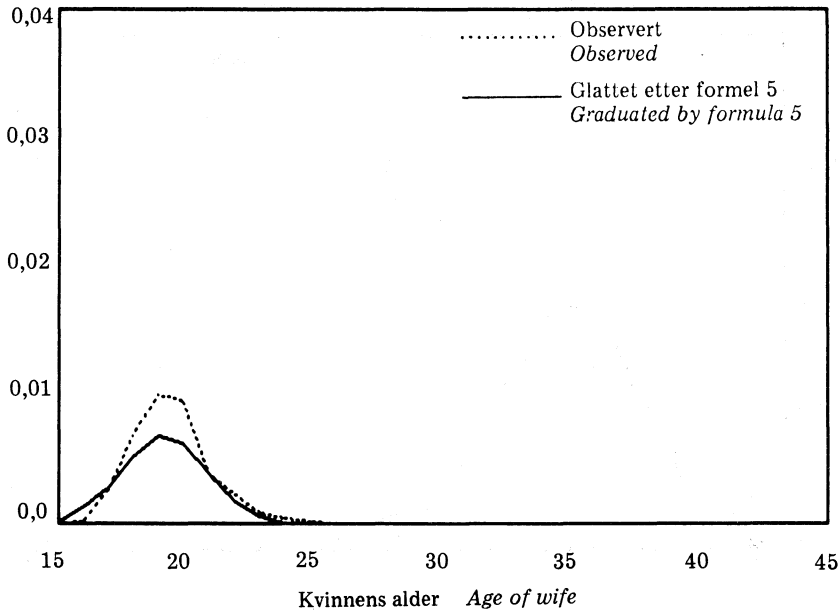
Figur 9. Rater for 1.gangs giftermål kvinner, etter mannens alder. Kvinner i alderen 30 år 1973 *First time female nuptiality rates, according to age of the husband. Females 30 years old in 1973*



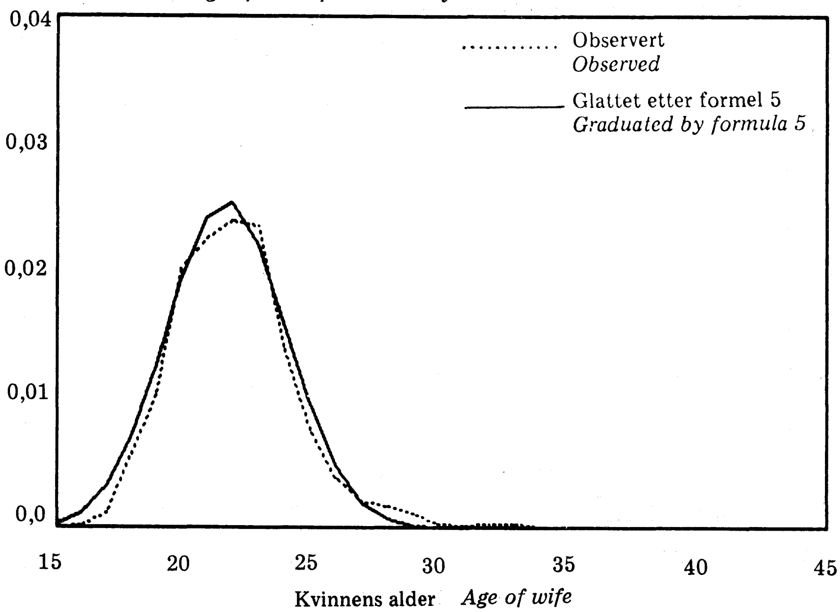
Figur 10. **Rater for 1.gangs giftermål etter alder. Kvinner. 1973. (Ratene er aggregert over mannens alder)**
First time female nuptiality rates, by age. 1973. (Aggregated over age of the husband)



