

Interne notater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

IN 81/12

24. mars 1981

EN KVALITATIV VURDERING AV ULIKE ESTIMATORER TIL BRUK I LASTEBILUNDERSØKELSEN

av

Roy Østensen

INNHOLD

Side

1. Innledning	1
2. Estimatorer brukt av 4. kontor i lastebiltellingene	2
3. En regneteknisk vurdering av korreksjons- og oppblåsningsfaktorene	4
4. Forslag til nye estimatorer	5
5. En sammenligning av estimatorene under to modeller	9
5.1. Modell 1	9
5.2. Modell 2	13
5.3. Studium av effisienser	15
6. Estimering av totaler	16
7. En samlet vurdering av estimatorene	20
8. Oppsummering	22

Vedlegg

1. En sammenligning av de oppblåsningsfaktorene som er brukt mot nøyaktige oppblåsningsfaktorer.	25
2. Middelkvadratfeilene til estimatorene innen hver kjøretøygruppe for noen utvalgte fylker og kvartaler under modell (i).	29
3. Middelkvadratfeilene til estimatorene innen hver kjøretøygruppe for noen utvalgte fylker og kvartaler under modell (ii).	35

1. Innledning

4. kontor gjennomførte i 1973 og i 1978 to lastebilundersøkelser. Formålet med undersøkelsene var å regne ut samlede transporter ut fra transportoppgavene fra fire tellingsuker. Tellingsukene ble valgt slik at det skulle være mulig å sammenligne resultatene med tidligere tellinger. Det ble trukket ut like mange biler til hver tellingsuke.

I dette notatet ser vi nærmere på de estimatorene 4. kontor har benyttet. I kap. 2 gjør vi rede for hvordan estimatorene er konstruert. Under arbeidet oppdaget vi enkelte særegenheter ved selve beregningsmetodene, og i kap. 3 gir vi derfor en nærmere vurdering av dem. Kap. 3 er ikke vesentlig for framstillingen som sådan, men vi ønsker med det å gjøre oppmerksom på visse punkter av rent regneteknisk art som man bør passe på. Bl.a. ble det innført visse betydelige avrundingsfeil som man bør prøve å unngå.

Kap. 4 gjør rede for fire andre estimatorer som kan være naturlige å bruke, og hvilke forutsetninger de bygger på. I samme kapittel ser vi også litt på hvilken betydning de bensindrevne bilene har. De utgjør et problem, siden det ikke finnes noen registeropplysninger om hvor langt de bensindrevne bilene har kjørt i hvert kvartal.

I kap. 5 foreslår vi så to modeller som synes realistiske, nemlig modell (i):

$$E(X_{ij}/y_{ij}, z_{ij}) = \beta w_{ij}$$

$$\text{Var}(X_{ij}/y_{ij}, z_{ij}) = \sigma^2 w_{ij}$$

der $w_{ij} = y_{ij} z_{ij}$

og modell (ii):

$$E(X_{ij}/y_{ij}, z_{ij}) = \beta y_{ij}$$

$$\text{Var}(X_{ij}/y_{ij}, z_{ij}) = \sigma^2 y_{ij}$$

Modell (i) sier at de transportene vi er interessert i, er avhengige av nyttelast x vognkm, mens modell (ii) betyr at transportene bare er direkte avhengige av vognkilometrene. Avhengigheten av nyttelasten vil i tilfelle bare være indirekte, via kjørte vognkilometer. I tillegg har jeg gjort visse forutsetninger om korrelasjonene, og under disse forutsetningene har jeg beregnet forventninger og middelkvadratfeil for de enkelte estimatorene. Det viser seg at rateestimatorene $T_1 = \frac{d}{Y} X$ og $T_2 = \frac{b}{Y} X$ er forventningsrette under henholdsvis modell (i) og (ii), mens de andre estimatorene er forventnings-skjeve. Jeg ser også litt på hvilken innflytelse dette har på middelkvadratfeilen sammenlignet med henholdsvis T_1 og T_2 . Det viser seg at under visse forutsetninger faller T_1 og T_2 dårligere ut enn de estimatorene 4. kontor har brukt, men tabell 3 og 4 antyder at i langt de fleste tilfellene er det T_1 og T_2 som er best. Spesielt er dette tilfelle når modell (i) gjelder.

I kap. 5 betrakter vi først og fremst tall for hver vogngruppe innen hvert fylke for seg. I kap. 6 ser vi så på estimering av totaler for hver vogngruppe på årsbasis, samt totaler innen hvert fylke. Sammenligningen er hele tiden foretatt under forutsetning av at alle bilene er dieseldrevne, slik at vi har registeropplysninger om kjørte vognkm for hver bil. Det viser seg da at T_1 og T_2 , beregnet på grunnlag av totaltall, gir de beste resultatene.

For de bensindrevne bilene er det best å basere seg på $B = u \frac{c}{z} X$ hvor u er antall uker i kvartalet og c og z er nyttelast i henholdsvis registeret og i utvalget.

I kap. 7 gir vi en mer helhetlig vurdering av hvilke estimatorer som er brukt. Mens de tidligere kapitlene har forutsatt at vi har et register over kjørte kilometer for hver bil, ser vi her litt på hvordan estimatorene bør korrigeres for å ta hensyn til at en del av vognparken består av bensindrevne biler. Registeret inneholder nemlig ikke opplysninger om kjørte kilometer for disse bilene.

Kapittel 8 gir til slutt en kort oversikt over når de enkelte estimatorer bør brukes.

Notatet bygger på en modelltankegang, hvilket vil si at vi studerer estimatorene under visse modellforutsetninger. Modellene synes å være realistiske ut fra de korreksjonsfaktorene 4. kontor har brukt. Det som i tilfelle gjenstår, er en nøyere vurdering av når hver av de to modellene jeg foreslår i kap. 5, virkelig gjelder. Videre har jeg gjort visse anslag på hvor stor forventningsparameteren β og variansparameteren σ^2 er. β er relativt enkel å anslå ut fra tallene fra lastebilundersøkelsen 1978, mens vi har få holdepunkter når det gjelder σ^2 . Jeg har derfor tatt utgangspunkt i de verdiene for standardfeilen som svenskene bruker i sine undersøkelser. Det bidraget forventningsskjevheten gir til middelkvadratavviket avhenger sterkt av hvor stor β^2 er i forhold til σ^2 . De verdiene jeg har kommet fram til for middelkvadratavviket må derfor ikke oppfattes som de faktiske middelkvadratavvik som gjelder for lastebilundersøkelsen 1978. De er ment kun til hjelp for en rent kvalitativ vurdering av de enkelte estimatorene. Når det gjelder å estimere standardfeil, må man foreta kjøringer på de dataene som kom inn fra lastebilundersøkelsen.

2. Estimatorer brukt av 4. kontor i lastebiltellingene

Til hver enhet i populasjonen er det knyttet tre størrelser, som vi vil betegne med a, b og c. a kan f.eks. være fraktmengde, antall kjørte turer, kjørte kilometer fordelt på ukedag, eller fraktmengde \times kjørte kilometer. Vi vil la b betegne totalt antall registrerte vognkilometer og la c være total mengde registrert nyttelast. (Nyttelasten er definert som den maksimale godsmengde en bil er registrert for.) For å holde antall indekser på et minimum, vil vi i første omgang begrense oss til et enkelt fylke og et bestemt kvartal, f.eks. 2. kvartal, siden det kvartalet hadde 13,0 uker. Vi vil dessuten foreløpig anta at alle de aktuelle bilene er diseldrevne. Dette medfører ingen spesiell begrensning.

