

# Interne notater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

IN 81/11

18. mars 1981

KORTTIDSPRODUKTFUNKSJONER  
FOR  
NORSK ALUMINIUMSINDUSTRI  
1966 - 1978

av

Kjell Rosanoff

## INNHold

	Side
I. Innledning .....	1
II. Kort beskrivelse av produksjonen av aluminium .....	1
III. Datagrunnlaget for analysen .....	3
Produsert mengde og implisitt produktpris .....	3
Arbeidskraft .....	4
Energi .....	6
Råvareinnsats .....	7
Produksjonskapasitet .....	7
Realkapital .....	8
IV. Om korttidsmakroproduktfunksjonen .....	10
Konstruksjon av makroproduktfunksjonen .....	11
En algoritme for etablering av funksjonen .....	13
Andre egenskaper ved funksjonen .....	17
V. Empiriske resultater .....	19
Data .....	19
Beskrivelse av teknisk struktur i næringen .....	20
Arbeidskraft .....	20
Energi .....	24
Kapasitetsfordelingen .....	24

## I. INNLEDNING

Formålet med denne analysen er å studere teknologiske og strukturelle endringer i norsk aluminiumsindustri i åra 1966 - 1978.

Dette vil bli gjort ved å konstruere korttidsproduktfunksjoner for industrien for de enkelte år, og så analysere endringene i disse funksjonene. Bakgrunnsdata for konstruksjonene vil hovedsaklig være aluminiumsverkenes oppgaver til industristatistikken.

Analysen er del av et samarbeidsprosjekt mellom Statistisk Sentralbyrå og Sosialøkonomisk institutt, under ledelse av forsker Eilev S. Jansen og dosent Finn R. Førsum. Prosjektet tar sikte på å estimere frontproduktfunksjoner for utvalgte energitunge industrisektorer.

Analysen gir en kort beskrivelse av produksjonen av aluminium.

Derneft følger ett kapittel om konstruksjon av data. Dette kapitlet inneholder også data som faller utenfor det som er interessant i denne analysen, men som er nødvendig i det videre arbeid med prosjektet.

I kapittel 4 presenteres teorien for konstruksjon av korttidsproduktfunksjonen på sektornivå, og den metode vi har brukt for å konstruere funksjonen. Til slutt presenteres de empiriske resultater og en analyse av disse.

## II. Kort beskrivelse av produksjon av aluminium<sup>1)</sup>

I hovedtrekk foregår produksjonen av aluminium på samme måte i de ulike aluminiumsverkene i Norge. Selve utfellingen av aluminiumet finner sted i en elektrolyse - den såkalte Hall-Heroult prosessen. Flytende aluminium fungerer som katode. Horisontalt over katoden anbringes Karbon-anoder. Karbon-anodene konsumeres i løpet av prosessen, og må stadig fornyes. Elektrolysen foregår i en smelteovn av stål som er foret med kullblokker i sidene og karbonblokker dekt med flere lag isolerstein i bunnen. Ovnkassene må skiftes ut om lag hvert 4. år.

Det viktigste råstoffet for elektrolysen er aluminiumsoksyd. Norske produsenter baserer seg hovedsaklig på oksyd fra land rundt det Karibiske hav. Aluminiumsoksyd er også ett av råstoffene ved framstilling av de såkalte flussmidlene; kryolitt og aluminiumsfluorid, som elektrolytten er bygget opp av. Aluminiumsoksyd løses opp i denne elektrolytten. Ved elektrolysen felles så rent aluminium ut på katoden, mens det dannes karbonoksyder på anoden. Vanlig badtemperatur under denne prosessen er 960 - 980°C.

Til elektrolysen går det med store mengder elektrisk kraft. I følge Johansen og Thonstad (1979) går det med mellom 15 000 og 18 000 KWh pr. tonn aluminium. Aluminiumsverkene får en stor del av den nødvendige krafttilgangen fra egne kraftverk eller gjennom langsiktige kontrakter med statskraftverkene og andre kraftprodusenter. I begge tilfeller betaler verkene en pris for kraften som ligger godt under den pris som betales for elektrisk kraft til andre anvendelser.

Råmaterialet til karbonanodene er en blanding av koks og bek som må brennes før bruk. Brenningen kan skje separat i en anodefabrikk, og vi taler da om forbrente anoder, eller den kan skje i selve elektrolyseovnen, da er det snakk om Søderberganoder. Forbrente anoder skiftes ut omtrent hver 3. uke, Søderberganoder må stadig tilføres ny anodemasse.

Med ett unntak har alle norske verk egen anodemassefabrikk. Bruk av forbrente anoder gir lavest anode- og energiforbruk. Særlig på grunn av store kostnader til brennovn til anodebrenning er et ovnssystem med forbrente anoder mest kapitalintensivt. Arbeidsmiljøet er gjennomgående dårligst i Søderberghaller, først og fremst på grunn av tjæreavrykning og noe mer støv. En ny teknologi utarbeidet i det japanske Sumitokonsernet har gitt ovner med Søderberg-anoder som drives med lavere energiforbruk og mer tilfredsstillende miljøforhold. Til nå har ingen norske verk tatt i bruk Sumitomoteknologi, men slik teknologi vurderes som et godt alternativ ved eksisterende planer om modernisering/utbygging (iflg. Svensen (1980)).

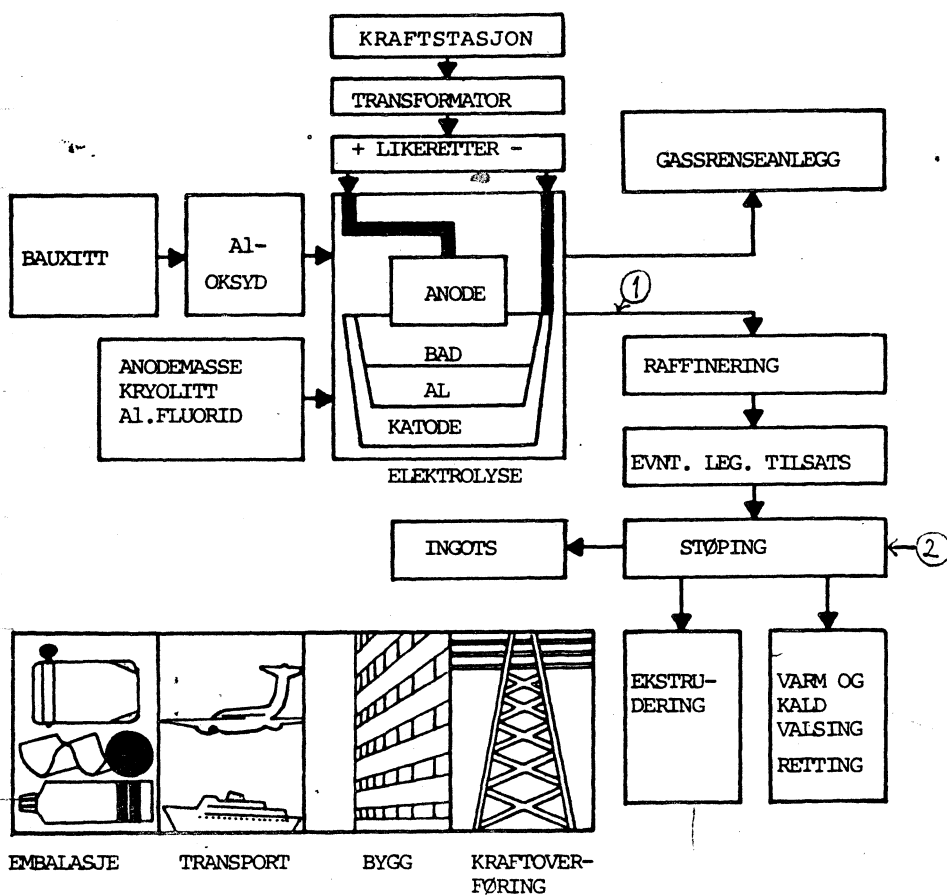
1) Dette avsnittet er for en stor del bygget på Johansen og Thonstad (1979).

Bare ett norsk verk er utelukkende basert på ovnsserier med forbrente anoder - mens vi i to andre verk finner ovnsserier av begge typer, i ulike utbygningstrinn.

Det flytende aluminiumet fra elektrolysen går videre til støping. I en del av verkene tilsettes en del av produksjonen her ulike legeringsmetaller. Tilsatsene er såvidt små at det ikke finner sted noen betydelig endring i volumet. Det produseres mange ulike legeringer. De viktigste tilsatsstoffene er magnesium, mangan, titan, kopper og silisium.

I støperiene foregår også noe gjenvinning av skrap-aluminium. Ved ett av verkene (to fra og med 1978) foregår dessuten en videre bearbeiding av metallet (både i legert og i ulegert form) til halvfabrikata som tråd, stenger og profiler. Dette skjer ved ekstrudering og valsing, og er relativt arbeidskraftkrevende.

I figur 1 finner vi en skjematisk illustrasjon av produksjonsprosessen.



Figur 1

Skissemessig framstilling av produksjonen av aluminium, hentet fra Johansen og Thonstad (1979).

### III. DATAGRUNNLAGET FOR ANALYSEN

Hovedkilden til de data analysen er bygget på er verkens årlige oppgaver til industristatistikken, fra og med 1966 til og med 1978. De skjemaene som anvendes til å innhente oppgaver til industristatistikken har gjennomgått flere forandringer i perioden. Endringer i næringsgrupperingene er ikke relevante for denne sektoren; det er entydig sammenheng mellom gammel og ny gruppering.

For alle år finner vi, trass i skjemaendringene, de fleste opplysninger vi har bruk for til analysen. En del opplysninger som vi ikke finner i industristatistikken er skaffet til veie ved direkte henvendelse til verkene. Vi har ved disse henvendelsene også søkt å få rettet opp uklarheter ved, og tilsynelatende feil i, industristatistikken.

Generelt er ikke alle oppgaver til industristatistikken like pålitelige. Noen bedrifter er mindre flinke enn andre til å gi spesifiserte og korrekte oppgaver. Dette kan skyldes unøyaktighet, dårlig oversikt over bedriftens disposisjoner, eller at Byrået spør etter opplysninger som bedriften selv ikke registrerer. En kan anta at dette ikke er noe stort problem hva aluminiumsverkene angår. De er store, veladministrerte enheter som (blant annet på grunn av sin størrelse) får sine oppgaver grundig revidert i Byrået. Men i noen grad vil vi nok også i denne sektoren kunne få forskjeller mellom bedriftene som snarere skyldes deres evne til å gi presise opplysninger til industristatistikken enn reelle ulikheter.

Analysen omfatter 9 aluminiumsverk. Ett av dem er lagt ned i perioden, to har startet produksjonen i perioden. Det har dessuten funnet sted større utvidelser ved flere verk.

#### Produsert mengde og implisitt produktpris

Som vi har sett i kapittel II produseres flere ulike aluminiumslegeringer og halvfabrikata ved aluminiumsverkene. I analysen ønsker vi å behandle ett homogent produkt. Det vil da være naturlig å ta utgangspunkt i ulegert primæraluminium uten legeringstilsatser av noe slag. Dette er ett produkt som uten videre kan sammenliknes fra verk til verk. Ideelt skulle vi betrakte som produkt det flytende aluminiumet fra elektrolysen (pil 1 i figur 1). Av praktiske grunner må vi imidlertid istedet betrakte det ferdig støpte metallet (pil 2 i figur 1). Årsaken er at 1) ikke er noe naturlig stoppunkt i produksjonsprosessen, og at vi dermed mangler de nødvendige informasjonen her.

Til industristatistikken oppgir verkene antall tonn ulegert primæraluminium til salg og til videre bearbeiding ved verkene (legering, valsing etc.). Summen av disse to postene gir oss verkets totale produksjon av ulegert primæraluminium, målt i tonn:

$$(1) \quad X = X_{US} + X_{UE}$$

der

$$X_{US} = \text{Volum ulegert primæraluminium til salg}$$

og

$$X_{UE} = \text{Volum ulegert primæraluminium til eget bruk.}$$

Dersom ulegert primæraluminium er eneste produkt ved verket kan også produksjonens verdi,  $Y$ , og dermed prisen pr. tonn,  $p$ , hentes direkte fra verkets oppgave til industristatistikken:

$$(2) \quad p = Y/X$$

Ved de fleste verkene produseres det imidlertid også legeringer, og ved noen foregår produksjon av halvfabrikata. Vi må da beregne verdien av den ulegerte produksjonen, ettersom verkens oppgave av "produserte varers salgsverdi" er en sum av salgsverdiene for såvel ulegert som leget, primært som sekundært (omseltet) metall. I noen tilfeller dekker den også noe salg av elektrodemasse.

En mulig framgangsmåte vil være å regne hele primærmøtallproduksjonen til den pris det ulegerte metallet omsettes for:

$$(3) \quad Y = \left(1 + \frac{X_{UE}}{X_{US}}\right) Y_U$$

der  $Y_U$  er salgsverdien av ulegert primæraluminium.

Til industristatistikken oppgis ofte legert og ulegert metall til samme pris, mens de i realiteten omsettes til noe ulik pris. Det kan derfor være grunn til å tro at  $Y_U$  for mange verks vedkommende er noe for høy og den oppgitte salgsverdien for legeringene noe for lav. Dette er en svakhet ved beregningsmåten (3).

Samtaler med representanter for verkene har videre avslørt at det enkelte år har funnet sted en større eller mindre produksjon av legeringer uten at dette er skilt ut i verkens oppgaver til industristatistikken. Alt er ført som ulegert primærmetall.

Vi vil derfor velge en annen beregningsmåte for verdien. Vi vil benytte summen av de oppgitte salgsverdiene for legert og ulegert metall, med fradrag for verdien av legeringstilsatsene<sup>1)</sup>.

For de verk som også har avdelinger for halvfabrikata må vi beregne verdien av det primæraluminiumet som går med i slik produksjon. Vi regner dette kvantumet til samme gjennomsnittspris som det metallet som selges uten videre bearbeiding.

Målet for produksjonsverdi blir altså:

$$(4) \quad Y = Y_U + Y_L + (X_{UE} - X_{LS}) \frac{Y_U + Y_L}{X_{US} + X_{LS}} - \sum_i l_i$$

der vi foruten de tidligere definerte symboler har:

$Y_L$  = salgsverdien av legert primæraluminium

$X_{LS}$  = Volum legert primæraluminium til salg

$l_i$  = Verdi av legeringsmetall i

Når vi, som her, har funnet ett uttrykk for verdien, kan vi beregne prisen ved hjelp av formel 2).

### Arbeidskraft

Vi har behov for et mål på innsatsen av arbeidskraft i produksjonen av primæraluminium, og for prisen på denne arbeidskraften.

Generelt vil det være arbeidskraft av mange slag sysselsatt ved en bedrift. Industristatistikken gir oss bare mulighet til ei grov inndeling i to hovedgrupper; arbeidere og funksjonærer. Det enkleste mål for arbeidsinnsatsen vil være totalt antall ansatte i gjennomsnitt over året (forutsatt at deltidsarbeid er lite utbredt). Ved å bruke dette målet tar vi ingen hensyn til kvalitative forskjeller innen arbeidsstokken. En vanlig antakelse i økonomisk teori er at produktivitetsforskjeller gir seg utslag i forskjellig lønn.

I Ringstad (1971) nyttes følgende formel for ved hjelp av lønnsutbetalingene til ulike grupper å få tatt hensyn til ulikheter i produktivitet:

$$(5) \quad N = \frac{h (W_1 + W_2)}{W_1} + 2n$$

der

$h$  = antall timeverk (i 1 000) utført av arbeidere

$W_1$  = lønnsutbetalinger til arbeidere

$W_2$  = lønnsutbetalinger til funksjonærer

$n$  = antall eiere og familiemedlemmer i hel stilling i bedriften

1) I følge dosent J. Thonstad, SINTEF/NTH (25/6-80) er prisforskjellen mellom ulegert metall og de ulike legeringene kostnadsorientert.