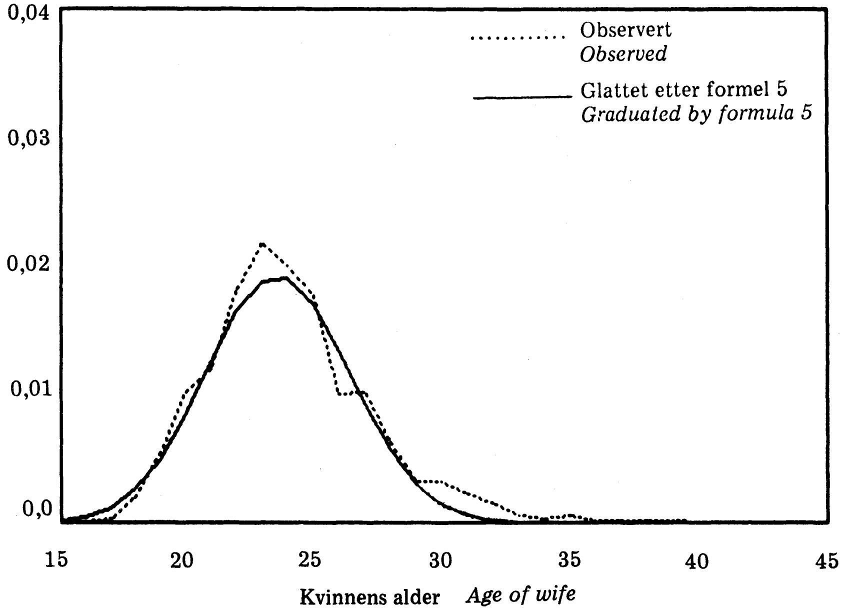
Figur 11. Rater for 1.gangs giftermål menn, etter kvinnens alder. Menn i alderen 20 år 1976 *First time male nuptiality rates, according to age of the wife. Males 20 years old in 1976*



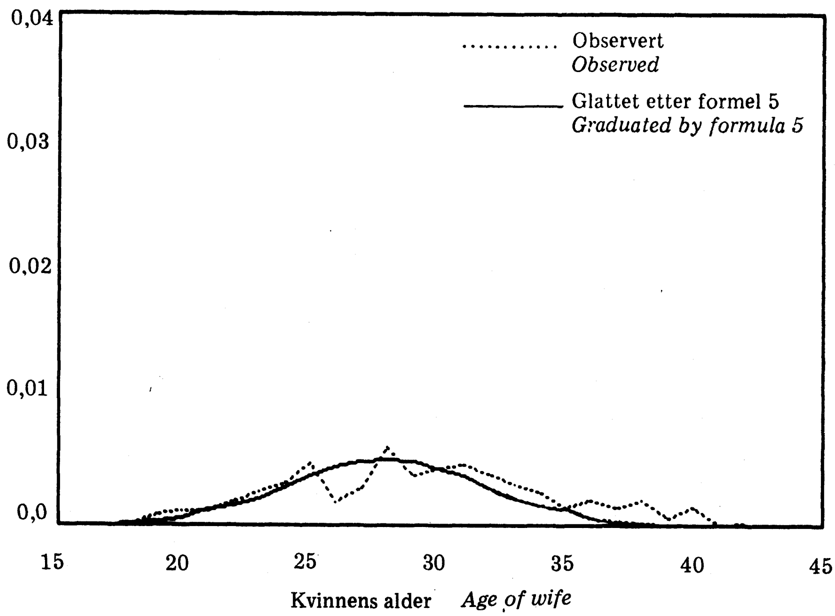
Figur 12. Rater for 1.gangs giftermål menn, etter kvinnens alder. Menn i alderen 24 år 1976 *First time male nuptiality rates, according to age of the wife. Males 24 years old in 1976*



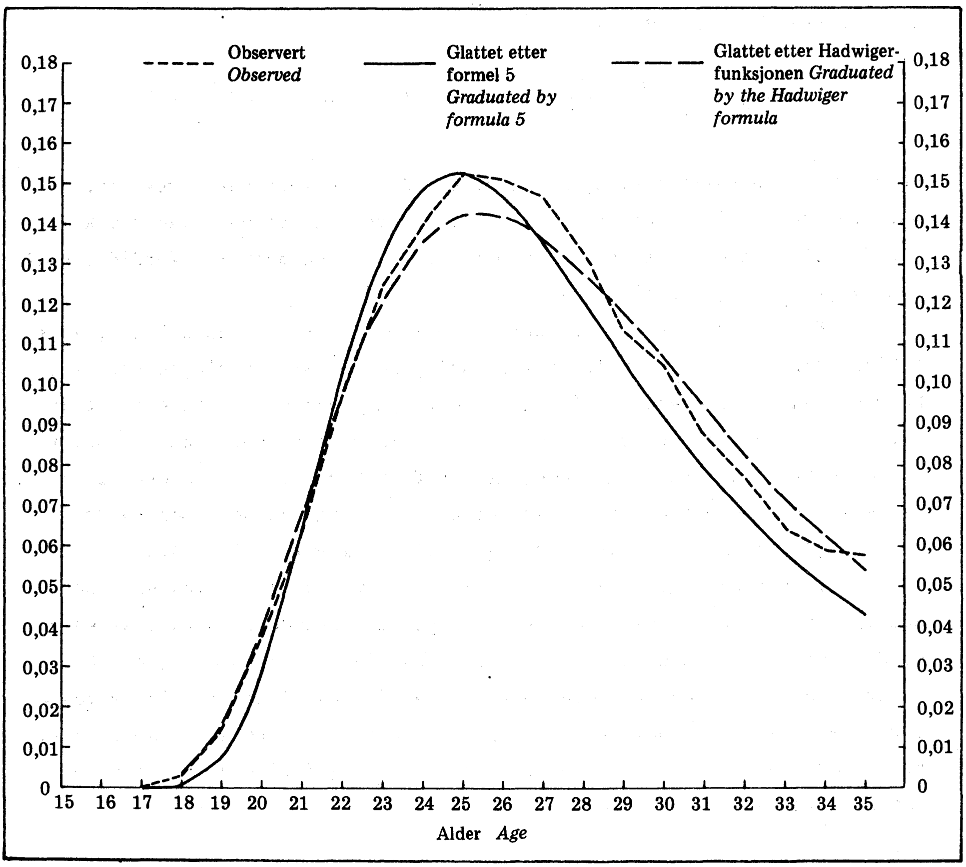
Figur 13. Rater for 1.gangs giftermål menn, etter kvinnens alder. Menn i alderen 27 år 1976 *First time male nuptiality rates, according to age of the wife. Males 27 years old in 1976*