Da lar vi

$$a_{ij} = \text{a-verdien for vogn } i \text{ av } j\text{-te vogntype i kvartalet, } i = 1, 2, \dots, N_j; j = 1, 2, \dots, L$$

(I tellingen er det operert med i alt 16 vogntyper, slik at $L = 16$ i tellingen.)

Vi er interessert i å estimere

$$(2,1) \quad a_j = \sum_{i=1}^{N_j} a_{ij}$$

dvs. total a-verdi for vogntype j, og

$$(2,2) \quad a = \sum_{j=1}^L a_j$$

dvs. total a-verdi, summert over alle vogntyper.

I bilregisteret finner vi

$$b_{ij} = \text{registrerte vognkilometer for vogn nr. } i \text{ av type } j \text{ i populasjonen.}$$

og

$$c_{ij} = \text{registrert nyttelast for vogn nr. } i \text{ av type } j \text{ i populasjonen.}$$

La

$$(2,3) \quad b_j = \sum_{i=1}^{N_j} b_{ij}$$

$$b = \sum_{j=1}^L b_j$$

og

$$(2,4) \quad c_j = \sum_{i=1}^{N_j} c_{ij}$$

$$c = \sum_{j=1}^L c_j$$

I tillegg definerer vi størrelsen nyttelast x vognkilometer:

$$(2,5) \quad d_{ij} = b_{ij} c_{ij}$$

$$d_j = \sum_{i=1}^{N_j} d_{ij}$$

$$d = \sum_{j=1}^L d_j$$

For å estimere a_j og a i kvartalet er det trukket et utvalg s på n_j enheter fra de N_j enhetene i populasjonen, ialt

$$n = \sum_{j=1}^L n_j$$

$$\text{La} \quad N = \sum_{j=1}^L N_j$$

være totalt antall enheter (biler) i populasjonen.

I hvert kvartal har det vært en tellingsuke, og i uken er det observert

X_{ij} = a-verdien til bil nr. i av type j i utvalget.

Y_{ij} = kjørte km for bil nr. i av type j

Z_{ij} = nyttelast for bil nr. i av type j .

$$W_{ij} = Y_{ij} Z_{ij}$$

Vi lar $X_j = \sum_i X_{ij}$, $Y_j = \sum_i Y_{ij}$, $Z_j = \sum_i Z_{ij}$ og $W_j = \sum_i W_{ij}$

og X , Y , Z og W betegne totalverdiene når vi også summerer over j .

Det er definert to korreksjonsfaktorer:

For tonn- og tonnkilometertall:

$$(2,6) \quad k_1 = \frac{d}{\sum_j \frac{N_j}{n_j} W_j}$$

og for vognkilometertall:

$$(2,7) \quad k_2 = \frac{b}{\sum_j 13 \frac{N_j}{n_j} Y_j}$$

Ut fra dette beregnes to oppblåsningsfaktorer for hver biltype:

For tonn- og tonnkilometertall:

$$(2,8) \quad P_{1j} = 13 \frac{c_j}{Z_j} k_1 = 13 \frac{c_j}{Z_j} \frac{d}{13 \sum_k \frac{N_k}{n_k} W_k} = \frac{c_j}{Z_j} \frac{d}{\sum_k \frac{N_k}{n_k} W_k}$$

og for vognkilometertall

$$(2,9) \quad P_{2j} = 13 \frac{c_j}{Z_j} \frac{b}{13 \sum_k \frac{N_k}{n_k} Y_k} = \frac{c_j}{Z_j} \frac{b}{\sum_k \frac{N_k}{n_k} Y_k}$$

Dermed får estimatorene formen:

$$(2,10) \quad M_{1j} = \frac{c_j}{Z_j} \frac{d}{\sum_k \frac{N_k}{n_k} W_k} X_j$$

$$M_{2j} = \frac{c_j}{Z_j} \frac{b}{\sum_k \frac{N_k}{n_k} Y_k} X_j$$

3. En regneteknisk vurdering av korreksjons- og oppblåsningsfaktorene

Som det framgår av kapittel 2, har antall uker i kvartalet ingen innflytelse på oppblåsningsfaktorene. Det er derfor ingen grunn til å ta med dette leddet. Regneteknisk er det derfor like greit å bruke de to følgende korreksjonsfaktorene:

$$(3,1) \quad k_1' = \frac{d}{\sum_j \frac{N_j}{n_j} W_j}$$

og

$$(3,2) \quad k_2' = \frac{b}{\sum_j \frac{N_j}{n_j} Y_j}$$

og så beregne oppblåsningsfaktorene som

$$(3,3) \quad P_{1j} = \frac{c_j k_1'}{Z_j}$$

$$P_{2j} = \frac{c_j k_2'}{Z_j}$$

Jeg har forøvrig merket meg følgende når det gjelder de faktiske beregningene:

- i) Det er benyttet kun to gjeldende sifre i korreksjonsfaktorene k_1 og k_2 . Siden de utgjør en mellomregning, synes jeg det må være best å øke antall gjeldende sifre til fire eller fem, for å sikre seg mot tap i nøyaktigheten i den videre regningen. Siden bordregnemaskinen har et minneverk, skulle dette gi svært lite ekstraarbeid.
- ii) Under selve beregningen av oppblåsningsfaktorene er først en ukorrigert oppblåsningsfaktor $\frac{c_j}{Z_j}$ beregnet. Det viser seg at før den er blitt multiplisert med korreksjonsfaktorene, er den blitt avrundet til nærmeste hele tall. Hvis vi tar tallene for 1. tellingsuke i Østfold som eksempel, har vi for lastebiler over 10 tonn (ca. 100 biler i utvalget)

$$\frac{c}{Z} = \frac{4271}{1247} = 3,43$$

Dette er blitt avrundet til 3, en avrundingsfeil på 12,5 prosent. Tar vi varebiler for samme fylke og tellingsuke (4 biler i utvalget), har vi

$$\frac{c}{Z} = \frac{2773}{6} = 462,17$$

som er avrundet til 462, en feil på 0,04 prosent! Resultatet blir at de biltyperne tellingen gir best resultater for, får de mest unøyaktige oppblåsningsfaktorene, se vedlegg 1, hvor det er gjort en sammenligning mellom de oppblåsningsstallene som faktisk er brukt, og de nøyaktige tallene. Som eksempel har jeg tatt utgangspunkt i Østfold, Akershus og Finnmark. En liten ting man bør være oppmerksom på, er forøvrig at bordregnemaskinene glemmer sifre som ikke vises i vinduet. Dette tilsier at man bør multiplisere total nyttelast c_j med korreksjonsfaktoren før man dividerer på Z_j . Dermed taper man ikke nøyaktighet.

4. Forslag til nye estimatorer

Som nevnt i kap. 2 bruker 4. kontor følgende to estimatorer i lastebiltellingen:

$$(4,1) \quad M_{1j} = \frac{c_j}{Z_j} \frac{d}{\sum_k \frac{n_k}{n_k} w_k} X_j$$

for tonn og tonnkilometer, og

$$(4,2) \quad M_{2j} = \frac{c_j}{Z_j} \frac{b}{\sum_k \frac{n_k}{n_k} Y_k} X_j$$

for turer og vognkilometer. Aaberge & Helgeland (1980) påpeker at grunnlaget for disse estimatorene er at a_{ij} er (nær-) proporsjonal med $b_{ij} c_{ij}$.

Når man studerer tabeller som er kjørt, spesielt tabeller for gods (tonn- og tonnkilometertall), synes en slik sammenheng å være til stede. Når det gjelder gjennomsnittlig kjørte vognkilometer, viser tallene også en viss økning med økende nyttelast, selv om en slik proporsjonalitet ikke er like tydelig her. Konstruksjonen av M_{1j} kan tyde på at 4. kontor mener at en proporsjonalitet mellom a_{ij} og b_{ij} er mer realistisk i dette tilfellet. (Faktoren $\frac{c_j}{z_j}$ vil være tilnærmet proporsjonal med $\frac{N_j}{n_j}$.)