Ringstad betraktet alle bedrifter i bergverk og industri med mer enn 100 sysselsatte i 1963. I vår analyse som er begrenset til aluminiumsverkene, vil vi ha  $n=0$  for alle bedrifter, slik at vi kan sløyfe siste ledd i (5). (5) vil generelt kunne bli et bedre mål dersom vi hadde opplysninger om lønnsutbetalinger for snevrere grupper av sysselsatte (og arbeidstimer for minst en av gruppene).

I løpet av analyseperioden har funksjonærandelen av de sysselsatte ved aluminiumsverkene økt, mest tidlig i perioden. Mens andelen var 19,4 % i 1966, var den 23,8 % i 1978. Komponenten  $W_2/W_1$ , i formel 5) har imidlertid vært stabil rundt 0,38 - 0,39 etter i løpet av de 3-4 første år å ha steget fra 0,32.

I de verk som er deler av større foretak kan det være noe tilfeldig hvor de funksjonærer som ikke er direkte knyttet til produksjonen formelt er ansatt. Vi kan tenke oss funksjonærer av denne kategori ansatt ved

- det enkelte verk
- hovedverket, - dersom flere verk er tilknyttet samme foretak
- deler av foretaket som er skilt ut som "hjelpebedrift" i industristatistikken; foretaksadministrasjon, hovedkontor, salgskontor etc.

Det kan her være ulik praksis verkene i mellom. Dette kan føre til at vi får forskjeller i målet for innsatsen av arbeidskraft (målt ved (5)), uten at dette gjenspeiler reelle forskjeller. Isolert taler dette for å sløyfe funksjonærgruppen og nytte timeverk utført av arbeidere (h) som ett homogent mål for arbeidskraftinnsats.

Det er imidlertid andre momenter som taler for å ta funksjonærene med. I data registrerer vi for noen år og bedrifter en nedgang i antall arbeidere parallelt med en viss økning av funksjonærstaben, uten at dette forklares av endringer i produksjonsvolum. Forklaringen er trolig at ansatte som i ett år har vært ansatt som arbeidere, neste år er funksjonærer. Årsaken kan være uklarhet i hva som dekkes av begrepet "funksjonær". Det kan være flytende overganger her. Når vi tar i betraktning den store vekt funksjonærene har i formel (5) vil nok slike momenter telle tyngre enn at et relativt lite antall funksjonærer vil kunne være vilkårlig plassert i foretakene.

Vi velger derfor å bli stående ved formel (5) som mål på den fysiske innsatsen av arbeidskraft.

Som vi kan se av figur D vil en del av arbeidskraften ved verkene være beskjeftiget i virksomhet som ikke direkte angår produksjonen av ulegert aluminium. Dette vil gjelde følgende virksomheter:

- Produksjon av anodemasse.

Antallet sysselsatte i slik produksjon er svært beskjedent. Vi velger derfor å la sysselsettingen her inngå i målet for arbeidskraftinnsatsen. Våre data skiller nemlig ikke mellom arbeidskraft til ulike virksomheter innen bedriftene. Vi må imidlertid være oppmerksomme på dette når resultatene av analysen skal vurderes, i det vi kan få en svak tendens til for effektiv bruk av arbeidskraften i verk som kjøper anoder.

- Legering.

Den ekstra arbeidsinnsatsen som må til i forbindelse med tilsats av legeringsstoffer er helt ubetydelig. Flytende metall fra elektrolyseovnene må jo til støping uansett, og det er da bare selve tilsettingen som skiller arbeidsoperasjonene fra hverandre.

- Framstilling av halvfabrikata.

I forhold til produksjonsvolumet legger denne virksomheten beslag på relativt mye arbeidskraft. Det vil derfor være naturlig å utelukke arbeidsinnsatsen her fra målet for arbeidsinnsats i analysen. Opplysninger om sysselsettingen ved avdelinger for framstilling av halvfabrikata, er framskaffet ved henvendelse til de verk som har slike avdelinger.

Vi trenger videre en pris for arbeidskraft. Denne utgjøres av lønnsutgifter og sosiale utgifter delt på  $N$ , målt ved (5).

Som nevnt foran oppgis lønnsutgiftene ( $W_1$  og  $W_2$ ) til industristatistikken. De sosiale utgiftene er oppgitt fra og med 1970. For årene 1966 - 1969 må vi derfor beregne disse utgiftene. I 1966 var de sosiale utgiftene 150 prosent av medlemspremien til alderstrygd, forsørgerstrygd, uføretrygd og morstrygd. Fra 1. januar 1967 ble disse trygdene avløst av folketrygden. Bedriftenes bidrag var 7 prosent av lønnsutbetalingene. I 1968 ble prosenten hevet til 7,6 og i 1969 til 8,2. Dessuten ble det i alle år betalt arbeidsgivertilskott til syketrygd (75 prosent av medlemspremien) og til arbeidsløshetsstrygd (100 prosent av medlemspremien). Medlemspremiene ble beregnet som ett fast beløp pr. uke, uavhengig av inntektsklasse<sup>1)</sup>. Våre data gir oss ikke opplysninger om hvordan de ansatte fordeler seg på de ulike inntektsklasser. Som tilnærming vil vi benytte gjennomsnittslønn.

Vi kan nå anvende følgende formel:

$$S_i^{66} = 52 \cdot \sum_{j=1}^2 N_{ji}^{66} (1,5 \alpha_{ji}^{66} + a_{ji}^{66} + 0,75 s_{ji}^{66})$$

$$S_i^t = (W_{1i}^t + W_{2i}^t) f^t + 52 \sum_{j=1}^2 N_{ji}^t (a_{ji}^t + 0,75 s_{ji}^t) \quad t = 1967, 1968, 1969$$

der

$N_1$  = Sysselsatte arbeidere i gjennomsnitt over året

$N_2$  = Sysselsatte funksjonærer i gjennomsnitt over året

$\alpha$  = Medlemspremie pr. uke til alderstrygd m.m.

$a$  = Medlemspremie pr. uke til arbeidsløshetsstrygd

$s$  = Medlemspremie pr. uke til syketrygd

( $\alpha$ ,  $a$  og  $s$  vil variere mellom bedrifter og mellom ulike arbeidskraftkategorier avhengig av i hvilken inntektsgruppe gjennomsnittsinntekten faller).

$f$  = Arbeidsgiveravgift til folketrygden

Fotskrift  $i$  betyr bedrift og  $j$  betyr arbeidskraftskategori.

Som en kontroll på hvor gode resultater denne beregningsmetoden gir, har vi benyttet samme formel også for 1970 (da reglene var tilsvarende 1967 -69)<sup>2)</sup> og sammenliknet resultatene med de faktiske tallene i industristatistikken. Det viser seg at avvikene blir ubetydelige. Beregnet utgift over faktisk utgift antar verdier fra 1,019 til 1,035.

## Energi

Aluminium framstilles ved elektrolyse, ved Hall-Heroult prosessen som er beskrevet i kapittel II.

Elektrolysen drives med store mengder elektrisk kraft (likevektstrøm). Noe elektrisk kraft brukes også til ventilasjon, renseanlegg etc. (fabrikkstrøm). Elektrisk kraft er da også den helt dominerende energikilden i aluminiumsverkene.

Foruten den energi som går med i elektrolyse og elektrolysehall, får vi med i analysen også energiforbruket i anodemasseproduksjon (ca. 930 KWh/tonn anodekull<sup>3)</sup>) og i støperiene (både olje og elektrisk kraft).

1) Alle opplysninger om tall, klasseinndelinger og regler er hentet fra Statistisk Sentralbyrå (1975 a).  
2) Satser og inntektsklasser for 1970 er hentet fra Statistisk Sentralbyrå (1975 b). 3) Kilde: Johansen og Thonstad (1979).

Våre datakilder gir oss ingen mulighet til å splitte opp energiforbruket etter anvendelse.

Det er betydelige relative forskjeller verkene i mellom hva oljeforbruket angår. Dette peker i retning av visse substitusjonsmuligheter mellom olje og elektrisk kraft til endel anvendelser.

Til industristatistikken oppgis forbruket av elektrisk kraft målt i tusen kWh og i verdi. Til og med 1976 ble det skilt mellom leid kraft og kraft fra eget verk. Verdiene er inklusive elektrisitet- og konsesjonsavgift.

Oljeforbruket oppgis i tonn og i verdi. For noen oversvassjoner har vi bare verdien. Volumet er da beregnet til den gjennomsnittlige pris de andre verkene betaler for olje det året.

Vi ønsker å benytte oss av energiforbruket totalt i analysen. Vi må da få hele forbruket målt i samme måleenhet. Til dette skal vi benytte oss av en enkel omregningsformel fra tonn olje til tusen kWh. Formelen er basert på varmeinnholdet i de ulike energivarene.

I Statistisk Sentralbyrå (1974) oppgis varmeinnholdet å være:

42,287 GJ/tonn for fyringsolje nr. 1 og 2.

41,868 GJ/tonn for tyngre fyringsoljer.

3,6 GJ/1 000 kWh for elektrisk kraft.

Dette gir oss omregningsfaktorene 11,746 og 11,630 for henholdsvis lette og tunge fyringsoljer.

### Råvareinnsats

Den viktigste råvaren ved produksjon av aluminium er som nevnt aluminiumsoksyd. Mengden av oksyd som går med i aluminiumsproduksjonen er proporsjonal med produksjonsvolumet. Teoretisk skulle det gå med 1,88 tonn oksyd til framstilling av ett tonn aluminium. I praksis regner man i bransjen med ett forholdstall på 1,93. Vi kan altså betrakte aluminiumsoksyd som en skyggefaktor.

Vi trenger et mål for verdien av de råvarer som går med i produksjonen av ulegert primeraluminium. Bedriftene leverer detaljerte oppgaver over råvareinnsatsen til industristatistikken. Vårt utgangspunkt er verdien av disse innsatsene. For å få en verdi som er relevant for vår analyse må vi la verdien av de råvarer som ikke angår produksjonen av primærmetall komme til fradrag. Dette vil være legeringsstoffene og aluminium til sekundærmetallproduksjon.

### Produksjonskapasitet

I tillegg til opplysninger om årsproduksjon trenger vi i analysen opplysninger om hvor mye verkene maksimalt kan produsere. Dette skal vi betrakte som verkens kapasitet. Vi regner da med tilstrekkelig tilgang på elektrisk kraft, og på andre innsatsfaktorer. Videre regner vi med at verkene ikke er pålagt begrensninger av miljømessig art. Opplysninger om verkens kapasitet i perioden 1966-78 er innhentet ved henvendelse direkte til verkene.

De fleste verk har større kapasitet i støperi enn i elektrolysehallene. Dette setter dem i stand til å ha en større eller mindre produksjon av sekundærmetall, det vi si omsmeltet aluminium. Dette ser ut til særlig å bli utnyttet i år med gode markedsforhold.

Det vil generelt ikke være slik at utvidelse til ny kapasitet er klar akkurat ved årsskiftet. I år der kapasiteten utvides må vi derfor beregne kapasiteten. Dette gjøres ved følgende enkle formel:

$$(6) \quad BK = GK \cdot \frac{t}{12} + NK \cdot \frac{12-t}{12}$$

der BK er beregnet kapasitet, GK er gammel kapasitet, NK er ny kapasitet og t er antall måneder som er gått av året før ny kapasitet er klar. I noen tilfeller settes ny kapasitet i gang trinnvis over en periode, uten at verket har noe sikkert anslag på kapasiteten i det eller de årene dette finner sted. Vi skal i slike tilfeller anta at ny kapasitet settes i gang kontinuerlig, slik at kapasiteten stiger jevnt fra gammel til ny kapasitet i igangsettelsesperioden.

Vi har også tilfeller der ny kapasitet er klar, men verkene venter med å sette de nye anleggene i drift på grunn av dårlige markedsforhold. Vi skal i slike tilfeller regne ny kapasitet fra den dato den kan tas i bruk, ikke når den virkelig tas i bruk.



For noen verk begrenses kapasitetsutnyttelsen av krav fra miljømyndighetene. Dette skjer i praksis ved at verkene ikke tillates å produsere så store mengder som de kunne ønske (og har mulighet-er til). Denne begrensingen kan gjelde årsproduksjonen, tillatt utslipp av giftstoffer, kapasitets-utnyttelse i deler av åre (sommeren). Slike begrensninger er det ikke tatt hensyn til i målet for kapasiteten.

### Realkapital

A finne ett godt mål for innsatsen av realkapital har vist seg å være ett problem i økonomisk analysearbeid. Vi kan tenke oss ulike typer av mål for realkapitalvolumet:<sup>1)</sup>

- Den nedskrevne verdien av den eksisterende realkapitalbeholdningen; det vil si bokført verdi.
- Et mål som reflekterer den eksisterende kapitalbeholdningens framtidige inntektsopptjening.
- Gjenanskaffelsesverdien, det vil si den verdi den eksisterende realkapitalbeholdning ville ha hatt om alle enheter var nye (men med de samme produksjonsegenskaper).

I ei analyse der det er kapitalens fysiske produksjonsmuligheter som er av interesse, vil det falle naturlig å forsøke å konstruere et realkapitalmål av type c). I realkapitalmål av typene a) og b) vil verdien av en kapitalgjenstand være avhengig av dens alder på en slik måte at identiske enheter av forskjellig alder vil telle ulikt i kapitalmengden. Den øyeblikkelige produksjonsmuligheten til en kapitalenhet vil normalt være relativt konstant over dens levetid.

Fra investeringsstatistikken har vi opplysninger om bedriftenes investeringer i de enkelte år. Det skilles mellom anskaffelse av varige driftsmidler og utgifter til reparasjon av varige driftsmid-ler. Disse kan vi gruppere i en post for investeringer i maskiner, og en for investeringer i byg-ninger<sup>2)</sup>. Gitt at vi har greid å skaffe et tall for realkapitalen for et av årene i observasjons-perioden, da kan vi nytte disse investeringsdataene til å beregne verdien av realkapitalen i de øvrige årene.

Med kjent kapitalvolum i år  $\theta$  kan vi benytte følgende formel:

$$K_t^{bk} = K_\theta^{bk} - \sum_{j=t}^{\theta-1} I_j^{bk}/P_j^k \quad t < \theta$$

$$K_t^{bk} = K_\theta^{bk} + \sum_{j=\theta}^{t-1} I_j^{bk}/P_j^k \quad t > \theta$$

$t = 1966, \dots, 1978$

$b =$  bedrift (1, ..., 9)

$k =$  kapitaltype (maskiner, bygninger)

$K =$  Realkapital

$I =$  Nettoinvesteringer

$P =$  Investeringsindeks (Nasjonalregnskapets indeks for industri og bergverk)

Vi har regnet med at det går et år fra investeringstidspunktet til  $I$  inngår i  $K$ . Dette ser ut til å stemme overens med våre data.

Skal vi benytte formel (7) må vi nå løse to problem:

- Hvordan uttrykke  $I$  ved hjelp av de tilgjengelige bakgrunnsdata?
- Vi trenger ett anslag på  $K$  for (minst) ett av årene 1966-1978 for hvert verk.

1) Jamnfør Johansen og Sørsveen (1966). 2) To av postene er boliger og sosiale velferdsanlegg. Disse har vi valgt å se bort fra.

Hva i) angår, kan vi velge å oppfatte de totale oppgitte investeringene som bruttoinvesteringer (J). Da gjenstår problemet med å finne ett uttrykk for depresieringen. Vi kan her velge mellom å estimere en depresieringsrate,  $\delta$ , slik at

$$(8) \quad I_t^{bk} = (1 - \delta^k) J_t^{bk}, \quad (b, k, t, \text{ som før})$$

eller å forutsette reparasjoner lik depresiering.

For å estimere  $\delta$  trenger vi tall for realkapitalen. Dermed går vi i ring. Vi vil i analysen derfor velge å regne som om reparasjoner er eksakt lik depresieringer.