Figur 14. Rater for 1.gangs giftermål menn, etter kvinnens alder. Menn i alderen 34 år 1976 *First time male nuptiality rates, according to age of the wife. Males 34 years old in 1976*



Figur 15. Rater for 1. gangs giftermål etter alder. Menn. 1976. (Ratene er aggregert over kvinnens alder)
First time male nuptiality rates, by age. 1976. (Aggregated over age of the wife)



På figurene over enkjønnsmarginalene (aggregert over partners alder) etter alder har vi tegnet inn den observerte kurven, den kurven vi får etter glatting av tokjønnsfunksjonen og dessuten en glatting utført med en enkjønns Hadwiger-funksjon :

$$\sum_y \hat{W}_t^s(x,y) = \frac{RH}{T\sqrt{\Pi}} \left(\frac{T}{x-U+T}\right)^{-\frac{3}{2}} \exp\left\{-H^2 \left(\frac{T}{x-U+T} + \frac{x-U+T}{T} - 2\right)\right\}$$

Denne er fireparametrisk, og har vist seg å passe godt for norske fruktbarhetsrater. Siden kurven for giftermålsrater har mange likhetspunkter med fruktbarhetskurvene, var Hadwiger-funksjonen en naturlig kandidat også ved glatting av giftermålsratene.

Vi ser at Hadwiger treffer bedre i de aller tidligste årene, mens tokjønnsglattingen ikke helt treffer svingradien før stigningen tar til. Hadwiger har en tendens til å ligge lavere enn tokjønnsglattingen i toppen. For kvinner 1973 ligger disse omtrent like langt fra toppen på den observerte kurven, mens tokjønnsfunksjonen treffer bedre i de to andre situasjonene. Hadwiger-funksjonen har bedre tilpasning for de høyere aldrene, hvor tokjønnsfunksjonen har en tendens til å ligge litt for lavt.

Totalt sett gir tokjønnsfunksjonen en vel så god tilpasning som Hadwiger-funksjonen. Dette er et noe oppsiktsvekkende resultat, siden en burde vente at en funksjon som skal tilpasse data i tre dimensjoner blir mindre fleksibel i den todimensjonale situasjonen. Dette motvirkes ved at parameterantallet er høyere, men a priori kunne en vente at en dobling av parameterantallet var noe lite for å få en like god tilpasning etter en ekstra dimensjon.

SUMMARY IN ENGLISH

In this article we present an analytic function of eight parameters which gave an acceptable fit, when applied to our data in graduating nuptiality rates for first time marriages where the ages of both spouses are used as variables.

Theory of graduating nuptiality rates

By graduation we understand the fitting of a graphically smooth curve to a set of empirical observations which are directly represented by a more erratic curve. The philosophy behind this smoothing might vary, and the methods of graduation will vary accordingly. Whatever the reasoning may be, graduation means that one is willing to derive from the observations a set of constructed values making a smooth curve, and then to divide each observed value into a graduated value and a residual.

A theory commonly used in graduating fertility rates (Keyfitz 1978) is to assume the observations to be realisations of a stochastic model where the probabilities lie along the smoothed curve. By assuming the structure of the graduated curve to be known, the stochastic nature of the observations and the estimators of the curve parameters may be developed (Hoem 1972).