Ut fra sine betraktninger foreslår Aaberge, & Helgeland (1980) følgende alternative estimator:

$$(4,3) \quad T_{1j} = \frac{d_j}{W_j} X_j$$

Riktignok ser de på totaltall innen hvert fylke, mens vi foreløpig betrakter hver vogntype for seg. I et senere avsnitt vil vi se nærmere på totaltallene innen hvert fylke og for hele landet.

Et annet aktuelt alternativ er

$$(4,4) \quad T_{2j} = \frac{b_j}{Y_j} X_j$$

Denne estimatoren synes å være mer aktuell i de tilfeller hvor 4. kontor har basert seg på M_{2j} , nemlig vognkilometertall. Det er en svak tendens til at biler med størst nyttelast kjører lengst, se tabell ii s. 10 i NOS "Lastebiltransport 1973". (Denne tendensen er for øvrig mindre tydelig i tabell 2 i NOS "Lastebiltransport 1978".) Dette kan bety at hvis man bruker T_{1j} ved estimering av vognkilometertall, kan man risikere å overestimere tallene, siden de store vognene får størst vekt; men dette må i tilfelle undersøkes nærmere. I den forbindelse bør vi være oppmerksom på at d_j og W_j i forbindelse med tellingen i 1978 og tidligere tellinger er regnet ut som $d_j = t_j b_j$ og $W_j = t_j Y_j$, hvor $t_j = \frac{c_j}{N_j}$ er gjennomsnittlig nyttelast ("tonnasje") i registeret for vedkommende vogngruppe. Siden vi kun unntaksvis har at $\sum_i c_{ij} b_{ij} = t_j \sum_i b_{ij}$ og $\sum_i c_{ij} Y_{ij} = t_j \sum_i Y_{ij}$, vil dette føre til unøyaktigheter.

Nå er vi gjerne ikke interessert i tallene for hver vogngruppe innen hvert fylke, men først og fremst interessert i fylkesvise tall, totaltall for hver vogngruppe for hele landet og tall i alt for hele landet. De unøyaktighetene som er innført i og med disse tilnærmelsene for d_j og W_j skulle derfor ikke ha noen stor betydning for sluttresultatet. Likevel vil vi anbefale at beregningene baseres på de korrekte formlene. Vi ville tro at de transformasjonene som i tilfelle må gjøres, ikke skulle by på vesentlig programmeringsmessig merarbeid. Spesielt for de mest inhomogene vogngruppene (f.eks. trekkvogner) skulle dette være en fordel.

I alle fall betyr ovennevnte tilnærming at $T_{1j} = T_{2j}$ innen hver vogngruppe i hvert fylke. Følgelig vil de ha samme forventning og middelkvadratfeil, så lenge ovennevnte tilnærming brukes.

T_{1j} og T_{2j} bygger på at vi har antall vognkilometer i et register, altså at bilene er dieseldrevne. Siden nesten 45 prosent av alle bilene som skulle være med i tellingen, var bensindrevne (ca. 42 000 biler av ialt ca. 98 000 biler pr. 1/1 - 1978), kan vi ikke basere oss på T_{1j} og T_{2j} for totalt antall biler. I den forbindelse kan det forresten være interessant å se hvor stor andel bensindrevne biler det er i hver bilgruppe, ut fra antallet og ut fra nyttelasten, for å få en oversikt over hvor stor betydning de bensindrevne bilene har. En slik oversikt finnes i tabell 1.

Tabell 1. Andel bensindrevne, på grunnlag av antall og nyttelast i 1. kvartal 1978

Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	Antall biler			Nyttelast. Tonn		Andel bensin- drevne biler
		Total	Bensin- drevne	Andel bensin- drevne Prosent	Totalt	Bensin- drevne biler	
Totalt		97 893	42 152	43,06	419 690	71 623	17,07
Varebiler	1,0 tonn og over ...	28 308	26 791	94,64	42 617	40 340	94,66
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn	7 544	4 801	63,64	12 957	8 203	63,31
	2,0 - 2,9 "	6 970	1 684	24,16	17 513	4 075	23,27
	3,0 - 3,9 "	6 953	1 640	23,59	23 992	5 682	23,68
	4,0 - 4,9 "	4 838	869	17,96	21 664	3 831	17,68
	5,0 - 5,9 "	6 564	351	5,35	36 229	1 896	5,23
	6,0 - 6,9 "	7 318	90	1,23	47 125	575	1,22
	7,0 - 7,9 "	3 913	9	0,23	29 212	66	0,23
	8,0 - 8,9 "	3 291	3	0,09	27 869	25	0,09
	9,0 - 9,9 "	1 418	2	0,14	13 183	18	0,14
	10,0 tonn og over ...	6 909	4	0,06	86 039	52	0,06
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	7 548	5 653	74,89	10 585	6 272	59,25
	Andre lastebiler	1 683	201	11,94	10 404	407	3,91
	Tankbiler for olje og bensin	1 350	36	2,67	8 745	123	1,41
	Tankbiler for andre varer ...	919	15	1,63	7 155	43	0,60
	Trekkvogner for semitrailere	2 367	3	0,13	24 401	15	0,06

Tabellen viser at mens de bensindrevne bilene står for 43 prosent av vognparken, bidrar de med bare 17 prosent av total nyttelast. Det er følgelig flest lette biler blant de bensindrevne bilene. Tabell 2 viser en prosentvis fordeling av antall og nyttelast for totalt antall vogner for de bensindrevne vognene.

Tabell 2. Andel biler og andel nyttelast i alt og blant de bensindrevne bilene, fordelt på vogntyper. Prosent

Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	Antall biler		Nyttelast. Tonn	
		I alt	Bensin- drevne	I alt	Bensindrevne biler
Totalt		100,00	100,00	100,00	100,00
Varebiler	1,0 tonn og over ...	28,92	63,56	10,15	56,32
Lastebiler					
	Under 2,0 tonn	7,71	11,39	3,09	11,45
	2,0 - 2,9 "	7,12	4,00	4,17	5,69
	3,0 - 3,9 "	7,10	3,89	5,72	7,93
	4,0 - 4,9 "	4,94	2,06	5,16	5,35
	5,0 - 5,9 "	6,71	0,83	8,63	2,65
	6,0 - 6,9 "	7,48	0,21	11,23	0,80
	7,0 - 7,9 "	4,00	0,02	6,96	0,09
	8,0 - 8,9 "	3,36	0,01	6,64	0,03
	9,0 - 9,9 "	1,45	0,00	3,14	0,03
	10,0 tonn og over	7,06	0,01	20,50	0,07
Spesialbiler					
Kombinerte biler for personer og gods		7,71	13,41	2,52	8,76
Andre lastebiler		1,72	0,48	2,48	0,57
Tankbiler for olje og bensin		1,38	0,09	2,08	0,17
Tankbiler for andre varer		0,94	0,04	1,70	0,06
Trekkvogner for semitrailere		2,42	0,01	5,81	0,02

Vi trenger alternative estimatorer for de bensindrevne bilene, og to aktuelle estimatorer er

$$(4,5) \quad B_{1j} = u \cdot \frac{c_j}{Z_j} X_j$$

og

$$(4,6) \quad B_{2j} = u \frac{N_j}{n_j} X_j$$

hvor u = antall uker i kvartalet. Intuitivt virker det som B_{1j} er å foretrekke framfor B_{2j} , siden det som nevnt foran synes å være en svak sammenheng mellom nyttelast og kjørte kilometer. Når det gjelder fraktet tonnmengde, synes det ganske klart at B_{1j} vil være bedre enn B_{2j} . Vi vil litt senere sammenligne disse to estimatorene med de fire vi har nevnt foran.