Når kapitalenheter utrangeres går dette ikke fram av industristatistikken (unntatt med sin eventuelle salgsværdi). Generelt kan dette føre til at vi i en formel som (7) foran overvurderer kapitalvolumet en del. For aluminiumsindustrien i den observerte perioden utgjør dette neppe verdier av nevneverdig størrelse. Det eneste som kunne tenkes å gjøre større utslag er utskifting av ovnsforingene, ca. hvert 4. år. Dette føres imidlertid som reparasjon. (Noe som fører til "depresieringer" av betydelig størrelsesorden).

For de verk som er startet opp i observasjonsperioden er det nå uproblematisk å anvende formel 7). Vi stter da  $\theta$  lik opprettelsesåret og  $K_0^{bk} = 0$ . Dette er bare tilfellet for ett av verkene. Strekker vi oss noe utover analyseperioden, tilbake til 1962, gjelder det 3 av de 9 verkene. For de øvrige verkene må vi konstruere ett tall for realkapitalen i ett år. Det er to mulige verdier vi da kan velge å benytte som utgangspunkt; bokført verdi og brannforsikringsverdi.

Fra bokført verdi på ett tidspunkt kan vi regne oss bakover for å finne anskaffelseskostnaden til kapitalutstyret, målt i faste priser. Dette krever kjennskap til avskrivningspraksis for de ulike typer av kapital og kapitalens fordeling på alder og kapitaltype, inklusive enheter anskaffet før 1966, nedskrevne enheter i drift og enheter som ikke er gjenstand for nedskrivning (i første rekke grunn). Slike opplysninger innhentes hverken av industri- eller regnskapsstatistikken. Trolig vil det være mulig å innhente slike opplysninger direkte fra verkene, - men såvel innhenting som bearbeiding ville være svært arbeidskrevende.

Har vi først fått så omfattende og detaljerte kunnskaper om realkapitalen i ett år, vil vi forøvrig kunne beregne gjenanskaffelsesverdien direkte. Dette forutsatt at det for alle relevante typer av realkapital eksisterer en markedspris.

Brannforsikringsverdien er et vanlig brukt mål på realkapitalen. Brannforsikringsverdi er med i industristatistikken fra og med bedriftstellinga i 1974. Utviklingen av brannforsikringsverdien er ikke i overensstemmelse med investeringsbeløpene. Videre kan det finne sted endringer i forsikringspraksis fra en periode til en annen. For aluminiumsindustrien er det et forstyrrende element at brannforsikringsverdien (i alle høve for noen år) også dekker lager av varer.

Dersom endringer i forsikringsadferd endres parallelt hos alle enheter i industrien er, trass i disse innvendingene, brannforsikringsverdien ett rimelig mål for kapitalnivået i ett år. Ut fra dette nivået kan vi så nytte formel (7). Trolig vil vi få ulike serier av kapitaltall ved valg av ulike år som utgangspunkt. Den skeivhet som vil oppstå vil imidlertid være relativt like stor for alle verk, gitt forutsetningen om parallell endring i dekningsgraden for verkenes forsikringer.

Det vi hittil har skrevet om brannforsikringsverdi er gyldig under forutsetning av at brannforsikringsverdi er lik fullverdi. Kontakt med funksjonærer ved de ulike verkene har imidlertid avdekket at en slik forsikringspraksis her vurderes som uforholdsmessig kostbar, og at brannforsikringsverdien derfor bare dekker "de mest brannutsatte delene av verket".

Under den forutsetning at verkene tilpasser seg likt hva underforsikring angår, kan vi søke å blåse opp de oppgitte brannforsikringsverdiene til tilnærmet fullverdi.

Til estimering av en slik "underforsikringskoeffesient" kan vi benytte de kjente kapitaltallene for 3 av verkene (de som er etablert seinere enn 1962):

$$(9) \quad \lambda^k = \frac{\sum_{bt} K_t^{bk}}{\sum_{bt} BF_t^{bk}}$$

der

$\lambda$  = koeffesient som korrigerer for underforsikring av realkapitalen

BF = Brannforsikringsverdi

t = 1974, ..., 1978

b = bedrifter etablert seinere enn 1962

k = kapitaltype (maskiner, bygninger)

I praksis viser det seg å være store forskjeller i

$$\lambda_t^{bk} / BF_t^{bk}$$

for ulike år (t). Det vil derfor være fordelaktig å estimere koeffesientene bare ved hjelp av observasjoner fra det året vi vil velge å benytte.

$$(10) \quad \lambda_t^k = \frac{\sum_b K_t^{bk}}{\sum_b BF_t^{bk}}$$

Det vil være rimelig å benytte 1974 som utgangspunkt for beregningene, ettersom ett av verkene avvikles i løpet av 1975. Imidlertid forekommer det i data uregelmessigheter i utviklingen av brannforsikringsverdien som ikke er betinget av investeringer, og som derfor trolig er resultat av ikke-parallelle endringer i forsikringspraksis. Mest markert er dette fra 1974 til 1975. Etter den tid observerer vi ikke større endringer av denne art. Etter denne tid, opererer bedriftene med ett innbyrdes nivå på brannforsikringsverdiene som å priori virker rimelig sett i relasjon til deres produksjonskapasitet.

På denne bakgrunnen ser den beste løsningen ut til å være å ta utgangspunkt i brannforsikringsverdiene for 1975, og for det ene verket her benytte samme brannforsikringsverdi som i 1974 (til -75 pris).

En av de tre verkene vi har fullstendig investeringshistorie for er særs a-typisk. Bedriften har en stor produksjon av halvfabrikata, uten at vi er kjent med brannforsikringsverdiens fordeling på ulike avdelinger. Det er derfor grunn til å utelukke dette verket ved estimeringen av  $\lambda$ . Vi står da igjen med:

$$(11) \quad \lambda^k = \frac{\sum_b K_{75}^{bk}}{\sum_b BF_{75}^{bk}} \quad \begin{array}{l} b = \text{to av verkene} \\ k = \text{maskiner, bygninger} \end{array}$$

For verk som ved siden av metallproduksjonen også driver produksjon av ferdigvarer og/eller halvfabrikata må realkapitaltallene korrigeres for den kapitalmengden som angår slike avdelinger. Fra de aktuelle verk har vi innhentet separate investeringstall for disse avdelingene.

På samme måte som i målet for innsats av arbeidskraft vil vi velge å la den relativt ubetydelige kapitalmengden som er nedlagt i anlegg for produksjon av anodemasse inngå i målet for realkapitalen.

#### IV. OM KORTTIDSMAKROPRODUKTFUNKSJONEN

Vi skal med utgangspunkt i de framskaffede data studere teknisk og strukturell endring over tid i norsk aluminiumsindustri. Dette skal vi gjøre ved å studere makroproduktfunksjoner for sektoren på kort sikt. Vi trenger da relasjoner som for hvert år gir oss sektorens produksjonsmuligheter. Ved å studere endringene i disse relasjonene over tid vil vi kunne danne oss et inntrykk av de strukturelle endringene i sektoren.

I investeringsøyeblikket eksisterer en ex-ante funksjon på mikro-nivå. I ex-ante funksjonen er også de faktorer variable som på kort sikt er faste. Ut fra denne funksjonen bestemmes valg av teknikk og kapasitet. Vi kan karakterisere denne funksjonen som en tradisjonell produktfunksjon med kontinuerlige substitusjonsmuligheter. Hver enkelt enhet i sektoren er en gang etablert på grunnlag av den da eksisterende ex-ante funksjonen. Når enheten er etablert er kapasitet og faktorinnsats ved full kapasitetsutnyttelse bestemt og ikke lenger variable. Enhetens produksjonsmuligheter beskrives nå ved en korttids, eller ex-post, mikroproduktfunksjon. Her er substitusjonsområdet sterkt innsnevret i forhold til substitusjonsområdet for ex-ante funksjonen.

Vi ønsker å konstruere en slik korttidsfunksjon på sektor-nivå, som for hvert år skal beskrive sektorens produksjonsmuligheter. I overensstemmelse med terminologien fra Johansen (1972), der slike funksjoner ble introdusert, skal vi bruke betegnelsen korttidsmakroproduktfunksjoner.

Forbindelsen mellom en tidsserie av korttids-makroproduktfunksjoner vil gå gjennom ex-ante funksjonene på mikro-nivå. Korttids-makroproduktfunksjonen reflekterer så vel ex-ante funksjonens historie som de investeringsbeslutninger som er tatt på bakgrunn av den. Endringer i korttids-makroproduktfunksjonen over tid vil være generert av mange flere faktorer enn teknisk utvikling som kommer til uttrykk i ex-ante funksjonene. En kan derfor forvente at endringene i korttidsmakroproduktfunksjonen er mer kompliserte. Funksjonen vil da være mindre egnet til en representasjon i form av et begrenset antall parametre i en analytisk produktfunksjon. I den empiriske delen av analysen vil vi derfor illustrere funksjonene ved hjelp av substitusjonsområdet og isokvanten for ulike produksjonsnivåer.

Vi kan studere følgende tre aspekter ved teknisk utvikling empirisk ved hjelp av korttids-makroproduktfunksjonen:

- a) Endringer i forholdet mellom faktorene; det vil si skift i substitusjonsområdet.
- b) Endringer i produktivitet; det vil si skift i isokvantene mot origo.
- c) Endringer i substitusjonsmulighetene; endringer i isokvantenes form.

Som nevnt følger den enkelte enhet etter investeringsperioden en korttids-mikroproduktfunksjon. Makroproduktfunksjonen bygger på en forutsetning om effisiens i sektoren som helhet. Hva slags økonomisk relevans har denne funksjonen? Det er vanlig å vise til to tolkninger av den:

- a) Normativt:

Korttidsfunksjonen viser hvordan sektoren kan organiseres mest mulig effektivt ved varierende grad av kapasitetsutnyttelse og rådende faktorpriser, gitt at alle enheter står overfor de samme priser på produkt og faktorer.

- b) Positivt:

Korttidsfunksjonen simulerer sektorens tilpasning under et system med desentraliserte beslutningstakere gitt at alle enheter står overfor samme priser på produkt og faktorer.

Selv om funksjonen ikke simulerer virkelig markedsadferd kan den fortsatt være nyttig som en beskrivelse av sektorens struktur, og endringene i denne, basert på tekniske sammenhenger. Det vil si fordelingen av fabrikkasjonskoeffesienter og kapasitet som gir det hypotetisk maksimale produksjonsvolum for gitte faktorinnsatser.

#### Konstruksjon av makroproduktfunksjonen

Makroproduktfunksjonen vil være basert på ex-post- eller korttids-mikroproduktfunksjonene. Når en produksjonsenhet er etablert på bakgrunn av en ex-ante funksjon, er, som nevnt, produksjonsvolum ved full kapasitetsutnyttelse,  $\bar{x}$ , og de tilsvarende faktorinnsatsene  $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_n$  bestemt. En hovedforutsetning er at de produksjonsmulighetene som er nedfelt i hver enhet følger en limitasjonslov, og at det nyttes samme mengde av faktorinnsatsene  $v_1, \dots, v_n$  i forhold til alle produktmengder,  $x$ , som ved full kapasitetsutnyttelse.

$$(12) \quad 0 \leq X \leq \bar{X}$$

$$v_j = \frac{\bar{v}_j}{\bar{x}_j} = \xi_j x \quad j = 1 \dots n$$

Dette er en korttidsfunksjon på mikronivå. Vi skal anta at alle enheter har den enkle strukturen som er gitt ved (12). Fabrikasjonskoeffisienten,  $\xi_j$ , og produksjonskapasitetene, vil generelt være forskjellige for forskjellige enheter.  $\xi_j$  estimeres ved hjelp av de observerte koeffisientene. Sektorens totale produksjon vil nå være et resultat av en kombinasjon av aktiviteter av typen (12).

Vi etablerer korttidsmakroproduktfunksjonen

$$(13) \quad X = F(V_1, \dots, V_n)$$

ved å maksimere sektorens produksjon for gitte faktormengder:

$$(14a) \quad \text{Maksimer } X = \sum_{j=1}^N x^j$$

under bibetingelsene

$$(14b) \quad \sum_{i=1}^n \xi_j^i x^i \leq V_j \quad j = 1 \dots n$$

$$(14c) \quad x^i \leq \bar{x}^i$$

$$(14d) \quad x^i \geq 0$$

Der  $X$  er produksjonsmengde og  $V_1, \dots, V_n$  er faktorinnsats for sektoren som helhet. Sektoren består av  $N$  enheter med kapasitet  $\bar{x}^i$ . Dette er et lineært programmeringsproblem.

I det følgende vil vi også ha behov for det duale problemet som svarer til dette programmeringsproblemet. De duale variable som svarer til faktorinnsatsene (14b) vil vi kalle  $q_1, \dots, q_n$ , og de som svarer til kapasitetsbegrensningene (14c) vil vi kalle  $r^1, \dots, r^N$ .

Det duale problemet blir da å minimere

$$(15a) \quad \sum_j q_j V_j + \sum_i r^i \bar{x}^i$$

under bibetingelsene

$$(15b) \quad \sum_j q_j \xi_j^i + r^i \geq 1 \quad i = 1, \dots, N$$

Av sammenhengen mellom løsningen av det primære og av det duale problemet går det fram at det er nødvendig (men ikke tilstrekkelig) at (15b) er oppfylt med likhet for at vi skal ha  $X^i > 0$ . Videre impliserer  $r^i > 0$  at vi har nådd kapasitets grensa  $\bar{x}^i$ .

Da har vi at:

$$(16a) \quad \sum_j q_j \xi_j^i > 1 \Rightarrow X^i = 0$$

$$(16b) \quad \sum_j q_j \xi_j^i = 1 \Rightarrow 0 \leq X^i \leq \bar{x}^i$$

$$(16c) \quad \sum_j q_j \xi_j^i < 1 \Rightarrow X^i = \bar{X}^i$$

$$i = 1, \dots, N$$

Variablene  $q_1, \dots, q_n$  er skyggepriser for faktorinnsatsene målt i enheter av produktet. Da følger det direkte at  $q_1, \dots, q_n$  representerer de marginale produktivitetene til innsatsfaktorene. Vi kan nå introdusere et kvasirenteuttrykk,  $S^i$ , målt pr. enhet av produktet:

$$(17) \quad S^i = 1 - \sum_j q_j \xi_j^i \quad i = 1, \dots, N$$

Hvorvidt en produksjonsenhet bør være i drift eller ikke vil nå, iflg. (16), avhenge av fortegnet på kvasirenta. Enheter som kan tjene ei positiv kvasirente utnytter hele sin kapasitet, en enhet med negativ  $S^i$  settes ikke i drift. Enheter med  $S^i = 0$  er marginale enheter i den forstand at de vil, eller ikke vil, bli drevet alt etter hva som er nødvending når faktormengdene  $V_1, \dots, V_n$  er gitt.

#### En algoritme for etablering av funksjonen

Som før nevnt, kan vi best illustrere korttidsmakroproduktfunksjonen ved hjelp av et isokvantkart og substitusjonsområdet. Vi skal konstruere disse ved hjelp av en computer-algoritme som kalkulerer knekkpunkter på stykkevis lineære isokvanter. Programmet er utarbeidet av F. R. Førstund, med assistanse av H. J. Bakke. Metoden er inspirert av Seip (1974). Beskrivelsen her er basert på Førstund og Hjalmarsson (1978) og Wibe og Puū (1980, kapittel 7).

Analysen er begrenset til to innsatsfaktorer, arbeidskraft og energi. I tilfellet med mer enn to faktorer vil substitusjonsområdet bli en projeksjon fra det  $n$ -dimensjonale rommet. Isokvantene vil bare være virkelige projeksjoner i sine endepunkter.

I prinsippet kan vi finne korttidsmakroproduktfunksjonen ved hjelp av en rekke lineære programmeringsproblemer (LP-problemer). På grunn av problemet med å få lokalisert knekkpunktene kan imidlertid antallet LP-problemer som må løses fort bli svært høyt dersom vi ønsker et noenlunde interessant antall isokvanter.