An alternative theoretical framework is to look at the analytically graduated curve only as a summary description of the observations. In this way, a limited number of parameters give the main characteristics of a large number of empirical observations, and thereby facilitate presentation and the analysis of explanatory factors. In this approach it is not necessary to make specific assumptions, except that the analytic form for graduation must be applicable in the whole time span covered by the analysis.

Graduation means to neglect some parts of the variation in the observations, and to make explicit other parts of the variation. The choice of graduating method will determine what variations is to be studied, and this selection may therefore depend on the use which the result are to serve. The choice of analytic graduation in this study is made mainly for the purpose of representing the material with a limited number of parameters. In making this choice, some structural characteristics of the curves may be suppressed which can not properly be interpreted as stochastic variation. If the use were e.g. projection for specific age groups, skewnesses which may be introduced in this way would be more serious.

Two-sex nuptiality functions

Marriage is a joint venture, involving two parts, and the number of marriages specified by the age of both spouses may be described as a function of the vectors of unmarried population by age for each sex. This means that for each sex the age specific nuptiality rate is a function of these complete stock vectors of both sexes (Mønnesland 1976).

The search for a functional form for such a marriage function has so far been of limited success (Pollard 1977, Parlett 1972). To be useful, such a form must be commom for all ages of both sexes, and it has been difficult to specify a function that conform to a priori knowledge and at the same time is mathematically convenient (Pollard 1977, McFarland 1972).

In stead of trying to construct such a general two-sex function, we have chosen to establish a function for the nuptiality rates for each sex separately, but taking the age of the spouse into account in the function. This means that for each sex we establish a matrix of nuptiality rates where the age of the two sexes define the rows and columns of the matrix. In this way we get a more realistic model than when ordinary nuptiality rates for one sex are used without accounting for the age of the mate. This model will normally give inconsistent results when used for each sex separately outside the observation period. However, the inconsistensies are not easily identified when we only study first time marriages.

Graduation nuptiality rates where the ages of both spouses are used as variables

So far graduation of demographic rates in Norway has only been applied to one-sex rates. Much work have been done in graduating fertility rates, by the use of Hadwiger and Gamma functions (Hoem & Berge 1975). In Sweden graduating has also been done with spline functions (Rennermalm & Arvidsson 1977). In the international litterature we also find graduation of aggregated nuptiality rates by double exponential functions (Coale & McNeil 1972).

In two-sex graduation we have one more dimention and therefore we need a three-dimentional function. To get the same goodness of fit to the observations we need a greater number of parameters than in the one-sex case. Observations of this goodness of fit, e.g. kvadratic deviation and multipple correlation, will not be comparable with results from one-sex-situations.

The graduations presented here are applied to rates of first time marriages for each sex separately, taking into account the ages of both spouses. The data are Norwegian figures for the years 1973 and 1976 (Statistisk Sentralbyrå, 1978 and unpublished material). We have used an iteration procedure to obtain ordinary least square estimators, and stopped the iterative process when the improvements were ignorable. The tested functional forms are presented in the table at page 15, where x is the age of the groom and y the age of the bride. R^2 is the multipple correlation coeffisient, the column s give the sex and t the year of the observation material (f = female, m = male). Notice that we use the same definition of x and y in graduating the female rates as in graduating the male rates. The assymetric form of the formulas in x and y are due to the assymetric nuptiality pattern between the sexes making the bridegrooms age normally exceed the age of the bride.

There were significant improvements in each step when the functional form was changed successively from case 1 up to case 5. The improvements in moving to case 6 and 7 were so small that the increased numbers of parameters were not justified. We therefore used formula 5 in the detailed presentation of results.

Results of the graduation

A complete table of observed and graduated rates for females in 1976 is given as an annex. The estimated parameters are tabulated at page 16 (kvinner = females, menn = males). The main characteristics of the results appear in the figures. They show a fit which follow the form of the observation curve to a great extent, and in general the deviations vary among the three different observation sets. However, there also appears to be some systematic deviations.

The most obvious systematic feature is that the graduated curve declines too fast at the end of the active period. There seems to be a problem to fit the top of the curves, but here the deviations may take both directions. Therefore the problem is not systematic deviation, but a lack in flexibility of the graduated curve. These shortcomings may become serious when aggregated numbers are calculated and when small changes in these numbers are the object of study.

After aggregating over the age of the spouse, the marginal curves are drawn together with one-sex curves constructed by Hadwiger graduation (figures 5, 10 and 15). The marginal two-sex graduated curve seems to be better for most parts of the curves than Hadwiger graduation. The exception is in the first ages of the period where the two-sex graduated curve lies a bit too high. The conclusion that two-sex graduation turns out better than Hadwiger is a bit suprising since one should expect that adding a dimension would require more than doubling the number of parameters in order to obtain the same goodness of fit in the marginal case.