Først kan vi merke oss at likesom $T_{1j} = T_{2j}$ for lastebilteilingen i 1978, er B_{1j} og B_{2j} identiske innen hver vognggruppe i hvert fylke. Dette fordi nyttelasten i utvalget er regnet ut som

$$Z_j = t_j n_j = c_j \frac{n_j}{N_j} \quad \text{istedenfor} \quad \text{korrekt} \quad Z_j = \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}.$$

Vi vil anbefale at man beregner de korrekte verdiene til Z_j , da dette ikke skulle bety noe stort programmeringsmessig merarbeid.

5. En sammenligning av estimatorene under to modeller

5.1. Modell 1

Det vil kunne være ønskelig å foreta en empirisk sammenligning av de enkelte estimatorene ut fra svarene i lastebilundersøkelsen 1978. Her vil jeg først og fremst gjøre en mer teoretisk sammenligning under et par modeller som synes å være realistiske.

Den første modellen er identisk med den Aaberge & Helgeland (1980) foreslår i sitt notat, nemlig

$$(i) \quad E(X_{ij}/y_{ij}, z_{ij}) = \beta y_{ij} z_{ij} = \beta w_{ij}$$

$$\text{Var}(X_{ij}/y_{ij}, z_{ij}) = \sigma^2 y_{ij} z_{ij} = \sigma^2 w_{ij}$$

For oversiktens skyld vil vi forenkle notasjonen noe, slik at det i fortsettelsen skal være underforstått at forventninger og varianser er betinget gitt $Y_{ij} = y_{ij}$, $Z_{ij} = z_{ij}$. Modell (i) vil dermed kunne skrives

$$(5,1) \quad EX_{ij} = \beta w_{ij}$$

$$\text{Var} X_{ij} = \sigma^2 w_{ij}$$

Videre vil vi anta at enhetene er ukorrelet med hverandre, og at a-verdien (f.eks. kjørte km) i en uke er ukorrelet med a-verdien for en annen uke under modell (i). Det vil si at

$$\text{Cov}(X_{ij}, a_{ij} - X_{ij}) = 0$$

(X_{ij} refererer seg til tellingsuken, mens a_{ij} refererer seg til hele kvartalet eller året.)

En estimator \hat{a}_j sies å være modellforventningsrett hvis

$$(5,3) \quad E(\hat{a}_j - a_j) = 0$$

Under modell (i) leder dette til at

$$(5,4) \quad E\hat{a}_j = d_j \beta$$

Siden

$$(5,5) \quad B_{1j} = \frac{uc_j}{Z_j} X_j$$

kan vi merke oss at

$$(5,6) \quad M_{1j} = \frac{d}{\sum_k \frac{N_k}{n_k} W_k} \frac{c_j}{Z_j} X_j = \frac{k_1}{u} B_{1j}$$

$$M_{2j} = \frac{b}{\sum_k \frac{N_k}{n_k} Y_k} \frac{c_j}{Z_j} X_j = \frac{k_2}{u} B_{1j}$$

hvor

$$(5,7) \quad k_1 = \frac{d}{\sum_k \frac{N_k}{n_k} W_k}$$

$$k_2 = \frac{b}{\sum_k \frac{N_k}{n_k} Y_k}$$

Forventningene blir da

$$(5,8) \quad EB_{1j} = u \frac{c_j}{Z_j} w_j \beta$$

$$EB_{2j} = u \frac{N_j}{n_j} w_j \beta$$

$$EM_{1j} = k_1 \frac{c_j}{Z_j} w_j \beta$$

$$EM_{2j} = k_2 \frac{c_j}{Z_j} w_j \beta$$

$$ET_{2j} = \frac{b_j}{y_j} w_j \beta$$

mens

$$(5,9) \quad ET_{1j} = \frac{d_j}{w_j} w_j \beta = d_j \beta$$

Dette betyr at kun T_{1j} er forventningsrett under modell (i). Siden vi tilnærmet har

$$(5,10) \quad \frac{u N_j}{n_j} \doteq \frac{u c_j}{Z_j} \doteq \frac{b_j}{y_j} \doteq \frac{d_j}{w_j}$$

og $k_1 \doteq k_2 \doteq u$, betyr dette at alle estimatorene tilnærmet er modellforventningsrette.

Thomsen (1979) påpeker at den betingede middelkvadratfeil gitt utvalget s synes å være det beste målet på hvor god en estimator er. Middelkvadratfeilen $mse(\hat{a}_j)$ til estimatoren \hat{a}_j er gitt som

$$\begin{aligned} (5,11) \quad mse(\hat{a}_j) &= E(\hat{a}_j - a_j)^2 \\ &= \text{Var } \hat{a}_j - 2 \text{Cov}(\hat{a}_j, a_j) + \text{Var } a_j + (E\hat{a}_j - Ea_j)^2 \\ &= \text{Var } \hat{a}_j - 2 \text{Cov}(\hat{a}_j, a_j) + d_j \sigma^2 + (E\hat{a}_j - d_j \beta)^2 \end{aligned}$$

For de enkelte estimatorene har vi:

$$\begin{aligned} (5,12) \quad mse(B_{1j}) &= w_j \left\{ \left[\left(u \frac{c_j}{z_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{d_j}{w_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(u \frac{c_j}{z_j} - \frac{d_j}{w_j} \right)^2 w_j \beta^2 \right\} \\ mse(B_{2j}) &= w_j \left\{ \left[\left(u \frac{N_j}{n_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{d_j}{w_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(u \frac{N_j}{n_j} - \frac{d_j}{w_j} \right)^2 w_j \beta^2 \right\} \\ mse(M_{1j}) &= w_j \left\{ \left[\left(k_1 \frac{c_j}{z_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{d_j}{w_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(k_1 \frac{c_j}{z_j} - \frac{d_j}{w_j} \right)^2 w_j \beta^2 \right\} \\ mse(M_{2j}) &= w_j \left\{ \left[\left(k_2 \frac{c_j}{z_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{d_j}{w_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(k_2 \frac{c_j}{z_j} - \frac{d_j}{w_j} \right)^2 w_j \beta^2 \right\} \\ mse(T_{1j}) &= \left(\frac{d_j}{w_j} - 1 \right) d_j \sigma^2 \\ mse(T_{2j}) &= w_j \left\{ \left[\left(\frac{b_j}{y_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{d_j}{w_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(\frac{b_j}{y_j} - \frac{d_j}{w_j} \right)^2 w_j \beta^2 \right\} \end{aligned}$$

Vi ser at kvadratet av forventningsskjevheten inngår i alle uttrykkene unntatt i uttrykket for $mse(T_{1j})$. Dette antyder at T_{1j} er "best" blant de valgte estimatorene. Teorem 1, Royall (1970), antyder også det samme. Vi vil i den forbindelse nevne at Aaberge & Helgeland (1980) viser at hvis a_{ij} er proporsjonal med både b_{ij} og c_{ij} , da utnytter ikke M_{2j} tilleggsinformasjonen bedre enn det enkle gjennomsnittet (middelestimatoren).

Det kan være interessant å gjøre en nøyere sammenligning, spesielt med henblikk på at det vil være aktuelt å bruke B_{1j} eller B_{2j} for de bensindrevne bilene. Vi trenger da kjennskap til β og σ^2 . For å anslå disse parametrene baserer jeg meg på tallene for total transportytelse (tonn gods x kjørte km ialt) fra tellingen i 1978. Fra denne tellingen har vi (se fotnote 1)

$$(5,13) \quad a = 5\,767\,634 \times 10^3 \text{ tonnkilometer (t km) (tabell 14)}$$

$$b = 1\,774\,222 \times 10^3 \text{ km (tabell 9)}$$

$$c = 419\,517 \text{ t (tabell 17)}$$

$$N = 97\,893 \text{ (tabell 1)}$$

$$n = 21\,335 \text{ (tabell 1)}$$

1) Tabellnumrene henviser til tabellene i NOS "Lastebiltransport 1978".