I stedet vil vi altså anvende den omtalte algoritmen. Vi skal her belyse algoritmens virkemåte ved å se på konstruksjonen av substitusjonsområdet og 300 000 tonns-isokvanten for 1970. For en nærmere og mer generell beskrivelse vil vi vise til kildene.

Substitusjonsområdet finner vi ved hjelp av tabell 1. Her er bedriftene rankert etter økende fabrikkasjonskoeffesienter for hver av de to faktorene. Grensene for substitusjonsområdet finnes ved å sette inn enhetene i den rekkefølge som er gitt ved denne rankeringen. I figur 2 finner vi for eksempel den øvre grensa ved å benytte enhetene i den rekkefølge som er gitt ved rankeringen etter fabrikkasjonskoeffesientene  $\xi_1 = N_2/X$  der  $N_2$  er arbeidskraft i 1 000 timer (se formel (5)) og  $X$  er produksjonsvolum i tonn (se formel (1)). Vi ser at de to samme bedriftene er henholdsvis mest og nest mest effektiv med hensyn på begge faktorer. Dette fører til, som vi kan se i figur 2, at substitusjonsområdet degenererer til en kurve for de laveste produksjonsnivåene.

Tabell 1. Fabrikasjonskoeffisienter for bedriftene.

Enhet	$N_2/X$	Enhet	$E/X$
5	0,02072	5	0,01787
3	0,02225	3	0,01929
7	0,02278	4	0,01949
8	0,02440	6	0,02010
6	0,03077	7	0,02011
4	0,03772	8	0,02163
1	0,03942	2	0,02172
2	0,04446	1	0,02258

Enhetene sortert etter fabrikasjonskoeffisienter i 1970.

$N_2$  = Arbeidskraft (målt ved formel 5))

$E$  = Energiforbruk (i mill.kWh)

$X$  = Produksjonsvolum(målt ved formel 1))

For å kunne konstruere isokvanter beregner algoritmen vinklene mellom alle enheter i fabrikasjonskoeffisientrommet. Disse finner vi uttrykt i tabell 2,

der

$$T_{ij} = \frac{\xi_{ij} - \xi_{ij}}{\xi_{2i} - \xi_{2j}}$$

der

$$\xi_2 = E/X$$

og  $E$  er energiforbruket i millioner kWh.

Ved hjelp av tabellene 2 og 3 kan vi vise hvordan en isokvant konstrueres, eksemplifisert ved 300 000 - tonns isokvanten for 1974. Vi tar utgangspunkt fra det punktet på den øvre grensa (vilkår- lig valgt) som representerer et produksjonsnivå på 300 000 tonn.

I tabell 3 ser vi at 3 bedrifter (nr. 5, 3 og 7) er satt inn for fullt her, mens nr. 8 er delvis aktivert (med 26,2 prosent av sin kapasitet). Vi betrakter nå kolonna og rekka for enhet nr. 8 i tabell 2. Vi lokaliserer det laveste positive tallet. Det finner vi langs rekka, i kolonna for enhet nr. 6 (4,17). Ettersom enhet nr. 6 ikke er aktivert (det er ingen av enhetene langs rekka), vet vi at enhet 6 er den neste enheten som skal benyttes, mens enhet 8 skal redusere. Vi har dermed fastlagt helninga på første linjesegment av isokvanten. Lengden på segmentet avhenger av kapasiteten i de to enhetene (og av den initiale kapasitetsutnyttelsen i den marginale enheten på gransa for substitusjons- området, nr. 8). Segmentet når sitt endepunkt når den reduserende enheten, nr. 8, har nådd null kapasitetsutnyttelse, eller den ekspanderende, nr. 6, når full kapasitetsutnyttelse.

Av tabell 3 ser vi at 1. linjesegment ender når enhet 8 går helt ut av produksjon, mens nr. 6 når 18,7 prosent kapasitetsutnyttelse.

For å finne helninga på neste segment lokaliserer algoritmen nå det laveste tall, større enn 4,17, langs rekke eller kolonne for den enheten som nå er marginal, nr. 6. Dette finner vi i rekka, i kolonna for enhet nr. 4. På samme måte som for første linjesegment forteller dette at langs 2. segment reduseres produksjonen i enhet 6, og økes i enhet 4. I tabell 3) ser vi at segmentet ender ved at enhet nr. 6 når null kapasitetsutnyttelse. Enhet nr. 4 har da kommet opp i 71,7 prosent.

Nå søker algoritmen det laveste tallet større enn 11,40 i kolonne og rekke for enhet 4. Vi finner 24,16 i kolonna, i rekka for enhet 7. Enhet 7 utnytter i knekkpunktet hele sin kapasitet. Langs 3. linjesegment må altså enhet 7 redusere, mens enhet 4 fortsetter å øke produksjonen. Neste knekkpunkt nås i følge tabell 3) når enhet 4 har nådd opp i full kapasitetsutnyttelse. Enhet 7 er kommet ned i 92,9 prosent.

Enhet 7 er nå marginal enhet, og algoritmen gjentar samme prosedyre som før. På tilsvarende måte som før ser vi av tabell 2 at enhet 6 settes i produksjon igjen på neste linjesegment. Det når sitt endepunkt ved at enhet 7 ikke lenger produseres, mens enhet 6 har nådd 97 prosent av sin kapasitet. Når vi gjentar prosedyren med enhet 6 som marginal enhet, ser vi at vi ikke kan lokalisere noe tall større enn det foregående, 908,78. Vi har da nådd isokvantens endepunkt, og nedre grense for substitusjonsområdet.

Algoritmen gjentar denne prosedyren for alle ønskede isokvantnivåer. Siden reduksjonen i produksjonen for en enhet langs en isokvant må være identisk med økningen for en annen, vil vinklene i fabrikkasjonskoeffisientrommet,  $-T_{ij}$ , være de samme som helningen på linjesegmentene i faktorrommet.

Tabell 2. Verdier av  $T_{ij}$ <sup>1)</sup>

Bedrift nr. j	Bedrift nr. i						
	3	7	8	6	4	1	2
5 .....	-1,08	-0,92	-0,98	-4,50	-10,47	-3,96	-6,16
3 .....		-0,65	-0,92	-10,55	-78,10	-5,22	-9,14
7 .....			-1,06	908,78	24,16	-6,72	-13,44
8 .....				4,17	6,23	-15,73	-213,94
6 .....					11,40	-3,48	-8,44
4 .....						-0,55	-3,02
1 .....							5,86

$$1) T_{ij} = \frac{\xi_{1j} - \xi_{1i}}{\xi_{2i} - \xi_{2j}}, \text{ der}$$

$$\xi_1 = N_2/X, \xi_2 = E/X$$

E, N og X er definert i tabell 1.

Tabellen er i begge dimensjoner sortert etter økende verdi av  $\xi_1$ , og det er bare elementene over diagonalen som har interesse.

Tabell 3. Et numerisk eksempel på konstruksjon av en isokvant<sup>1)</sup>

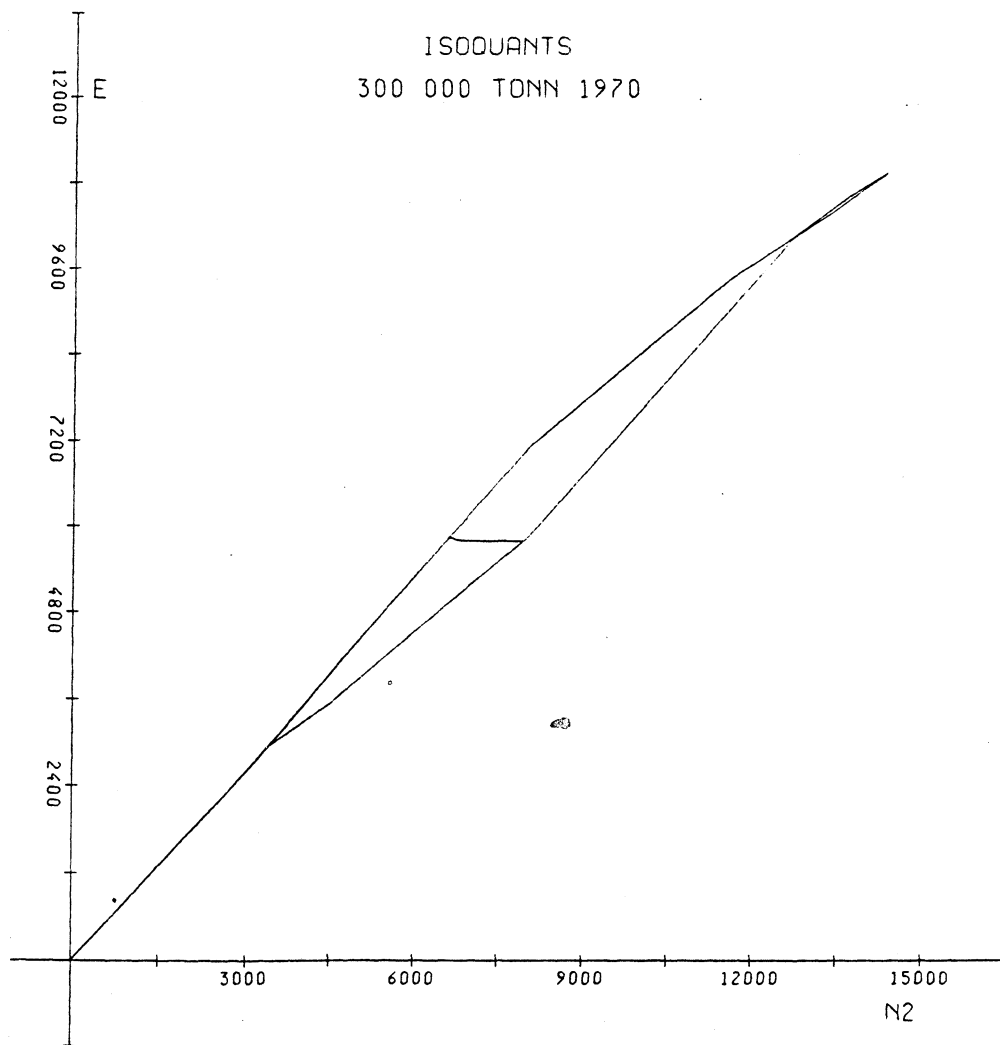
LE: ALUMINIUM 1970												
ISOQUANT NO: 10. LEVEL (K): 300000,0												
LINE NO	UNIT IN	TYPE	FRACTION BEFORE	UNIT TYPE	FRACTION AFTER	INCREMENTS IN		SLOPE		COORDINATE	VALUES	COMMENT
						$N_2$	E			SUM $N_2$	SUM E	
5		ZERO	ONE	NONE		1419,4	1224,0			1419,4	1224,0	CONTOUR CORNER
3		ZERO	ONE	NONE		2002,8	1736,5			3422,2	2960,5	CONTOUR CORNER
7		ZERO	ONE	NONE		2734,2	2413,2			6516,4	5373,7	CONTOUR CORNER
8		ZERO	0,262	NONE		524,5	465,0			6680,9	5838,7	ISOQUANT START
1	6	ZERO	0,187	8	0,262	ZERO	137,0	-32,9	0,240	6818,0	5805,9	ISOQUANT CORNER
2	4	ZERO	0,717	6	0,187	ZERO	149,3	-13,1	0,088	6967,3	5792,8	ISOQUANT CORNER
3	4	0,717	ONE	7	ONE	0,929	126,9	-5,3	0,041	7094,2	5787,5	ISOQUANT CORNER
4	6	ZERO	0,970	7	0,929	ZERO	890,4	-1,0	0,001	7984,6	5786,5	ISOQUANT END

1)  $N_2$  og E er definert i tabell 1.

I tabell 3 har vi også fått skrevet ut økningen i  $N_2$  og E for hver enhet som legges til på grensa, samt koordinatverdiene.

Substitusjonsområdet og den funne isokvanten er tegnet inn i figur 2.





Figur 2. Substitusjonsområdet og 300 000 tonns isokvanten for korttidsmakroproduktfunksjonen for norsk aluminiumsindustri 1970.  
 $N_2 = 1\ 000$  arbeidstimer  
 $E = \text{mill. kWh}$

Vi har direkte at den marginale substitusjonsbrøken for makrofunksjonen er lik forholdet mellom skyggeprisene, de dualvariable  $q_1$  og  $q_2$ :

$$(18) \quad \frac{\delta F / \delta V_1}{\delta F / \delta V_2} = - \frac{dV_2}{dV_1} \Big|_{dx=0} = \frac{q_1}{q_2}$$

Den marginale substitusjonsbrøken er diskontinuerlig i knekkpunktene. Substitusjonsbrøken vil være den samme for en isokvant som er transformert over i rommet utspent av fabrikkkoeffisientene.

Isokvanten algoritmen har konstruert er konveks, og så "nær origo" som mulig. Vi vil få en identisk isokvant dersom vi for samme produksjonsvolum minimerer de totale kostnadene for sektoren med prisforhold lik de forskjellige marginale substitusjonsbrøkene som framkommer i 18).

Dersom alle enheter er stilt ovenfor de samme faktorprisene, er det åpenbart at det primære LP-problemet (14) impliserer kostnadsminimalisering for hvert produksjonsnivå. Det er da klart at isokvantene som konstrueres som vist foran må være løsninger av det primære LP-problemet.

#### Andre egenskaper ved funksjonen

Vi kan videre karakterisere funksjonen ved en del av dens egenskaper. Fra klassisk produksjonsteori kjenner vi følgende sammenheng:

$$(19) \quad \epsilon_X = V_1 \frac{\delta X}{\delta V_1} + V_2 \frac{\delta X}{\delta V_2}$$

Dette er passuslikningen i to-faktortilfellet, iflg. terminologien fra R. Frisch (1971).

$\epsilon$  er passuskoeffesienten, eller elastisiteten med hensyn på skalaen. Passuskoeffesienten er diskontinuerlig i alle knekkpunkter.

Det følger direkte fra LP-problemet at:

$$(20) \quad \frac{\delta X}{\delta V_1} = q_1 \quad \text{og} \quad \frac{\delta X}{\delta V_2} = q_2$$

Vi kan da uttrykke passuslikningen (19) som følger:

$$(21) \quad \epsilon = q_1 \frac{V_1}{X} + q_2 \frac{V_2}{X}$$

$q_1$  og  $q_2$  beregnes direkte i computerprogrammet. Vi skal her ikke gå nærmere inn på rutinen som ligger bak beregningen av  $q_1$  og  $q_2$ , og dermed av  $\epsilon$ , men vise til de nevnte kilder.

Hvordan kan vi best karakterisere isokvantenes form i dette tilfellet med stykkevis lineære isokvanter?

Interessante spørsmål i denne forbindelse vil være:

- Hvor mye kan spares av en faktor ved å bevege seg langs ulike deler av isokvantene?
- Hvor følsomme er faktor innsatsene overfor endringer i de relative faktorprisene langs en isokvant?
- Finnes det områder på isokvantene der små prisendringer fører til store endringer i faktorinnsatsene, og omvendt?

I tradisjonell produksjonsteori med kontinuerlige isokvanter, gir substitusjonselastisiteten en god karakterisering av isokvantenes form. Substitusjonselastisiteten indikerer den relative endringen i faktorforholdet pr. enhet endring i den marginale substitusjonsbrøken langs en isokvant. Den er definert ved:

$$(22) \quad \sigma = \frac{d(V_2/V_1)}{d(dV_2/dV_1)} \quad \frac{dV_2/dV_1}{V_2/V_1}$$

Computerprogrammet har også en rutine for å beregne substitusjonselastisiteten for parvis tilstøtende isokvantsegmenter. Dette gjøres ved hjelp av den gjennomsnittlige faktorproporsjonen og den gjennomsnittlige helninga på de parvise segmentene. Vi skal i det videre ikke benytte oss av disse beregnede substitusjonselastisitetene. Tidligere analyser, for eksempel Førstund og Hjalmarson (1978), har vist at substitusjonselastisiteten kan variere betraktelig og usystematisk mellom parvise isokvantsegmenter. I den grad vi ønsker å karakterisere formen på isokvantene skal vi gjøre dette ved å betrakte helningene på isokvantsegmentene direkte. Det vil si å betrakte substitusjonsbrøken  $q_1/q_2$ .