Rater for 1. gangs giftermål kvinner, etter begge ektefellenes alder. 1976. Observert og glattet etter likning nr. 5
First time female nuptiality rates, according to age of both spouses. 1976. Observed and graduated by equation no. 5

Kvinnens alder *Age of female*		Mannens alder *Age of males*										
		15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
15	glattet *graduated*	0	0	0,0001	0,0002	0,0004	0,0005	0,0005	0,0004	0,0003	0,0002	0,0001
	observert *observed*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	glattet	0	0	0,0001	0,0005	0,0011	0,0015	0,0015	0,0012	0,0009	0,0006	0,0003
	observert	0	0	0	0,0001	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0001	0,0001	0,0001
17	glattet	0	0	0,0002	0,0010	0,0024	0,0035	0,0038	0,0033	0,0025	0,0017	0,0010
	observert	0	0	0,0002	0,0007	0,0023	0,0028	0,0023	0,0016	0,0013	0,0008	0,0006
18	glattet	0	0	0,0002	0,0013	0,0038	0,0065	0,0079	0,0074	0,0058	0,0041	0,0026
	observert	0	0	0,0001	0,0010	0,0039	0,0073	0,0074	0,0060	0,0052	0,0037	0,0028
19	glattet	0	0	0,0001	0,0012	0,0045	0,0093	0,0127	0,0133	0,0113	0,0084	0,0057
	observert	0	0	0	0,0007	0,0052	0,0113	0,0124	0,0138	0,0116	0,0073	0,0048
20	glattet	0	0	0,0001	0,0008	0,0039	0,0101	0,0164	0,0194	0,0184	0,0148	0,0106
	observert	0	0	0	0,0003	0,0027	0,0120	0,0195	0,0215	0,0197	0,0160	0,0119
21	glattet	0	0	0	0,0004	0,0025	0,0084	0,0166	0,0231	0,0247	0,0219	0,0170
	observert	0	0	0	0,0003	0,0010	0,0060	0,0189	0,0261	0,0262	0,0216	0,0180
22	glattet	0	0	0	0,0001	0,0012	0,0053	0,0134	0,0223	0,0275	0,0275	0,0235
	observert	0	0	0	0	0,0012	0,0045	0,0103	0,0243	0,0301	0,0277	0,0229
23	glattet	0	0	0	0	0,0004	0,0026	0,0085	0,0174	0,0255	0,0291	0,0277
	observert	0	0	0	0	0,0005	0,0019	0,0068	0,0146	0,0279	0,0339	0,0276
24	glattet	0	0	0	0	0,0001	0,0010	0,0043	0,0111	0,0196	0,0261	0,0282
	observert	0	0	0	0	0,0007	0,0013	0,0033	0,0088	0,0186	0,0266	0,0280

Rater for 1. gangs giftermål kvinner, etter begge ektefellenes alder. 1976. Observert og glattet etter likning nr. 5 (forts.) *First time female nuptiality rates, according to age of both spouses. 1976. Observed and graduated by equation no. 5 (cont.)*

Kvinnens alder		Mannens alder										
		26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
15	glattet	0,0001	0									
	observert	0	0									
16	glattet	0,0002	0,0001	0,0001	0							
	observert	0,0001	0	0	0							
17	glattet	0,0006	0,0004	0,0002	0,0001	0,0001	0					
	observert	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0	0					
18	glattet	0,0016	0,0009	0,0005	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0	0	0	0
	observert	0,0014	0,0009	0,0005	0,0004	0,0003	0,0002	0	0	0,0001	0,0002	0
19	glattet	0,0036	0,0021	0,0012	0,0007	0,0004	0,0002	0,0001	0,0001	0	0	0
	observert	0,0039	0,0024	0,0018	0,0012	0,0007	0,0006	0,0003	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
20	glattet	0,0070	0,0044	0,0026	0,0015	0,0009	0,0005	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0
	observert	0,0066	0,0049	0,0035	0,0020	0,0020	0,0010	0,0007	0,0005	0,0005	0,0002	0,0001
21	glattet	0,0120	0,0079	0,0049	0,0030	0,0017	0,0010	0,0006	0,0003	0,0001	0,0001	0,0001
	observert	0,0111	0,0070	0,0067	0,0032	0,0028	0,0015	0,0009	0,0008	0,0004	0,0005	0,0002
22	glattet	0,0178	0,0125	0,0082	0,0051	0,0031	0,0019	0,0011	0,0006	0,0004	0,0002	0,0001
	observert	0,0144	0,0123	0,0082	0,0060	0,0033	0,0025	0,0023	0,0010	0,0005	0,0005	0,0007
23	glattet	0,0231	0,0174	0,0121	0,0080	0,0051	0,0032	0,0019	0,0012	0,0007	0,0004	0,0002
	observert	0,0250	0,0183	0,0120	0,0078	0,0060	0,0039	0,0019	0,0019	0,0010	0,0010	0,0007
24	glattet	0,0260	0,0213	0,0160	0,0113	0,0075	0,0049	0,0031	0,0019	0,0012	0,0007	0,0004
	observert	0,0289	0,0213	0,0166	0,0097	0,0078	0,0041	0,0026	0,0020	0,0014	0,0021	0,0010