Vi setter antall uker, u , i kvartalet lik 13. Ut fra oppgavene som ligger til grunn for beregningene av korreksjonsfaktorene (tabell 2, 3 og 4), har vi kommet til følgende anslag:

$$(5,14) \quad \begin{aligned} d &= 14\,296\,864 \times 10^3 \text{ t km} \\ w &= 201\,182 \times 10^3 \text{ t km} \\ y &= 19\,452 \times 10^3 \text{ km} \\ z &= 185\,016 \text{ t} \end{aligned}$$

Det gir $\beta = \frac{a}{d} = 0,403$ eller $\beta^2 = 0,163$. For å anslå σ^2 har vi ønsket å ta utgangspunkt i $M_1 = \sum_{ij} M_{1ji}$ hvor j går over vogntyper (16 grupper) og i går over fylker (19 fylker). Ut fra de anslag svenskene bruker for variasjonskoeffisienten (standardavvik dividert på forventning), (Statistiska Meddelanden serie T - Transport og kommunikasjon, 2 000 enheter i utvalget) setter vi $SD(M_1) = 0,01 a = 57,676 \times 10^6$ (enheten t km lar vi være underforstått). Det gir

$$(5,15) \quad mse(M_1) = 3,327 \times 10^{15}$$

Ved å beregne $mse(M_{1,i})$ for noen få fylker ($M_{1,i} = \sum_j M_{1ji}$) med $\sigma^2 = 1\,000$, har vi anslått at $\sigma^2 = 500$ synes å være en fornuftig verdi. Vi setter derfor $\sigma^2 = 500$ og $\beta^2 = 0,16$. I vedlegg 2 har vi foretatt en numerisk sammenligning av estimatorenes middelkvadratfeil. Vi har tatt utgangspunkt i Sør-Trøndelag 3. kvartal ($k_1^i = 0,81$), Hedmark 1. kvartal ($k_1^i = 1,00$) og Finnmark 1. kvartal ($k_1^i = 1,34$), hvor $k_1^i = k_1/u$. Dette for å få en viss spredning på størrelsen av korreksjonsfaktoren. I tillegg har vi valgt å ta med 2. kvartal for Oslo ($k_1^i = 1,02$), siden det er det fylket hvor flest biler er registrert. La $e(T, \hat{a}) = \frac{mse(\hat{a})}{mse(T_1)}$ betegne effisiensen til T_1 relativt til \hat{a} . Tabell 3 gir en oversikt over effisiensen relativt til estimatorene M_{1j} , M_{2j} og B_{1j} ($=B_{2j}$) på grunnlag av tabellene i vedlegg 2.

Tabell 3. Effisiensen til T_1 relativt h.h.v. M_1 , M_2 og B_1 for noen fylker og kvartaler under modell (i)

Fylke	Oslo	Hedmark			Sør-Trøndelag			Finnmark				
Kvartal	2	1			3			1				
k_1/u	1,02	1,01			0,80			1,35				
Kjøretøy- gruppe	M_1	M_2	B_1	M_1	M_2	B_1	M_1	M_2	B_1	M_1	M_2	B_1
Lastebiler												
Under 2,0 tonn ...	2,10	1,92	2,03	1,12	1,05	1,11	0,90	0,98	1,43	3,39	2,80	1,73
2,0 - 2,9 " ...	1,01	0,93	0,98	2,91	2,67	2,87	0,65	0,68	0,86	0,25	0,23	0,21
3,0 - 3,9 " ...	1,43	1,29	1,38	1,52	1,38	1,49	0,59	0,59	0,59	14,62	11,83	6,80
4,0 - 4,9 " ...	1,19	1,09	1,15	5,31	4,77	5,22	0,43	0,44	0,50	0,74	0,64	0,47
5,0 - 5,9 " ...	2,29	1,92	2,14	1,41	1,47	1,42	1,96	2,42	5,18	0,47	0,48	0,51
6,0 - 6,9 " ...	0,95	1,01	0,97	1,14	1,25	1,16	1,57	2,06	5,64	16,45	11,93	4,75
7,0 - 7,9 " ...	1,66	1,76	1,70	1,40	1,54	1,42	1,72	1,53	1,01	1,32	1,45	1,78
8,0 - 8,9 " ...	2,76	1,88	2,38	1,93	1,42	1,83	0,99	0,99	2,56	5,93	4,16	1,62
9,0 - 9,9 " ...	1,46	1,18	1,36	3,75	4,10	3,81	1,13	1,00	1,55	1,18	1,20	1,25
10,0 tonn og over .	1,30	2,00	1,52	1,82	3,69	2,06	4,65	2,04	8,22	1,26	2,46	8,44
Spesialbiler												
Kombinerte biler for personer og gods	1,04	0,96	1,00	1,89	1,76	1,86	0,56	0,60	0,81	1,39	1,17	0,76
Andre lastebiler	0,98	1,01	0,99	8,39	7,37	8,22	240,47	266,92	391,63	.	.	.
Tankbiler for olje og bensin	1,50	1,79	1,61	0,92	0,91	0,91	0,93	0,91	1,21	11,48	8,76	4,20
Tankbiler for andre varer	5,83	4,67	5,33	1,01	0,95	1,00	2,49	3,33	8,74	21,57	17,18	9,38
Trekkvogner for semi- trailere	4,33	2,75	3,66	21,36	18,11	20,80	54,16	66,04	128,26	1,25	1,56	2,55

I hovedsak bekrefter tabell 3 at T_1 er "best" blant estimatorene under modell (i). At T_1 ikke er "best" for alle vogntypene i alle fylkene vi har sett på, kan synes å stride mot teorem 1 i Royall (1970); men årsaken til at T_1 ikke alltid "vinner" sammenlignet med de andre estimatorene, er at de andre estimatorene er forventningsskjevne. Forutsetningene for teorem 1 er derfor ikke oppfylt.

La oss betrakte dette litt nærmere. Vi har at $mse(M_1) \leq mse(T_1)$ hvis

$$(5,16) \quad \left(u \frac{c_j}{z_j} - \frac{d_j}{w_j}\right)^2 w_j^2 \beta^2 \leq \left[\left(\frac{d_j}{w_j} - 1\right)^2 - \left(u \frac{c_j}{z_j} - 1\right)^2\right] w_j \sigma^2$$

Først legger vi merke til at relasjonen (5.16) kun kan være oppfylt hvis $u \frac{c_j}{z_j} \leq \frac{d_j}{w_j}$, ellers blir høyre side negativ.

Ordner vi på uttrykket og forkorter bort felles faktorer, ser vi at $mse(M_{1j}) \leq mse(T_{1j})$ hvis

$$(5,17) \quad k_1 \frac{c_j}{z_j} \leq \frac{d_j}{w_j} \quad \text{og}$$

$$(5,18) \quad \left(\frac{d_j}{w_j} - k_1 \frac{c_j}{z_j}\right) w_j \beta^2 \leq \left(\frac{d_j}{w_j} + k_1 \frac{c_j}{z_j} - 2\right) \sigma^2$$

Vi har likhet hvis vi har likhet i enten (5,17) eller (5,18). På samme måte finner vi at $mse(M_{2j}) \leq mse(T_{1j})$ når (5,17) og (5,18) gjelder, etter at k_1 er byttet ut med k_2 . Tilsvarende for B_{1j} og B_{2j} når $u \frac{N_j}{n_j}$ innsettes istedenfor $k_1 \frac{c_j}{z_j}$.