Isokvantenes endepunkter viser oss mulighetene for faktorsubstitusjon. Dette gir svar på spørsmålet om hvor mye vi maksimalt kan redusere en faktor under opprettholdelse av produksjonsvolumet. Dette kan være av stor interesse på kort sikt, for eksempel om det oppstår knapphet på tilgangen av en faktor. Energi kan jo være aktuelt i så måte.

I tabell 4 presenteres et numerisk eksempel på den detaljerte informasjon om funksjonens egenskaper. Vi bruker samme isokvant som i de foregående tabeller, tegnet inn i figur 2. Vi har fått skrevet ut den marginale substitusjonsbrøken ( $q_1/q_2$ ) grenseproduktivitetene for arbeid og energi ( $q_1$  og  $q_2$ ), faktorproporsjonen ( $E/N_2$ ), passuskoeffisienten og substitusjonselastisiteten.

Tabell 4. En karakterisering av 300000 - tonn isokvanten for norsk aluminiumsindustri (1970)

Isokvantsegment nr.	1	2	3	4
$q_1/q_2$ .....	0,2398	0,0877	0,0414	0,0011
$q_1$ (tonn pr. 1 000 timer) .....	8,7253	3,8469	1,9659	0,0547
$q_2$ (tonn pr. mill. kWh) .....	36,3916	43,8593	47,4991	49,6645
$E/N_2$ .....	0,874	0,852	0,831	0,816
Passuskoeffisient .....	0,9026	0,9362	0,9628	0,9594
Substitusjonselastisitet .....	0,0537	0,0598	0,0723	-

RED.  $N_2 = 16,328$

RED.  $E = 0,894$

Slike tabeller, for alle isokvanter, er forøvrig et eksempel på det Frisch (1971, kap. 5a) kaller en produkttabell. Det vil si en numerisk representasjon av produktfunksjonen.

Når vi beveger oss fra den øvre til den nedre grensa for isokvanten (det vil si i arbeidsintensiv retning) ser vi at grenseproduktiviteten av arbeidskraft avtar fra 8,725 tonn/1 000 timer til nær 0, mens grenseproduktiviteten av energi øker fra 36,3916 tonn/millioner kWh til 49,6645.

Vi kan sammenlikne grenseproduktivitetene med faktorprisene delt på produktprisen. Ved prisfast kvantumstilpasning og profittmaksimering skulle vi nemlig ha følgende optimale tilpasning:

$$(23) \quad W_2 = q_1 P \Rightarrow q_1 = \frac{W_2}{P}$$

$$PE = q_2 P \Rightarrow q_2 = \frac{PE}{P}$$

der

$W_2$  = pris for 1 000 arbeidstimer (kr)

$PE$  = pris for 1 000 000 kWh (kr)

$P$  = produktpris pr. tonn (kr)

Vi finner at  $\frac{W_2}{P} = 4,7195$  og  $\frac{PE}{P} = 4,7929$ .

Vi ser at grenseproduktiviteten for energi er vesentlig høyere enn faktorpris over produktpris. Dette virker à priori rimelig når vi vet at aluminiumsverkene mottar elektrisk kraft til relativt lav pris.

Den marginale substitusjonsbrøken varierer langs isokvanten fra 0,2398 til 0,0011. Til sammenlikning er faktorprisproporsjonen 0,9847. Dette skulle tilsi at økonomisk optimal tilpasning ved en produksjon på 300 000 tonn må være på isokvantens øvre grense. Det vil ifølge tabell 3 si i punktet der  $N_2 = 6680,9$  og  $E = 5838,7$ . Passuskoeffesienten varierer en del, relativt tett oppunder 1. Det forteller at vi ved en infinitesimal proporsjonal tilvekst i faktorene oppnår en økning i produktmengden som er prosentvis noe mindre.

Vi kan videre se av  $q_1/q_2$  (og forøvrig også av den beregnede substitusjonselastisiteten) at vi står overfor en relativt lite krum, nærmest horisontal isokvant.

De to verdiene nederst til venstre i diagrammet, RED. $N_2$  og RED.E angir innsparingsmulighetene for hver faktor langs isokvanten. RED. $N_2$  sier at vi ved å bevege oss langs isokvanten fra dens nedre grense kan redusere forbruket av arbeidskraft med 16,328 prosent. RED.E sier at vi ved å bevege oss motsatt vei kan redusere energiforbruket med 0,894 prosent. Dette bekrefter også inntrykket av at vi står overfor en tilnærmet horisontal isokvant. For hele substitusjonsområdet kan vi også studere substitusjonsmulighetene for hver faktor for seg. For hvert nivå av produksjonen får vi ett område for mulig bruk av hver av faktorene partielt. Slike områder skal vi kalle etterspørselsområder. Etterspørselsfunksjonene etter faktorene må ligge i disse etterspørselsområdene. Eksempler på etterspørselsområder er vist i figurene 12 og 13 i den empiriske delen av analysen.

## V. EMPIRISKE RESULTATER

### Data

Mikroenhetene i denne analysen er de enkelte aluminiumsverkene i Norge. Data dekker tidsperioden 1966 - 1978. Hovedvekten vil bli lagt på 4 utvalgte år: 1966, 1970, 1974 og 1978. Det kan være flere elektrolysehaller ved ett og samme verk. Disse kan være ulike både i alder og i teknologi, og det kan derfor være ønskelig å behandle hver hall eller hvert utbyggingstrinn for seg som mikroenhet. Med våre datakilder har vi imidlertid ingen mulighet til å skille produksjonsenheter fra hverandre lenger ned enn til bedriftsplanet.

De to innsatsfaktorene vi skal betrakte er arbeidskraft og energi. Mål for innsatsfaktorer, produksjon og kapasitet er beskrevet nærmere i dataavsnittene foran.

Arbeidskraftforbruket ( $N_2$ ) måles tilsvarende formel 5, måleenheter er 1 000 timer. Energi (E) måles i millioner kWh, kWh-innholdet er beregnet etter varmeinnholdet i de ulike energibærerne, etter den framgansmåten som er beskrevet foran.

Kapasitet og produksjon måles i tonn ulegert primæraluminium.

For sektoren under ett gjelder følgende tall:

Tabell 5. Industriens kapasitet og årlige produksjon (tonn), prosentvis utnyttelse av kapasiteten og antall verk i drift i perioden 1966 - 1978

År	kapasitet	Produksjon	Kap.utn.	Verk i drift
1966 .....	368 000	330 287	90	7
1967 .....	450 000	360 822	80	8
1968 .....	484 500	468 288	97	8
1969 .....	537 000	505 475	94	8
1970 .....	545 500	522 307	96	8
1971 .....	607 250	531 371	88	9
1972 .....	652 750	551 191	84	9
1973 .....	661 500	620 897	94	9
1974 .....	661 500	644 737	98	9
1975 .....	646 500	609 461	94	8
1976 .....	673 500	617 556	92	8
1977 .....	675 000	622 730	92	8
1978 .....	702 700	639 041	91	8

Vi ser at graden av kapasitetsutnyttelse er spesielt lav i 1967, 1971 og 1972, og høyest i 1968 og 1974. Svingningene kan bare delvis forklares ved markedsforhold. Aluminium lar seg lagre uten store kostnader og verdiforringelser, samtidig som det knytter seg store kostnader til ned- og oppkjøring av verkene i forbindelse med midlertidig hel eller delvis driftsstands. Dersom dårlige forhold på verdensmarkedet forventes å bli relativt kortvarige holdes derfor verkene i stor utstrekning i drift ved produksjon for lager.

Det lave tallet for 1967 skyldes igangsettingen av produksjonen ved et nytt verk, som dette året er svært langt fra å nå sin produksjonskapasitet.

Et tilsvarende forhold har vi fra 1970-72. Ett nytt verk igangsettes i 1971. Ett annet øker kapasiteten fra 1971 til 1972. Her finner vi imidlertid ikke bare innkjøringsproblemer. Opplysninger fra verkene viser at man ventet med å sette de nye anleggene i full virksomhet på grunn av svake markedsforhold. Produktprisen beregnet ved formel 2) viser nedgang fra ca. 3 814 kr/tonn i 1970 til bunnivået 3 356 i 1972, for deretter å stige igjen.

I løpet av perioden er produksjon og kapasitet praktisk talt fordoblet. Vi legger merke til at sektoren i 1978 (med 8 verk i drift) ennå ikke har nådd produksjonsnivået fra toppåret 1974 (med 9 verk).

I perioden har det funnet sted en betraktelig vridning i den relative prisen mellom arbeidskraft og energi. Setter vi prisene lik 100 i 1966, har vi hatt følgende utvikling:

Tabell 6. Pris på arbeidskraft (inkl. sosiale utg. - se dataavsnitt), energi og det relative forhold mellom dem. Indeks = 100 i 1966

	1966	1970	1974	1978
Pris på arbeidskraft ( $W_2$ ) .....	100	151	271	461
Energipris (PE) .....	100	106	152	220
$W_2/PE$ .....	1,00	1,42	1,76	2,10

Disse prisene er gjennomsnittspriser. Blant annet fordi mange verk eier egne kraftverk vil særlig energiprisene variere en god del verkene imellom. Dette er en svakhet i dette opplegget som forutsetter like faktorpriser.

#### Beskrivelse av teknisk struktur i næringen

Fordelingen av fabrikkasjonskoeffisienter for arbeidskraft og energi er vist i figurene 3-8. Notasjonen er:

$N_2$  = Arbeidskraft (1 000 timer)

E = Energi (mill. kWh)

X = Produksjon (årstonn)

X-CUM = kummulerte andeler av sektorens produksjon

$N_2/X$ ,  $E/X$  = Fabrikkasjonskoeffisienter for henholdsvis arbeidskraft og energi ( $\xi_1$  og  $\xi_2$ ).

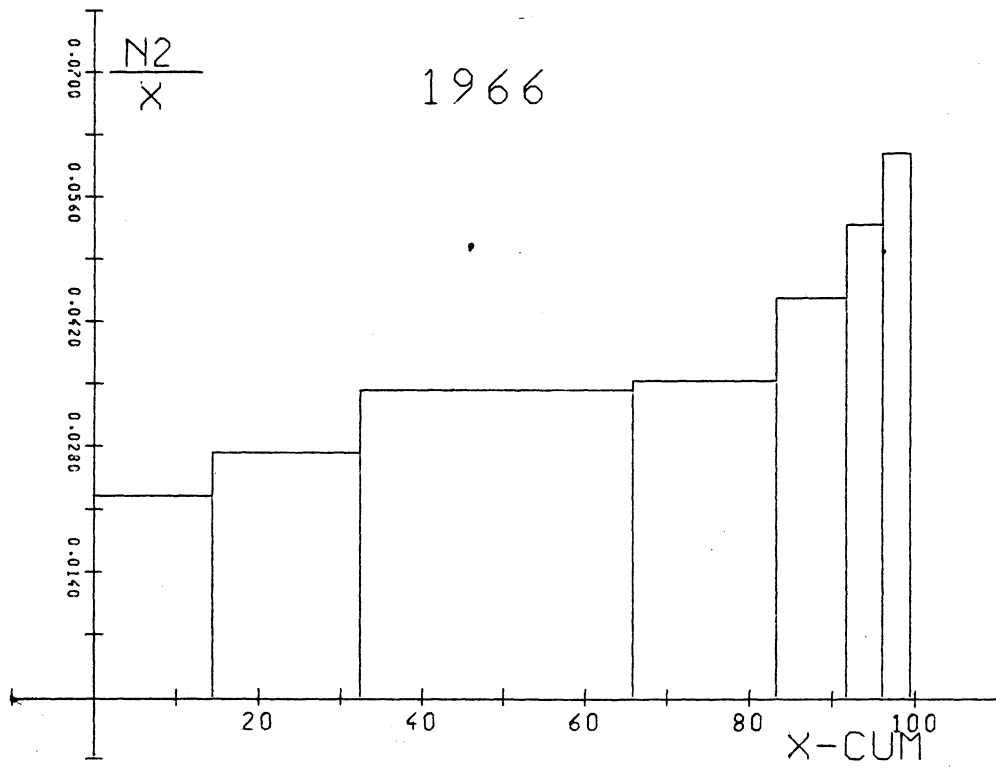
Produksjonsandelene er målt i prosent av realisert produksjon. Skalaen på ordinataksene er de samme for alle år.

#### Arbeidskraft

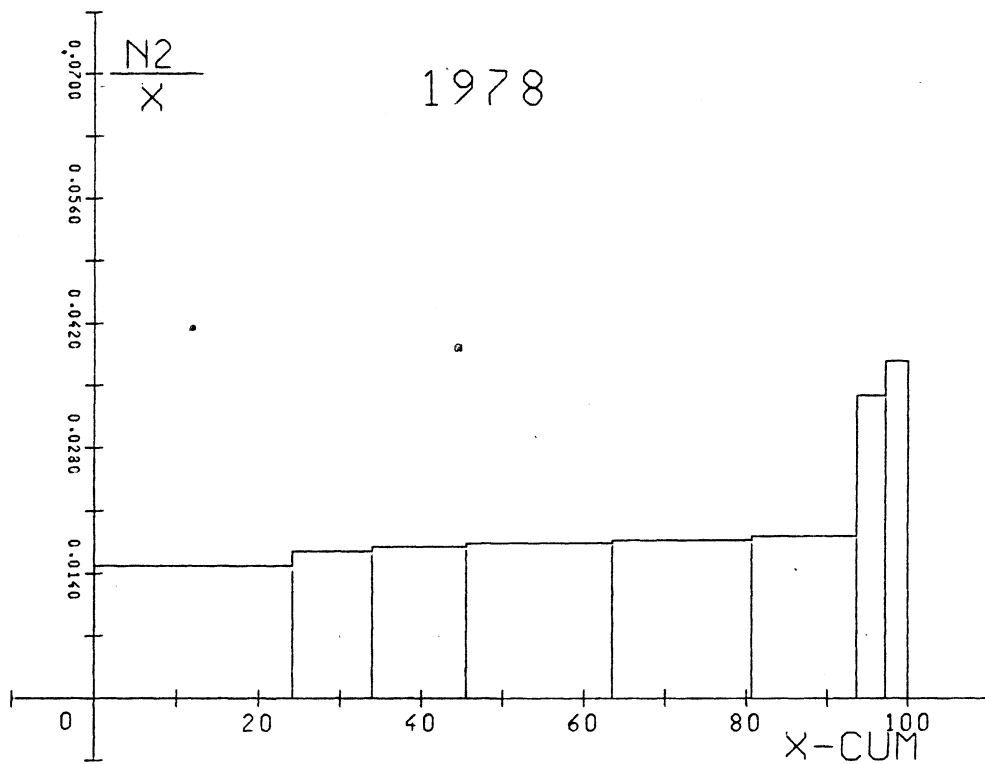
Vi skal først se på fordelingen av fabrikkasjonskoeffisientene for første og siste år i analysen separat: Disse er vist i figurene 3 og 4.

Fabrikkasjonskoeffisientene kan avleses på ordinataksen. På abcisse-aksen finner vi verkens andel av sektorens produksjon.