Rater for 1. gangs giftermål kvinner, etter begge ektefellenes alder. 1976. Observert og glattet etter likning nr. 5 (forts.) *First time female nuptiality rates, according to age of both spouses. 1976. Observed and graduated by equation no. 5 (cont.)*

Kvinnens alder		Mannens alder										
		37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
15												
16												
17												
18												
19	glattet	0	0									
	observert	0,0001	0									
20	glattet	0	0	0	0	0						
	observert	0,0001	0,0001	0	0,0001	0						
21	glattet	0	0	0	0	0	0					
	observert	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0					
22	glattet	0,0001	0	0	0	0	0	0				
	observert	0,0004	0,0005	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0				
23	glattet	0,0001	0,0001	0,0001	0	0	0	0	0			
	observert	0,0004	0,0002	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001			
24	glattet	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0	0	0	0			
	observert	0,0006	0,0006	0,0006	0,0003	0,0002	0,0004	0,0001	0			

Rater for 1. gangs giftermål kvinner, etter begge ektefellenes alder. 1976. Observert og glattet etter likning nr. 5 (forts.) *First time female nuptiality rates, according to age of both spouses. 1976. Observed and graduated by equation no. 5 (cont.)*

Kvinnens alder		Mannens alder										
		15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
25	glattet	0	0	0	0	0	0,0003	0,0017	0,0057	0,0125	0,0198	0,0246
	observert	0	0	0	0,0003	0	0,0009	0,0025	0,0069	0,0115	0,0178	0,0250
26	glattet	0	0	0	0	0	0,0001	0,0005	0,0024	0,0066	0,0126	0,0184
	observert	0	0	0	0	0,0003	0,0011	0,0009	0,0043	0,0068	0,0108	0,0168
27	glattet	0	0	0	0	0	0	0,0001	0,0008	0,0029	0,0068	0,0118
	observert	0	0	0	0	0	0,0010	0,0008	0,0027	0,0049	0,0074	0,0121
28	glattet	0	0	0	0	0	0	0	0,0002	0,0011	0,0031	0,0065
	observert	0	0	0	0	0	0,0014	0,0011	0,0023	0,0043	0,0055	0,0073
29	glattet	0	0	0	0	0	0	0	0,0001	0,0003	0,0012	0,0031
	observert	0	0	0	0	0	0,0013	0,0008	0,0010	0,0021	0,0034	0,0039
30	glattet	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0001	0,0004	0,0013
	observert	0	0	0	0	0,0003	0,0003	0	0,0011	0,0011	0,0014	0,0045
31	glattet	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0001	0,0004
	observert	0	0	0	0	0	0	0	0,0007	0,0011	0,0007	0,0011
32	glattet	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0001
	observert	0	0	0	0	0	0,0004	0	0,0004	0,0008	0,0016	0,0008
33	glattet	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	observert	0	0	0	0	0	0,0005	0	0,0005	0,0005	0,0019	0,0010
34	glattet	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	observert	0	0	0	0	0	0,0006	0	0	0	0,0006	0,0022

Rater for 1. gangs giftermål kvinner, etter begge ektefellenes alder. 1976. Observert og glattet etter likning nr. 5 (forts.) *First time female nuptiality rates, according to age of both spouses. 1976. Observed and graduated by equation no. 5 (cont.)*