Hovedkonklusjonen må likevel bli at T_{1j} er "best" når modell (i) gjelder.

5.2 Modell 2

Når det gjelder antall turer, turer med last og kjørte vognkilometer (f.eks. fordelt på dag), kan modell (i) synes mindre velegnet. Så langt vi oppfatter grunnlaget for estimatoren M_2 , kan det synes som følgende alternative modell passer bedre:

$$(ii) \quad EX_{ij} = \beta y_{ij}$$

$$\text{Var } X_{ij} = \sigma^2 y_{ij}$$

hvor det fortsatt er underforstått at y_{ij} og z_{ij} er gitt. Fortsatt vil vi anta de samme forutsetningene som under modell (i), nemlig at turer i en uke er ukorrelet med turene i en annen uke.

Forventningene for de enkelte estimatorene blir nå:

$$(5,20) \quad ET_{1j} = \frac{d_j}{w_j} y_j \beta$$

$$ET_{2j} = b_j \beta$$

$$EM_{1j} = k_1 \frac{c_j}{z_j} y_j \beta$$

$$EM_{2j} = k_2 \frac{c_j}{z_j} y_j \beta$$

$$EB_{1j} = u \frac{c_j}{z_j} y_j \beta$$

$$EB_{2j} = u \frac{N_j}{n_j} y_j \beta$$

Vi ser at under denne modellen er bare T_{2j} forventningsrett, men igjen vil alle estimatorene tilnærmet være forventningsrette.

Denne gang er middelkvadratfeilen til en estimator \hat{a}_j gitt ved

$$(5,21) \quad \text{mse}(\hat{a}_j) = \text{Var} \hat{a}_j - 2 \text{Cov}(\hat{a}_j, a_j) + b_j \sigma^2 + (E\hat{a}_j - b_j \beta)^2$$

slik at middelkvadratfeilene blir:

$$(5,22) \quad \text{mse}(B_{1j}) = y_j \left\{ \left[\left(u \frac{c_j}{z_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{b_j}{y_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(u \frac{c_j}{z_j} - \frac{b_j}{y_j} \right)^2 y_j \beta^2 \right\}$$

$$\text{mse}(B_{2j}) = y_j \left\{ \left[\left(u \frac{N_j}{n_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{b_j}{y_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(u \frac{c_j}{z_j} - \frac{b_j}{y_j} \right)^2 y_j \beta^2 \right\}$$

$$\text{mse}(M_{1j}) = y_j \left\{ \left[\left(k_1 \frac{c_j}{z_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{b_j}{y_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(k_1 \frac{c_j}{z_j} - \frac{b_j}{y_j} \right)^2 y_j \beta^2 \right\}$$

$$\text{mse}(M_{2j}) = y_j \left\{ \left[\left(k_2 \frac{c_j}{z_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{b_j}{y_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(k_2 \frac{c_j}{z_j} - \frac{b_j}{y_j} \right)^2 y_j \beta^2 \right\}$$

$$\text{mse}(T_{1j}) = y_j \left\{ \left[\left(\frac{d_j}{w_j} - 1 \right)^2 + \left(\frac{b_j}{y_j} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left(\frac{d_j}{w_j} - \frac{b_j}{y_j} \right)^2 y_j \beta^2 \right\}$$

$$\text{mse}(T_{2j}) = \left(\frac{b_j}{y_j} - 1 \right) b_j \sigma^2$$

Vi finner at $\text{mse}(M_{2j}) \leq \text{mse}(T_{2j})$

hvis

$$(5,23) \quad k_2 \frac{c_j}{z_j} \leq \frac{b_j}{y_j}$$

og

$$(5,24) \quad \left(\frac{b_j}{y_j} - k_2 \frac{c_j}{z_j} \right) y_j \beta^2 \leq \left(\frac{b_j}{y_j} + k_2 \frac{c_j}{z_j} - 2 \right) \sigma^2$$

og vi har eksakt likhet enten når likhetsregnet i (5,23) eller (5,24) gjelder. Slik tilfellet var under modell (i), er T_{2j} ikke alltid best under modell (ii) siden de andre estimatorene ikke er forventningsrette.

Vi ser tilsvarende at $\text{mse}(M_{1j}) \leq \text{mse}(T_{2j})$ når relasjonene (5,23) og (5,24) gjelder, men med k_1 innsatt istedenfor k_2 . Tilsvarende også for B_{1j} og B_{2j} når vi innsetter $u \frac{N_j}{n_j}$ for $k_2 \frac{c_j}{z_j}$.

I vedlegg 3 har vi foretatt en numerisk sammenligning av estimatorenes middelkvadratfeil under modell (ii). Denne gang har vi valgt ut 2. kvartal for Aust-Agder ($k_2' = 0,79$), 1. kvartal for Østfold ($k_2' = 1,01$) og 1. kvartal for Møre og Romsdal ($k_2' = 1,18$). I tillegg har vi tatt med 4. kvartal for Oslo ($k_2' = 1,05$). Vi har latt $k_2' = \frac{k_2}{u}$. Vi har som foran valgt ut fylkene og kvartalene for å få en viss spredning av korreksjonsfaktorene.

På grunnlag av tabellene i vedlegg 3 har vi så utarbeidet tabell 4, som gir en oversikt over effisiensen til T_2 relativt h.h.v. M_{1j} , M_{2j} og B_{1j} . Fortsatt er $B_{2j} = B_{1j}$.

Tabell 4. Effisiensen til T_2 relativt h.h.v. M_1 , M_2 og B_1 under modell (ii) for noen fylker og kvartaler

Fylke		Østfold			Oslo			Aust-Agder			Møre og Romsdal		
Kvartal		1			4			2			1		
k_2/u		1,01			1,05			0,79			1,18		
Kjøretøy-	Nyttelast-	M_1	M_2	B_1	M_1	M_2	B_1	M_1	M_2	B_1	M_1	M_2	B_1
gruppe	gruppe												
Lastebiler													
Under 2,0 tonn	0,17	0,18	0,17	1,04	1,11	1,01	4,50	4,21	6,96	0,70	0,76	0,55
2,0 - 2,9	"	2,05	2,15	2,10	0,35	0,37	0,34	5,25	4,87	8,73	0,39	0,42	0,33
3,0 - 3,9	"	1,00	1,04	1,03	0,58	0,62	0,56	0,28	0,28	0,29	1,14	1,26	0,88
4,0 - 4,9	"	2,60	2,73	2,67	1,62	1,76	1,57	0,93	0,88	1,41	0,46	0,49	0,38
5,0 - 5,9	"	0,55	0,56	0,56	0,51	0,53	0,51	0,55	0,54	0,66	0,53	0,55	0,48
6,0 - 6,9	"	1,06	1,11	1,09	5,40	5,97	5,19	0,87	0,83	1,33	0,60	0,62	0,58
7,0 - 7,9	"	0,70	0,70	0,70	2,98	3,32	2,85	0,95	0,90	1,47	1,09	1,20	0,86
8,0 - 8,9	"	0,93	0,95	0,94	1,47	1,67	1,40	2,17	1,98	4,01	2,49	2,92	1,62
9,0 - 9,9	"	1,79	1,89	1,84	1,03	1,12	1,00	0,84	0,80	1,26	1,55	1,73	1,15
10,0 tonn og over	1,37	1,56	1,46	1,13	1,04	1,17	0,99	0,95	2,24	0,99	1,16	1,38
Spesialbiler													
Kombinerte biler for personer og gods	0,53	0,55	0,54	1,04	1,11	1,00	2,05	1,93	3,13	1,47	1,62	1,12
Andre lastebiler	0,72	0,74	0,72	0,99	0,93	0,90	0,02	0,02	0,02	0,74	0,81	0,59
Tankbiler for olje og bensin	0,50	0,53	0,53	1,00	1,07	0,98	0,75	0,71	1,12	0,78	0,85	0,63
Tankbiler for andre varer	1,00	1,06	1,00	0,77	0,85	0,77	4,05	3,81	6,19	1,97	2,25	1,38
Trekkvogner for semitrailere	1,29	1,38	1,33	0,91	0,89	0,92	0,96	0,91	1,50	3,05	3,51	2,08