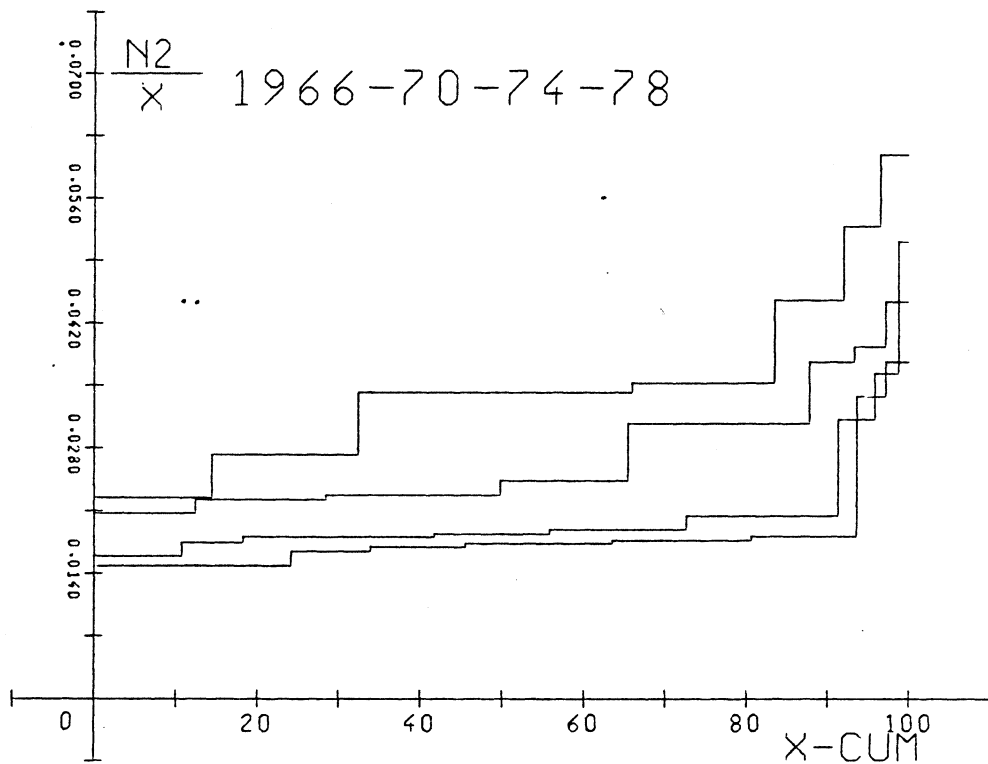
Fordelingen er mye jevnere i 1978 enn den er i 1966. I begge år er det de aller minste (og eldste) verkene som viser den laveste arbeidsproduktiviteten. For de øvrige verkene ser det ikke ut til å være systematiske forskjeller i arbeidskraftens produktivitet etter verkens størrelse.



Figur 3. Fordelingen av fabrikkasjonskoeffisienter for innsats av arbeidskraft i 1978.  
 $N_2 = 1\ 000$  arbeidstimer  
 $X =$  tonn aluminium



Figur 4. Fordelingen av fabrikkasjonskoeffisienter for innsats av arbeidskraft i 1978.  
 $N_2 = 1\ 000$  arbeidstimer  
 $X =$  tonn aluminium



Figur 5. Utviklingen i fordelingen av fabrikkasjonskoeffisienter for arbeidskraft i perioden 1966 -1978.  
 $N_2 = 1\ 000$  arbeidstimer  
 $X =$  tonn aluminium



Figur 5 viser hvordan fabrikkasjonskoeffisientene for arbeidskraft har utviklet seg gjennom perioden. Det har funnet sted en rask økning i arbeidsproduktiviteten, raskest først i perioden. Data for 1967 viser et spesielt stort sprang fra 1966 til 1967.

Bak denne utviklingen ligger en gradvis økning i graden av mekanisering og automatisering ved verkene. Automatisering og mekanisering av prosessen har i hele perioden hatt (og har fortsatt) høy prioritet i sektoren. Målet er å kunne redusere kostnadene, å redusere antallet miljøbelastede arbeidsplasser og å få bedre kontroll med og styring av prosessen.

EDB-styring er her et viktig element, og ble lansert i Norge helt i begynnelsen av analyseperioden. I 1978 var slik styring i bruk ved de 6 største verkene. Iflg. figur 2 er forskjellene i arbeidsproduktivitet disse verkene imellom ubetydelig.

### Energi

Det er svært liten variasjon i fabrikkasjonskoeffisientene for energi både i 1966 (fig. 6) og i 1978 (fig. 7), minst i 1978. Det er ikke mulig å spore noen tendens til samvariasjon mellom verkenes alder og/eller størrelse og deres energiforbruk i noen av åra.

Vi finner imidlertid en klar tendens til lavere energiforbruk i de verk som helt eller delvis andvender ovner med forbrente anoder. Dels skyldes dette de øvrige verkenes forbruk av olje til produksjon av anodemasse (ca. 930 kWh/tonn anodemasse og 500-570 kg anodemasse/tonn aluminium). Det er imidlertid ikke store endringer i bildet fra figur 7 til figur 8, som viser fabrikkasjonskoeffisientene for elektrisk kraft isolert. Den største forskjellen består i at ett av verkene, - med et åtypisk høyt forbruk av olje gjør ett langt sprang til venstre i histogrammet.

I følge Johansen og Thonstad (1979) vil det generelt være et noe lavere energiforbruk ved bruk av Søderberg-anoder. En viktig årsak til dette er at en oppnår et noe større strømutflytte med forbrente anoder.

I figur 9 ser vi utviklingen over tid. Det har bare funnet sted små endringer. Fabrikkasjonskoeffisientene viser en svak nedgang fra 1966 mot 1974, for så å stige noe igjen. Ser vi også på andre år, er den synkende tendensen klarere, (men fortsatt svak). Både 1966 og 1978 viser seg å være "unormale" år i denne trenden. (1966 noe lavt, 1978 noe høyt).

Ved siden av den svakt synkende tendensen er det en klar tendens til samvariasjon mellom høy kapasitetsutnyttelse og lave fabrikkasjonskoeffisienter.

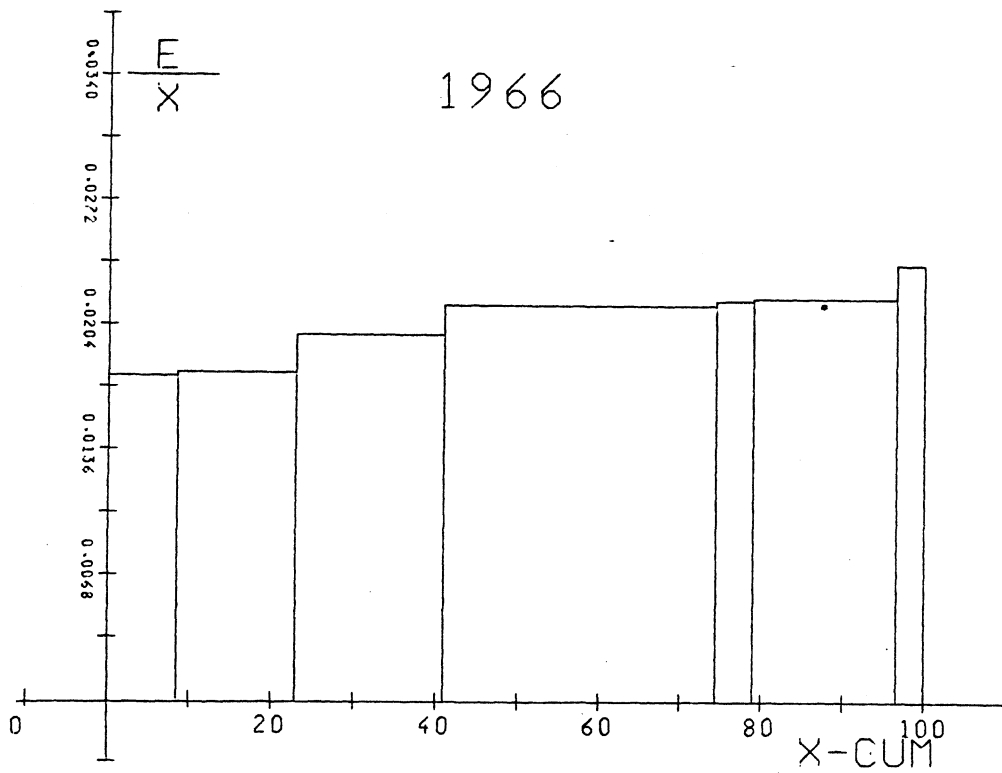
At endringene i perioden har vært små, må vi se i sammenheng med at det i dette tidsrommet ikke er tatt i bruk ny teknologi som kan føre til besparelser i energiforbruket av betydning. En reduksjon av forbruket krever ombygginger og store investeringer, og kan videre ha konsekvenser for systemsettingen. Aluminiumsverkene her i landet har stort sett tilstrekkelig tilgang på relativt rimelig elektrisk kraft.

### Kapasitetsfordelingen

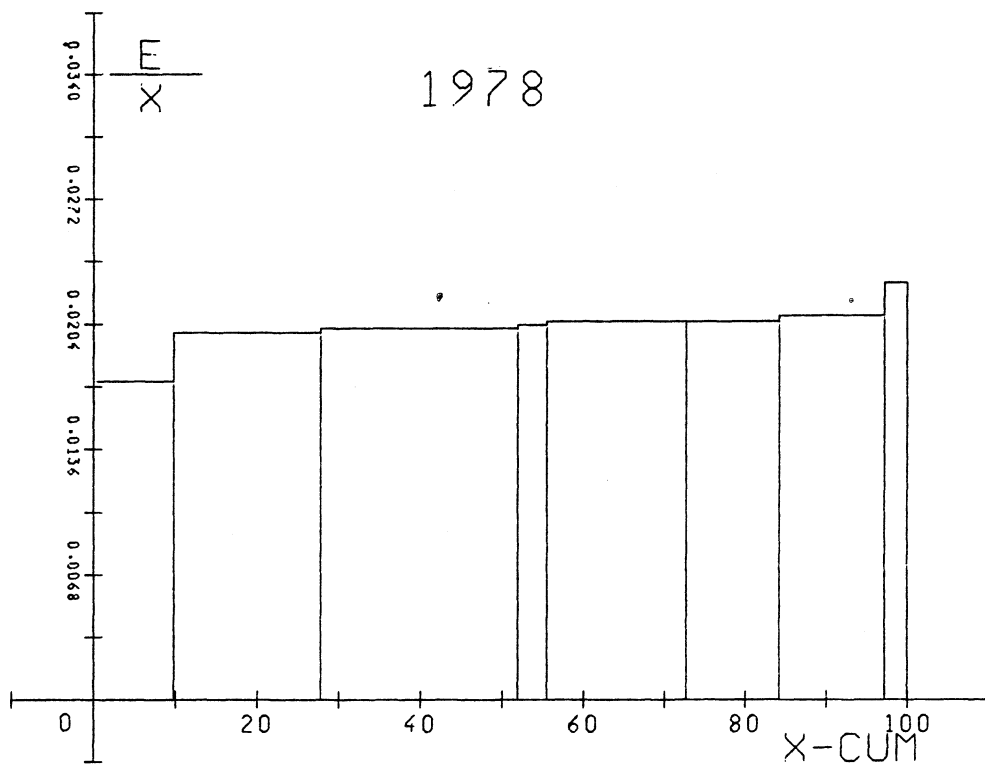
Fordelingen av kapasiteten for de to ytterårene i analyseperioden, 1966 og 1978, er vist i figur 10. Hvert kvadrat representerer ett verk, og størrelsen på kvadratene er proporsjonale med størrelsen på verkenes kapasitet. Skalaen er den samme for begge år. Kvadratene er fordelt i et rom utspent av fabrikkasjonskoeffisientene  $E/K$  og  $N_2/K$  der  $K$  er verkenes kapasitet målt i antall tonn. Forskjellen mellom  $E/K$  og  $N_2/K$  og fabrikkasjonskoeffisientene  $E/X$  og  $N_2/X$  fra histogrammene foran er ubetydelig.

Vi ser, som vi også kunne se i histogrammene foran, at det har funnet sted en betydelig bevegelse i fordelingen, - først og fremst i arbeidskraftsbesparende retning. Fabrikkasjonskoeffisientene for sektoren som helhet har sunket med 47 % for arbeidskraft og 2 % for energi. "Tyngdepunktet" har flyttet fra punktet med koordinater (0,03413; 0,02055) i 1966 til (0,01797; 0,02012) i 1978.

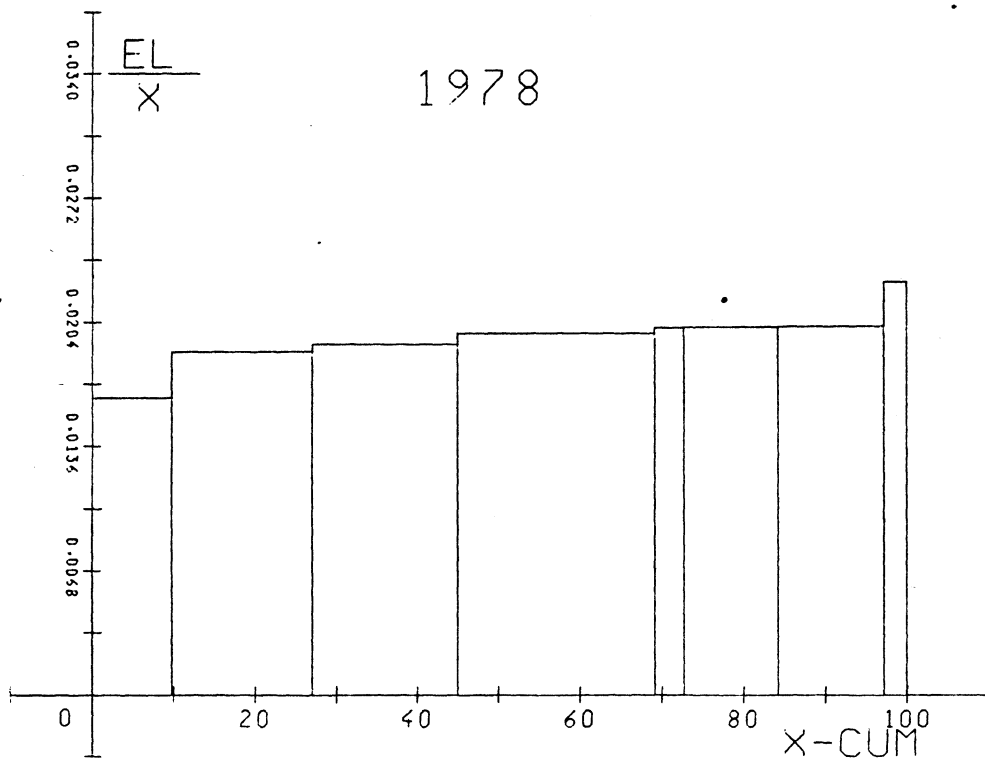
Videre ser vi at kapasitetsfordelingen er mye mer samlet i 1978 enn i 1966. Dette kan bety at verkene i løpet av perioden har tilpasset seg noenlunde likt til de nye mulighetene for automatisering og mekanisering.