Kvinnens alder		Mannens alder										
		26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
25	glattet	0,0255	0,0231	0,0188	0,0142	0,0101	0,0068	0,0045	0,0029	0,0018	0,0011	0,0007
	observert	0,0257	0,0251	0,0162	0,0146	0,0106	0,0071	0,0040	0,0039	0,0027	0,0009	0,0008
26	glattet	0,0218	0,0220	0,0197	0,0160	0,0121	0,0087	0,0060	0,0040	0,0026	0,0017	0,0011
	observert	0,0208	0,0165	0,0192	0,0143	0,0122	0,0068	0,0046	0,0040	0,0017	0,0024	0,0006
27	glattet	0,0162	0,0185	0,0183	0,0163	0,0133	0,0102	0,0074	0,0052	0,0035	0,0023	0,0015
	observert	0,0169	0,0193	0,0191	0,0158	0,0142	0,0109	0,0060	0,0039	0,0025	0,0035	0,0040
28	glattet	0,0105	0,0136	0,0151	0,0148	0,0131	0,0108	0,0083	0,0062	0,0044	0,0030	0,0021
	observert	0,0098	0,0151	0,0142	0,0105	0,0133	0,0098	0,0085	0,0043	0,0057	0,0050	0,0030
29	glattet	0,0059	0,0089	0,0111	0,0121	0,0118	0,0105	0,0087	0,0068	0,0051	0,0037	0,0026
	observert	0,0083	0,0070	0,0122	0,0143	0,0122	0,0091	0,0068	0,0042	0,0031	0,0031	0,0016
30	glattet	0,0029	0,0051	0,0073	0,0089	0,0095	0,0092	0,0082	0,0069	0,0054	0,0041	0,0030
	observert	0,0037	0,0074	0,0088	0,0085	0,0111	0,0085	0,0128	0,0063	0,0048	0,0037	0,0026
31	glattet	0,0012	0,0026	0,0043	0,0059	0,0070	0,0074	0,0072	0,0064	0,0054	0,0043	0,0033
	observert	0,0025	0,0053	0,0042	0,0074	0,0116	0,0056	0,0074	0,0053	0,0063	0,0039	0,0039
32	glattet	0,0005	0,0011	0,0022	0,0035	0,0047	0,0055	0,0057	0,0055	0,0050	0,0042	0,0034
	observert	0,0016	0,0028	0,0024	0,0036	0,0060	0,0069	0,0040	0,0073	0,0048	0,0069	0,0024
33	glattet	0,0001	0,0004	0,0010	0,0019	0,0028	0,0036	0,0042	0,0044	0,0043	0,0039	0,0033
	observert	0,0010	0,0019	0,0019	0,0029	0,0034	0,0029	0,0048	0,0034	0,0048	0,0024	0,0024
34	glattet	0	0,0002	0,0004	0,0009	0,0015	0,0022	0,0028	0,0032	0,0034	0,0033	0,0030
	observert	0,0011	0,0011	0,0033	0,0006	0,0022	0,0022	0,0033	0,0033	0,0022	0,0017	0,0044

Rater for 1. gangs giftermål kvinner, etter begge ektefellenes alder. 1976. Observert og glattet etter likning nr. 5 (forts.) *First time female nuptiality rates, according to age of both spouses. 1976. Observed and graduated by equation no. 5 (cont.)*

Kvinnens alder		Mannens alder										
		37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
25	glattet	0,0004	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0	0	0			
	observert	0,0012	0,0009	0,0006	0,0006	0,0003	0,0003	0,0004	0,0001			
26	glattet	0,0007	0,0004	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0	0			
	observert	0,0011	0,0008	0,0005	0,0003	0,0008	0,0005	0,0003	0,0003			
27	glattet	0,0010	0,0006	0,0004	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0			
	observert	0,0014	0,0016	0,0012	0,0006	0,0014	0,0004	0,0004	0			
28	glattet	0,0014	0,0009	0,0006	0,0004	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001			
	observert	0,0034	0,0014	0,0021	0,0009	0,0009	0,0007	0,0003	0,0003			
29	glattet	0,0018	0,0012	0,0008	0,0005	0,0004	0,0002	0,0002	0,0001			
	observert	0,0023	0,0018	0,0021	0,0013	0,0008	0	0,0008	0,0010			
30	glattet	0,0022	0,0015	0,0011	0,0007	0,0005	0,0003	0,0002	0,0002			
	observert	0,0034	0,0026	0,0017	0,0028	0,0014	0,0006	0,0009	0,0006			
31	glattet	0,0025	0,0018	0,0013	0,0009	0,0006	0,0004	0,0003	0,0002			
	observert	0,0021	0,0032	0,0014	0,0025	0,0011	0,0007	0,0011	0,0007			
32	glattet	0,0027	0,0021	0,0015	0,0011	0,0008	0,0006	0,0004	0,0003			
	observert	0,0020	0,0032	0,0036	0,0024	0,0004	0,0016	0,0008	0,0004			
33	glattet	0,0027	0,0022	0,0017	0,0013	0,0009	0,0007	0,0005	0,0004			
	observert	0,0048	0,0019	0,0039	0,0019	0,0015	0,0029	0,0019	0			
34	glattet	0,0026	0,0022	0,0017	0,0014	0,0010	0,0008	0,0006	0,0004			
	observert	0,0022	0,0022	0,0017	0,0011	0,0017	0,0050	0,0022	0,0006			

LITTERATUR
REFERENCES

Coale, A.J. og D.R. McNeil (1972): The Distribution by Age of the Frequency of First Marriage in a Female Cohort. Journal of the American Statistical Association.