5.3 Studium av effisienser

Studerer vi tabell 3 og 4, finner vi at forskjellen mellom M_1 , M_2 og B_1 ikke er vesensforskjellig innen hver bilgruppe. For øvrig ser vi også at T_1 stort sett, med visse unntak, har mindre middelkvadratavvik enn M_1 , M_2 og B_1 under modell (i). Vi har en tilsvarende tendens for T_2 under modell (ii), men den er ikke like skarpt framtrædende. Dette skyldes tydeligvis at M_1 , M_2 og B_1 har mindre forventningsskjevhet under modell (ii) enn under modell (i), slik at kvadratet av forventningsskjevheten bidrar mindre til middelkvadratfeilen under modell (ii). Foran fant vi at skulle $mse(M_{1j}) \leq mse(T_{1j})$ under modell (i), måtte bl.a.

$$\left(\frac{d_j}{w_j} - k_1 \frac{c_j}{z_j}\right) w_j \beta^2 \leq \left(\frac{d_j}{w_j} + k_1 \frac{c_j}{z_j} - 2\right) \sigma^2$$

Tilsvarende må

$$\left(\frac{b_j}{y_j} - k_1 \frac{c_j}{z_j}\right) y_j \beta^2 \leq \left(\frac{b_j}{y_j} + k_1 \frac{c_j}{z_j} - 2\right) \sigma^2$$

for at $mse(M_{1j}) \leq mse(T_{2j})$ under modell (ii). Som nevnt tidligere er $\frac{d_j}{w_j} = \frac{b_j}{y_j}$ slik d_j og w_j er blitt beregnet, slik at $mse(T_{1j}) = mse(T_{2j})$. Nå er generelt $y_j < w_j$, slik at $(\frac{b_j}{y_j} - k_1 \frac{c_j}{z_j}) y_j \beta^2 \leq (\frac{d_j}{w_j} - k_1 \frac{c_j}{z_j}) w_j \beta^2$, noe som forklarer hvorfor M_1 og M_2 gjør det bedre under modell (ii) i forhold til T_1 og T_2 enn de gjør under modell (i).

Det andre kravet som måtte oppfylles for at $mse(M_1) \leq mse(T_1)$ og $mse(M_1) \leq mse(T_2)$ under henholdsvis modell (i) og (ii), var at $k_1 \frac{c_j}{z_j}$ var mindre enn henholdsvis $\frac{d_j}{w_j}$ og $\frac{b_j}{y_j}$.

Det er innlysende at jo mindre verdi k_1 har, dess større er muligheten for at dette blir oppfylt. Dette gjenspeiles i tabell 3 og 4, hvor vi ser at effisiensen til T_1 og T_2 relativt M_1 og M_2 oftere er mindre enn 1 for de små k -verdiene enn de store. Dette virker ikke urimelig, siden en større andel av kvartalets samlede transportmengde er foretatt av utvalget i tellingsuken når k_1 og k_2 er små, enn når konstantene er store. Fortsatt er det likevel en gevinst å bruke T_1 og T_2 istedenfor M_1 og M_2 , men den er følgelig ikke like stor som når k_1 og k_2 er store.

6. Estimering av totaler

Hittil har vi kun sett på hver vogngruppe innen hvert fylke for seg. Nå vil vi gå over til den situasjonen som er mest aktuell, nemlig estimering av totaltall innen hvert fylke og for hver vogngruppe. I første omgang er det unødvendig å se på alle fylkene og alle vogngruppene. Vi vil derfor betrakte totaltall for alle spesialbilene, samt lastebilgruppene under 2,0 t, 5,0 - 5,9 t og 10,0 t og over i 2. kvartal for å få en viss spredning på nyttelasten. Vi velger 2. kvartal, da tabell 4 i NOS "Lastebiltransport 1978" viser at korreksjonsfaktorene var minst i det kvartalet. Vi fant jo foran at M_1 og M_2 hadde minst middelkvadratfeil i forhold til T_1 og T_2 når korreksjonsfaktorene var minst. I tillegg vil vi se på totaltall på årsbasis for fylkene Telemark, Rogaland og Troms, da korreksjonsfaktorene er minst i disse fylkene. Siden den største andelen av bilparken tilhører Oslo, vil vi også ta dette fylket med.

Vi vil fortsatt bruke modell (i) og (ii), men i tillegg vil vi sammenligne effekten av stratifisering mot estimering av totaler direkte. Stratifisering vil si at det aktuelle området (f.eks. fylket) kan deles opp i naturlige undergrupper, (f.eks. ulike vogntyper), og at man estimerer den interessante størrelsen innen hver undergruppe på grunnlag av de enhetene i utvalget som tilhører vedkommende undergruppe. Lar vi estimatoren betegnes med \hat{a}_j i undergruppe j , slik vi har gjort tidligere, blir estimatoren \hat{a} for totaltallene lik $\hat{a} = \sum_j \hat{a}_j$. Den alternative estimatoren a^* bruker totaltallene direkte. Som eksempel vil jeg nevne

$$\hat{T}_1 = \sum_j \hat{T}_{1j} = \sum_j \frac{d_j}{w_j} X_j$$

$$\text{og } T_1^* = \frac{d}{W} X = \frac{\sum_j d_j}{\sum_j w_j} \sum_j X_j$$

Aaberge & Helgeland (1980) påpeker at \hat{T}_1 er å foretrekke fremfor T_1^* hvis X_j/w_j varierer meget fra stratum til stratum. Ellers bør vi velge T_1^* . I tabell 5 - 8 ser vi nærmere på dette for de utvalgte vogngruppene og fylkene.

Tabell 5. Middelkvadratfeilen til T_1 , T_2 , M_1 , M_2 , B_1 og B_2 , samt ΣT_i , ΣM_{1i} , ΣM_{2i} og ΣB_i i noen vogngrupper under modell (i) i 2. kvartal. 10¹²

Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	T_1	T_2	M_1	M_2	B_1	B_2	ΣT_i	ΣM_{1i}	ΣM_{2i}	ΣB_i
Lastebiler											
	Under 2,0 tonn ...	5,0	5,0	4,6	4,6	5,3	5,3	11,7	13,2	13,0	15,6
	2,0 - 2,9 " ...	19,3	19,3	25,2	24,5	39,1	39,1	65,5	49,6	49,1	58,4
	5,0 - 5,9 " ...	11,1	11,4	34,9	36,8	15,1	15,2	14,5	19,0	19,0	20,3
	10,0 tonn og over .	16,7	16,7	23,6	17,2	967,8	970,3	17,1	93,6	92,1	166,6
Spesialbiler											
	Kombinerte biler for personer og gods	1,7	1,7	2,6	2,5	3,4	3,5	6,6	3,5	3,5	4,2
	Andre lastebiler	3,2	3,2	5,3	5,5	3,4	3,4	5,4	7,2	7,1	7,9
	Tankbiler for olje og bensin	1,6	1,6	11,7	12,1	6,8	6,6	1,8	2,8	2,8	2,6
	Tankbiler for andre varer ..	1,7	1,7	2,1	2,3	2,6	2,5	2,1	3,4	3,4	4,0
	Trekkvogner for semitrailere	8,7	8,7	9,1	9,9	49,1	47,4	9,3	18,7	18,7	22,9