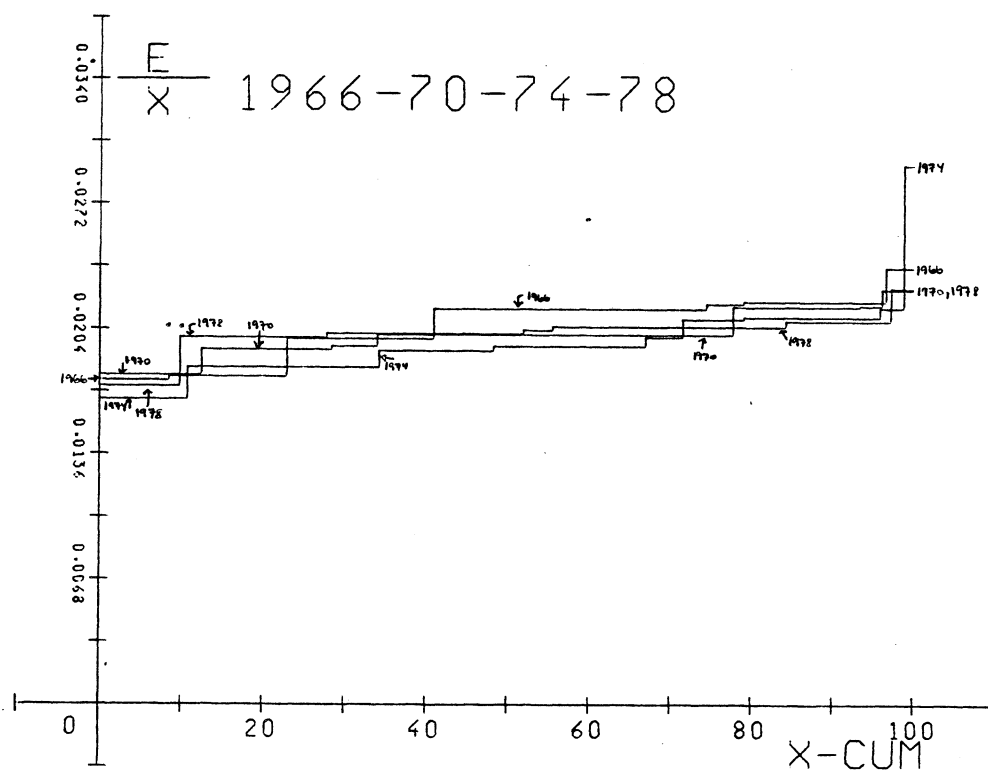
Figur 6. Fordelingen av fabrikkasjonskoeffisienter for innsats av energi i 1966.  
 E = millioner kWh  
 X = tonn aluminium



Figur 7. Fordelingen av fabrikkasjonskoeffisienter for innsats av energi i 1978.  
 E = millioner kWh  
 X = tonn aluminium

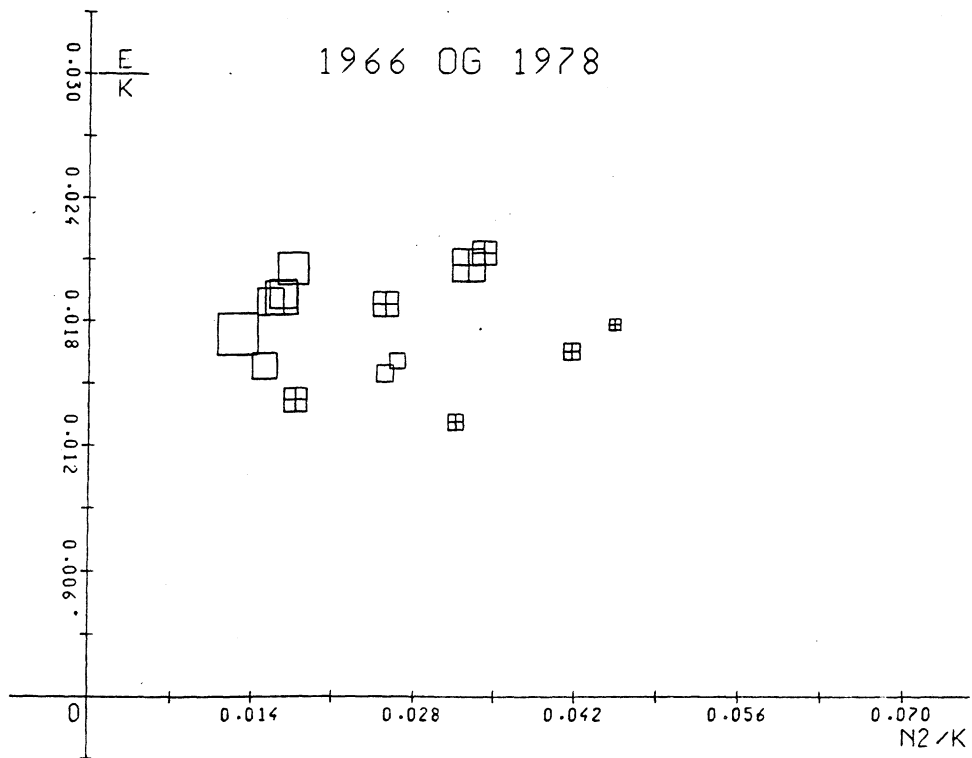


Figur 8. Fordelingen av fabrikkasjonskoeffisienter for innsats av elektrisk kraft i 1978.  
 EL = millioner kWh  
 X = tonn aluminium.



Figur 9. Utviklingen i fordelingen av fabrikkasjonskoeffisientene for innsats av energi i perioden 1966 - 1978.

E = millioner kWh  
X = tonn aluminium.



Figur 10. Kapasitetsfordelingen i 1966 og 1978. Hvert kvadrat representerer ett verk i ett år, de fylte kvadratene i 1966. Kvadratenes størrelse er proporsjonal med deres kapasitet. Skalaen er lik for begge år.  
 E = millioner kWh  
 $N_2$  = 1 000 arbeidstimer  
 K = tonn aluminium.

For begge år legger vi merke til at de aller minste verkene plasserer seg langt til høyre i diagrammet. Ett av dem er lagt ned i perioden, de to andre har påbegynt eller har planer om ombygging/modernisering.

#### Korttids-makroproduktfunksjonen

Substitusjonsområdet og isokvantkartet for korttids-makroproduktfunksjonen er presentert i figur 11, for årene 1966, 1970, 1974 og 1978. Avstanden mellom isokvantene er 30 000 tonn. Framfangsmåten for å kartlegge funksjonen er beskrevet i teoridelen foran.

Det typiske substitusjonsområdet vil være relativt smalt for lave isokvantverdier, vide seg ut for middels verdier, og smalne igjen mot slutten. I så måte er 1974 "mest typisk" i vårt analysemateriale. 1978, og særlig 1966 skiller seg ut som noe atypiske. I 1978 ser vi en innsnevring av substitusjonsområdet fra 9. til 12. isokvant (270 000 til 360 000 tonn). Dette skyldes at vi er svært nær en situasjon der begge grensene for substitusjonsområdet er bygd opp av de samme enheter, med samme enhet marginal på begge sider. Hadde vi nådd denne situasjonen ville området snevret seg inn til en linje.

I 1966 er to ulike enheter mest effektive med hensyn til arbeidskraft og energi. Begge enhetene er lite effektive med hensyn på den andre faktoren. De 3 neste enhetene på begge grensene er de samme, og i samme rekkefølge. Derfor får vi området raskt utspent, for deretter å være ganske jevnt.

I 1970 og 1974 ser vi at substitusjonsområdet degenererer til en kurve nær origo. Dette skyldes at samme enhet er mest effektiv med hensyn på begge faktorer (i 1970 er det to enheter som er henholdsvis mest og nest mest effektiv i begge retninger). Med unntak av 1970 degenererer substitusjonsområdet til en kurve for de høyeste isokvantverdiene. Dette skyldes på samme måte at ett og samme verk er minst effektiv med hensyn på begge faktorene (i 1974 er det to verk som er henholdsvis minst og nest minst effektive i begge retninger).

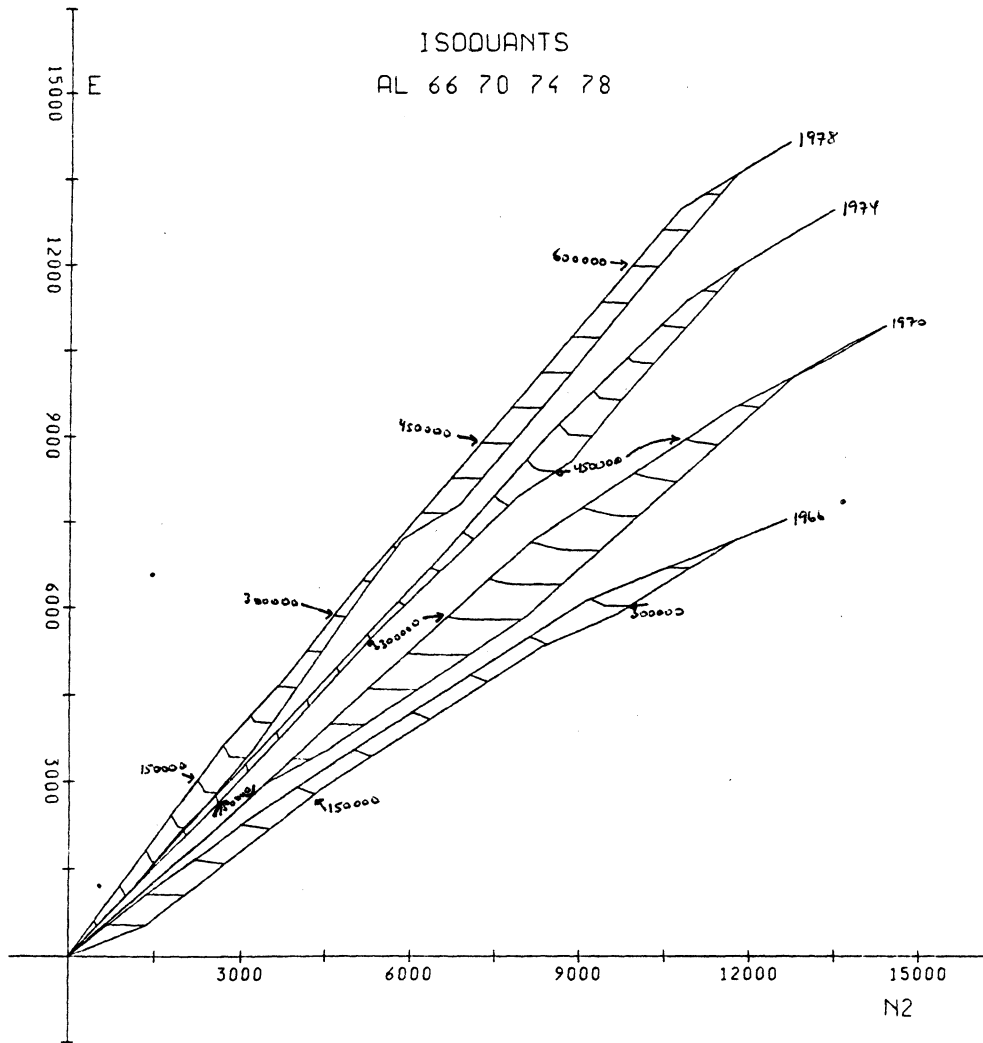
Over tid ser vi at vi har hatt markerte skift i substitusjonsområdet, "oppover" i diagrammet. Dette forteller at vi har hatt endringer i forholdet mellom faktorene. For fastholdt energiforbruk blir forbruket av arbeidskraft stadig lavere.

For å studere endringer i sektorens produktivitet kan vi betrakte skift i isokvanter som representerer samme produksjonsnivå. I figur 11 har vi markert 4 isokvanter; 150 000 tonn, 300 000 tonn, 450 000 tonn og 600 000 tonn. Vi ser at vi fra 1966 via 1970 til 1974 har en klar bevegelse inn mot origo, mest på abcissen, det vil si for bruk av arbeidskraft. Fra 1974 til 1978 er denne tendensen mer uklar. Vi har fortsatt en bevegelse mot origo på abcisse-aksen, men en tendens til bevegelse i motsatt retning på ordinat-aksen.

I tabell 7 og 8 kan vi sammenlikne koordinatpunktene for isokvantenes grenser for de nevnte produksjonsnivåene.

Tabell 7. Energiforbruk ved øvre og nedre grense for utvalgte isokvantnivåer, målt i millioner kilowattimer.

	150 000 tonn		300 000 tonn		450 000 tonn		600 000 tonn	
	øvre	nedre	øvre	nedre	øvre	nedre	øvre	nedre
1966 .....	2 903	2 790	6 148	6 024	-	-	-	-
1970 .....	2 796	2 796	5 839	5 787	8 946	8 843	-	-
1974 .....	2 768	2 628	5 543	5 450	8 591	8 379	11 550	11 527
1978 .....	3 027	2 809	5 873	5 828	8 883	8 877	11 977	11 961



Figur 11. Utviklingen av korttids-makroproduktfunksjonen for norsk aluminiumsindustri 1966 - 1978.  
 E = millioner kWh  
 N<sub>2</sub> = 1 000 arbeidstimer  
 Avstanden mellom isokvantene er 30 000 tonn.



Tabell 6. Forbruk av arbeidskraft ved øvre og nedre grense for utvalgte isokvanter målt i 1 000 arbeidstimer

	150 000 tonn		300 000 tonn		450 000 tonn		600 000 tonn	
	øvre	nedre	øvre	nedre	øvre	nedre	øvre	nedre
1966 .....	3 994	4 325	9 219	9 918	-	-	-	-
1970 .....	3 233	2 796	6 681	7 985	10 911	11 437		
1974 .....	2 538	2 573	5 269	5 319	8 083	8 601	11 209	11 474
1978 .....	2 224	2 552	4 681	4 875	7 281	7 824	9 967	10 435

Disse to tabellene bekrefter klart inntrykket fra figur 11. Produktivitetsendringen skyldes i hovedsak økt produktivitet av arbeidskraften. Vi ser at sektoren for lavere produksjonsnivåer i 1978 er mindre effektiv med hensyn til energiforbruk enn i de andre årene, og hele tiden mindre effektiv enn i 1974. Energiforbruket ser altså ut til å ha økt noe også for fastholdt produksjonsvolum, på bekostning av arbeidskraften.

Når vi tar prisutviklingen for faktorene, som er vist i tabell 6, i betraktning, virker en slik tilpasning ikke urimelig.

Formen på isokvantene kan fortelle oss noe om substitusjonsmulighetene. Når isokvantene er flate, kan vi spare relativt store mengder arbeidskraft ved tilsetting av relativt lite ekstra energi. Det motsatte vil være tilfellet med bratte isokvanter. Ved rette isokvanter kan små endringer i de relative prisene innen et gitt intervall føre til store endringer i faktorbruken. Ved krumme isokvanter må det større prisendringer til.

Vi skal her først ta for oss hvert enkelt av de fire åra foran, og se hvordan formen på isokvantene utvikler seg med produksjonsnivået. Derneft skal vi sammenlikne formen på isokvanter som representerer samme produksjonsnivå for ulike år.

Den marginale substitusjonsbrøken,  $q_1/q_2$ , langs isokvantene vil gi oss den nødvendige informasjon om isokvantenes form. Lav marginal substitusjonsbrøk indikerer ett flatt isokvantsegment, og omvendt.

For 1966 er isokvantene flate fram til og med 9. isokvant (270 000 tonn). De er flatest først, for så å bli brattere utover. De fleste isokvantene består bare av ett segment, og  $q_1/q_2$  langs dette stiger fra 0,0099 til 0,4663. 10. isokvant (300 000 tonn) starter like bratt (0,4663), men er vesentlig krummere og flatere ut mot sin nedre grense. Siste isokvant før substitusjonsområdet kollapser, er praktisk talt horisontal. I hele substitusjonsområdet kan vi altså ved å bevege oss langs isokvanter fra dets nedre til dets øvre grense spare mye arbeidskraft ved liten ekstra tilsats av energi.

I 1970 er isokvantene gjennomgående flate, men også noe mer krummet. Selv langs de bratteste isokvantsegmentene i 1970 er  $q_1/q_2$  ikke høyere enn 0,2398. For middels høye nivå på produksjonen er substitusjonsområdet i 1970 videre enn i 1966, og isokvantene dermed lenkere. Da er også innsparingsmulighetene for arbeidskraft større.

Isokvantene i 1974 er svært bratte for lave produksjonsnivåer.  $q_1/q_2$  er større enn 1 langs hele isokvanten opp til og med 10. isokvant (300 000 tonn). Deretter krummes isokvanten i en bratt og en slakere del. Den bratte delen blir stadig kortere, og den 20. isokvanten er flat i hele sin utstrekning, med en  $q_1/q_2$ -verdi på 0,0886. Substitusjonsmulighetene i 1974 er langt dårligere enn i 1966 og 1970, og for store deler av substitusjonsområdet skal det her større innsats til av en faktor til substitusjon for den andre.

I 1978 er de 2 første isokvantene bratte, derneft krummer de i en bratt og en flatere del. Den bratte delen blir stadig kortere, men forsvinner ikke helt før i 15. isokvant (450 000 tonn), selv om den etter hvert blir så kort at den knapt er synlig i figur 11. I resten av substitusjonsområdet for 1978 er isokvantene flate, tilnærmet horisontale.

Vi skal sammenligne de 4 markerte isokvantene for ulike år, for å se endringene i substitusjonsmulighetene på ulike produksjonsnivåer.