Greville, T.N.E. (ed) (1972): Population Dynamics. New York.

Hoem, J.M. (1972): On the Statistical Theory of Analytic Graduation. Proceedings of the sixth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. Utgitt som Artikkel 49 fra Statistisk Sentralbyrå.

Hoem, J.M. og E. Berge (1975): Some Problems in Hadwiger Fertility Graduation. Scandinavian Actuarial Journal. Trykt i Artikkel 86 fra Statistisk Sentralbyrå: Four Papers on the Analytic Graduation of Fertility Curves, 1976.

Keyfitz, N. (1968): Introduction to the Mathematics of Population. Reading, Mass.

McFarland, D.D. (1972): Comparison of alternative marriage models, i Greville (1972).

Mønnesland, J. (1976): Inngåelse og oppløsning av ekteskap: metoder til beskrivelse og årsaksanalyse. Metodehefte 17. Arbeidsnotat IO 76/13 Statistisk Sentralbyrå, Oslo.

Parlett, B. (1972): Can there be a marriage function?, i Greville (1972).

Pollard, J.H. (1977): The continuing attempt to incorporate both sexes into marriage analysis. International Population Conference, Mexico.

Rennermalm, B. og A. Arvidsson (1977): Utjämning av svenska fruktsamhetskurvor 1968-1973 med kubiska splinefunktioner. Statistisk tidskrift.

Statistisk Sentralbyrå, (1978): Utviklingen i giftermål og dødsfall 1911-1976. SA 35. Oslo.

Utkommet i serien ART

Issued in the series Articles from the Central Bureau of Statistics (ART)

Nr. 109 Inger Gabrielsen: Direkte skatter og stønader Historisk oversikt over satser m.v. årene fram til 1978 *Direct Taxes and Government Transfers Rates etc.* 1978 41 s. kr 9,00 ISBN 82-537-0863-7

" 110 Petter Koren: Etterspørselen etter energi i tjenesteytende næringer *The Demand for Energy by Trade and Service Industries* 1978 50 s. kr 11,00 ISBN 82-537-0866-1

" 111 Jon Blaalid og Øystein Olsen: Etterspørsel etter energi En litteraturstudie *The Demand for Energy A Survey* 1978 76 s. kr 11,00 ISBN 82-537-0892-0

" 112 Inger Gabrielsen: Aktuelle skattetall 1978 *Current Tax Data* 1978 55 s. kr 9,00 ISBN 82-537-0896-3

" 113 Gunvor Iversen: Skiftarbeid *Shift Work* 1979 72 s. kr 11,00 ISBN 82-537-0915-3

" 114 Vidar Christiansen og Eilev S. Jansen: Implicit Social Preferences in the Norwegian System of Indirect Taxation *Implisitte velferdsvurderinger i det norske systemet av indirekte skatter* 1979 36 s. kr 9,00 ISBN 82-537-0935-8

" 116 Helge Brunborg: Cohabitation without Marriage in Norway *Samliv uten vigsel i Norge* 1979 30 s. kr 9,00 ISBN 82-537-0955-2

" 117 Odd Aukrust: Econometric Methods in Short-term Planning: the Norwegian Lesson *Økonometriske metoder i korttidsplanleggingen: Erfaringer fra Norge* 1979 84 s. kr 9,00 ISBN 82-537-0963-3

" 118 Lorents Lorentsen, Steinar Strøm og Lars Erik Østby: Virkninger på norsk økonomi av en pause i den videre kraftutbygging *Impacts on the Norwegian Economy of a Temporary Halt in the Growth of Electricity Supply* 1979 36 s. kr 9,00 ISBN 82-537-0984-6

" 119 Jan Mønnesland: Analytisk glatting av rater for første gangs giftermål *Analytic Graduation of First Time Nuptiality Rates* 1979 38 s. kr 9,00 ISBN 82-537-1008-9

Fullstendig oversikt over tidligere nummer av serien Artikler finnes i nr. 111.

Publikasjonen utgis i kommisjon hos
H. Aschehoug & Co. og Universitetsforlaget, Oslo,
og er til salgs hos alle bokhandlere
Pris kr 9,00

Omslag trykt hos Grøndahl & Søn Trykkeri, Oslo

ISBN 82-537-1008-9