I tabell 9 finner vi den marginale substitusjonsbrøken langs de utvalgte isokvantene.



I tabell 10 har vi også fått tatt hensyn til lengden på de ulike isokvantsegmenter og isokvanter. Tabellen gir samme inntrykk som tabell 9. Med unntak av 1974 er innsparingsmulighetene for arbeidskraft gjennomgående større enn innsparingsmulighetene for energi. Ved siden av utviklingen i den relative faktorprisen gir dette forklaring på den utvikling av fabrikkasjonskoeffesientene vi tidligere har beskrevet, med stor nedgang i koeffesientene for arbeidskraft - særlig fram mot 1974, og liten endring i koeffesientene for energi.

Faktorprisproporsjonene for de 4 åra er henholdsvis 0,6777, 0,9847, 1,1862 og 1,4184. Jamført med tabell 9 viser dette at vi med unntak fra lave produksjonsnivåer i 1978 og lavere og midlere nivåer i 1974 vil vi ikke få noen tangering mellom linjer for realiserte prisproporsjoner og isokvantene i figur 11. Tilpasningen vil stort sett finne sted i isokvantenes øvre endepunkt. Vi har videre gjennomgående en svært høy grenseproduktivitet for energi jamført med verdiene av PE/P.

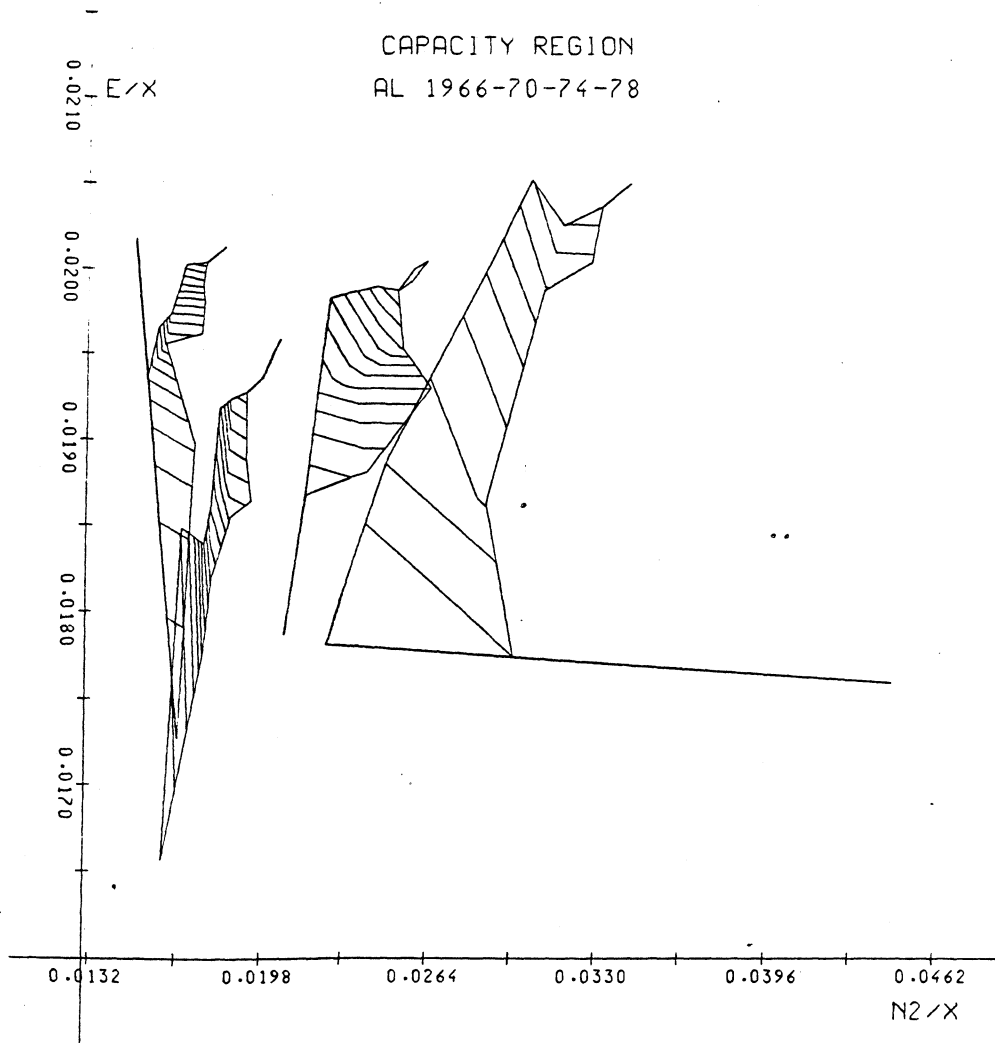
En annen måte å illustrere den teknologiske utviklingens virkning på korttidsmakroproduktfunksjonen på er å betrakte utviklingen av et kart av isokvanter fra denne funksjonen transformert over i fabrikkasjonskoeffisientrommet. En slik transformasjon av isokvantkartene er vist i figur 12.

Det transformerte isokvantkartet av korttidsmakroproduktfunksjonen, som vi har kalt kapasitetsregionen, viser området av mulige fabrikkasjonskoeffisienter for makroproduktfunksjonen som helhet. Dette området må derfor nødvendigvis bli mindre vidt enn området for kapasitetsfordelingen av de enkelte verk. Også her går det klart fram at det har funnet sted en bevegelse i retning energiaksen, delvis noe mot origo. Vi ser dessuten at området har blitt trangere.

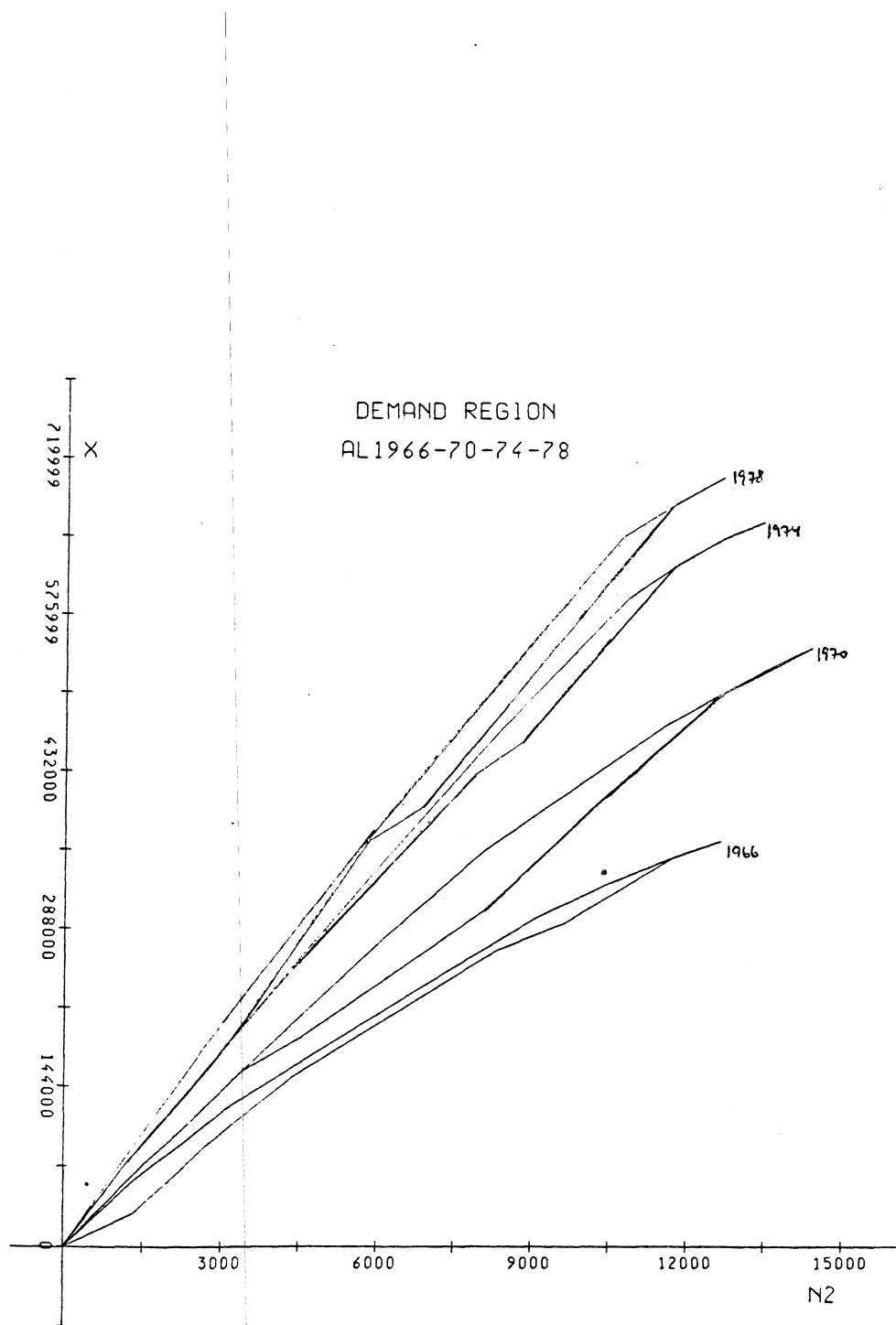
Områdets grense mot origo kan vi oppfatte som sektorens tekniske front for de enkelte år. Dette skal vi ikke komme nærmere inn på her.

Som før nevnt kan vi også studere substitusjonsområdet partielt for hver av faktorene. Vi kartlegger da etterspørselsområdet, det vil si området for mulig innsats av hver faktor isolert som funksjon av relative priser og kapasitetsutnyttelse. Etterspørselsområdene for arbeidskraft og energi i de 4 utvalgte årene er vist i figurene 13 og 14.

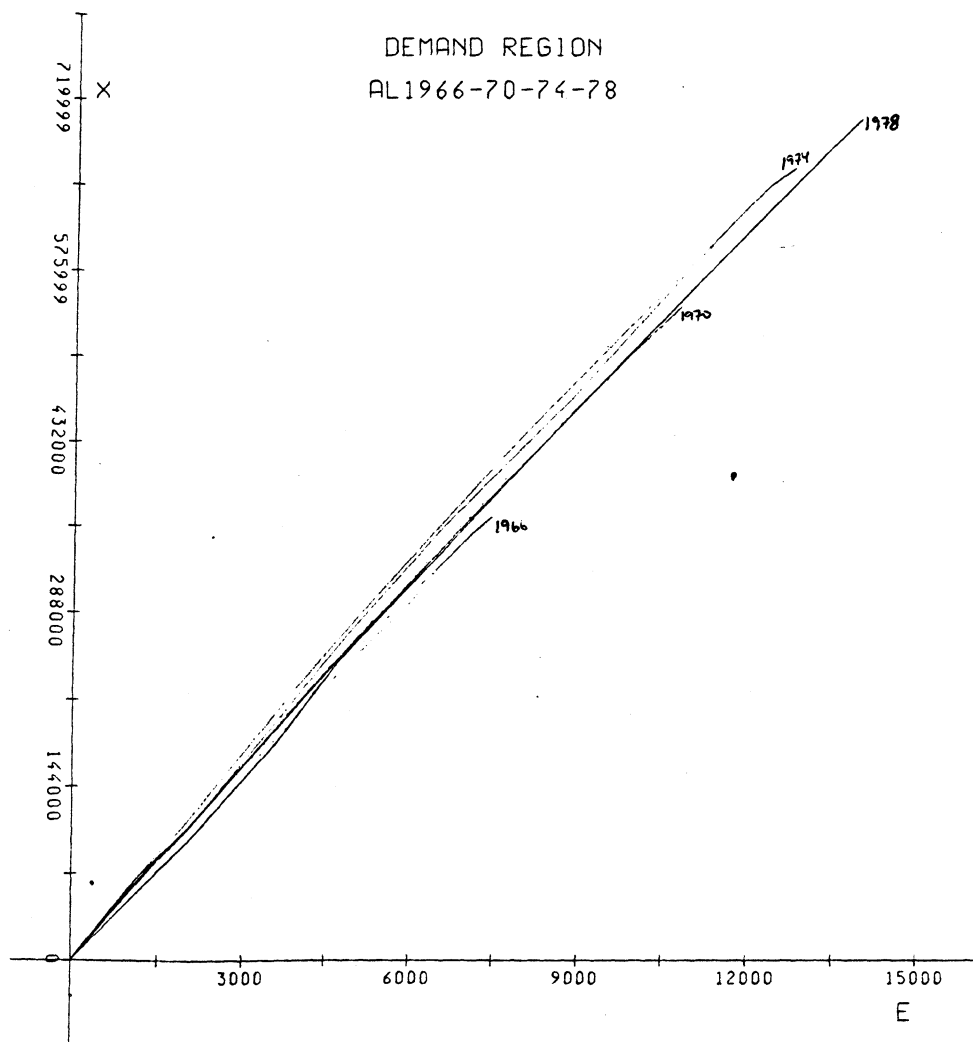
Disse figurene bekrefter den utvikling i substitusjonsområdet som vi så i figur 11. Vi ser tydelig at substitusjonsmulighetene for energi er svært begrenset. Etterspørselsområdene for energi er så trange at de tilnærmet degenererer til kurver. Etterspørselsområdene for arbeidskraft er mye videre, og har tilnærmet samme form som substitusjonsområdene, noe som bekrefter at det i første rekke er substitusjonsmulighetene for arbeidskraft som spenner ut substitusjonsområdene.



Figur 12. Utviklingen i kapasitetsregionen for korttidsmakroproduktfunksjonen 1966 - 1978.  
 E = millioner kWh  
 $N_2$  = 1 000 arbeidstimer  
 X = tonn aluminium.



Figur 13. Etterspørselsområdet for arbeidskraft til norsk aluminiumsindustri 1966 -1978.  
 $N_2 = 1\ 000$  arbeidstimer  
 $X =$  tonn aluminium.



Figur 14. Etterspørselsområdet for energi til norsk aluminiumsindustri 1966 -1978.  
E = millioner kWh  
X = tonn aluminium.

## LITTERATUR

- Frisch, R. (1971): *Innledning til produksjonsteorien*, 2. utgave. Oslo: Universitetsforlaget.
- Førsund, F. og Hjalmarson, L. (1978): "Production functions in Swedish particle board industry" in *Le capital dans la fonction de production*, Centre National de la Recherche Scientifique, Paris.
- Johansen, L. (1972): *Production Functions*, Amsterdam: North Holland.
- Johansen, L. og Sørsveen, A. (1966): "Notater om måling av realkapital og produksjonskapasitet i sammenheng med økonomiske planleggingsmodeller". *Memorandum*, sosialøkonomisk institutt, Universitetet i Oslo.
- Johansen, P. og Thonstad, J. (1979): "Aluminiumsframstilling, teknologi og utviklingstendenser. Endelig rapport". *SINTEF-rapport STF 34*, Trondheim.
- Ringstad, V. (1971): "Estimating production functions and technical change from microdata". *SØS 21*. Statistisk Sentralbyrå, Oslo.
- Seip, D. (1974): "A geometrical Approach to Aggregation from Micro to Macro in Putty-clay Aggregated Production Functions. *Memorandum*, Sosialøkonomisk Institutt, Universitetet i Oslo.
- Statistisk Sentralbyrå (1974): "Energiforbruket 1969-72". *Statistisk ukehefte nr. 33, 1974*. Oslo.
- Statistisk Sentralbyrå (1975 a): "Historisk oversikt over skattesatser mv. Del I. Arene til og med 1969. *Arbeidsnotater IO 75/5*, Oslo.
- Statistisk Sentralbyrå (1975 b): "Historisk oversikt over skattesatser mv. Del II. Arene fra 1970 til 1975. *Arbeidsnotater IO 75/6*, Oslo.
- Svensen, B. (1980): "En analyse av norsk aluminiumsindustri". *IØI-rapport nr. 16*, Bergen.
- Wibe, S. og Puu, T. (1980): *The Economics of Technological Progress*, London: The Macmillan Press Ltd.