Tabell 6. Middelkvadratfeilen til T_1 , T_2 , M_1 , M_2 , B_1 og B_2 , samt ΣT_i , ΣM_{1i} , ΣM_{2i} og ΣB_i i noen vogngrupper under modell (ii) i 2. kvartal. 10⁹

Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	T_1	T_2	M_1	M_2	B_1	B_2	ΣT_i	ΣM_{1i}	ΣM_{2i}	ΣB_i
Lastebiler											
	Under 2,0 tonn ...	2954	2947	2697	2674	3135	3116	6814	7585	7496	8937
	2,0 - 2,9 " ...	7716	7716	9405	9235	12556	12556	26208	18471	18261	21683
	5,0 - 5,9 " ...	2024	2055	2519	2574	2022	2023	2640	2125	2106	2424
	10,0 tonn og over .	1338	1339	1397	1344	7625	7641	1369	1876	1853	2561
Spesialbiler											
	Kombinerte biler for personer og gods	1214	1221	1768	1738	2269	2308	4697	2393	2365	2807
	Andre lastebiler	524	513	467	468	482	482	860	572	566	659
	Tankbiler for olje og bensin	246	244	449	457	346	337	271	177	176	195
	Tankbiler for andre varer ...	210	208	202	203	244	241	254	245	242	287
	Trekkvogner for semitrailere	841	838	830	827	1350	1332	891	923	914	1089

Før vi ser på fylkestallene, noen kommentarer til tabellene 5 og 6. Stort sett må man kunne si at T_1 og T_2 faller best ut under begge modellene, men M_1 og M_2 er ikke spesielt mye dårligere. Noe uventet var det at de stratifiserte estimatorene med noen få unntak hadde større middelkvadratavvik enn de ustratifiserte estimatorene. Årsaken til dette er vel at de enkelte vogngruppene stort sett utgjør svært homogene grupper på landsbasis. Vi har ikke sett på hvordan sammenligningen blir hvis vi ser på alle fire kvartalene under ett for hver kjøretøygruppe, men middelkvadratavviket til de stratifiserte estimatorene er tildels svært stort i forhold til T_1 og T_2 , slik at vi ikke bør vente noen stor endring i dette om vi ser på estimatorene på årsbasis. Konklusjonen må derfor bli at vi bør basere oss på T_1 og T_2 , beregnet ut fra totaltall, når kvartaltall for de enkelte vogntyper skal estimeres. Vi bør ha lov til å trekke samme konklusjon for tilsvarende estimatører på årsbasis.

Vi ser at B_1 og B_2 konkurrerer tildels meget godt med de andre estimatorene. Årsaken må være nettopp at hver vogntype er relativt homogen. Et unntak her er gruppen lastebiler 10,0 t og over og trekkvogner. De er mindre homogene enn de andre vogngruppene, og dette har ført til en meget stor forventningsskjevhet for B_1 og B_2 . For lastebiler som er 10 t og over er både $\frac{b}{y}$ og $\frac{d}{w}$ lik 40,4, mens $u \frac{c}{z}$ og $u \frac{N}{n}$ begge er 44,1. Til sammenligning er $k_1 \frac{c}{z} = 40,7$ og $k_2 \frac{c}{z} = 40,5$.

Når så $y = 1,68$ mill. km og $w = 20,98$ mill. tkm, ser vi at forventningsskjevheten må bidra meget til middelkvadratavviket for B_1 og B_2 i sammenligning med f.eks. M_1 og M_2 . Her gir stratifisering en til dels betydelig gevinst. For de andre vogntypene vil det kunne være vel så bra å beregne B_1 og B_2 direkte på grunnlag av totaltallene, som å stratifisere dem.

Samtidig kan vi merke oss at så lenge vi holder lastebiler over 10 t og trekkvogner utenfor, så synes det som at usikkerheten ved at vi ikke har noe register over kjørte km i kvartalet for de bensindrevne bilene, stort sett er relativt moderat. Visse unntak er det, f.eks. gruppen tankbiler for olje og bensin, men i dette tilfellet gjør faktisk M_1 og M_2 det enda dårligere enn B_1 og B_2 .

Når det så gjelder de to gruppene vi har holdt utenfor, kan det være en trøst at andelen bensindrevne biler i disse gruppene er svært minimal, henholdsvis 4 biler av i alt 6 909 for lastebiler over 10 t og 3 biler av i alt 2 367 for trekkvogner. De vil derfor bidra svært lite til de søkte estimatene. Siden det er så få bensindrevne biler i alt, er risikoen for at ingen av dem kommer med i en tellingsuke, relativt stor. Et spørsmål vi vil se nærmere på noe senere, blir derfor hvordan man best mulig kan kombinere de innkomne data for både diesel- og bensindrevne biler.

Tabell 7. Middelkvadratfeil for T_1 , T_2 , M_1 , M_2 , B_1 og B_2 , samt ΣT_i , ΣM_{1i} , ΣM_{2i} og ΣB_i i noen fylker under modell (i). 10^{12}

Fylke	Kvartal	T_1	T_2	M_1	M_2	B_1	B_2	ΣT_i	ΣM_{1i}	ΣM_{2i}	ΣB_i
Oslo:	For året ¹⁾	35	6 615	1 701	1 504	1 074	20 550	299	367	357	341
	1	8	1 875	706	788	342	5 670	66	70	72	60
	2	9	1 435	367	264	320	5 348	54	76	71	74
	3	8	1 956	465	213	275	5 419	85	122	108	111
	4	10	1 349	163	239	137	4 113	94	99	106	97
Telemark:	For året ¹⁾	12	716	311	336	732	4 864	24	42	44	66
	1	3	175	72	91	79	912	5	7	7	7
	2	2	147	89	48	291	1 547	5	8	8	22
	3	3	189	82	61	146	1 178	8	13	13	16
	4	3	205	69	136	217	1 226	7	14	15	20
Rogaland:	For året ¹⁾	16	1 661	1 245	1 409	2 640	15 656	108	78	86	141
	1	3	504	236	254	534	3 727	13	19	19	31
	2	4	436	270	269	769	4 553	12	18	18	43
	3	4	415	503	640	872	4 486	73	25	33	48
	4	5	306	236	246	466	2 891	10	16	16	19
Troms:	For året ¹⁾	8	595	286	372	848	4 395	18	37	41	79
	1	2	151	103	146	230	1 334	4	7	10	19
	2	2	154	49	34	148	1 070	4	8	8	17
	3	2	176	74	119	264	734	6	18	18	27
	4	2	114	60	74	206	1 258	4	4	5	17

1) Summert over alle kvartalene. (Ikke beregnet på grunnlag av totaltallene for året.)

Tabell 8. Middelkvadratfeil for T_1 , T_2 , M_1 , M_2 , B_1 og B_2 , samt ΣT_{ij} , ΣM_{1ij} , ΣM_{2ij} og ΣB_{ij} i noen fylker under modell (ii). 10^{12}

Fylke	Kvartal	T_1	T_2	M_1	M_2	B_1	B_2	ΣT_{ij}	ΣM_{1ij}	ΣM_{2ij}	ΣB_{ij}
Oslo:	For året ¹⁾	73,10	9,64	24,87	27,99	31,62	57,79	95,03	94,36	88,53	86,29
	1	19,77	2,16	4,42	3,97	7,63	14,13	19,60	15,84	16,34	13,39
	2	16,60	2,44	5,55	6,77	6,06	18,17	16,53	19,98	18,57	19,36
	3	20,97	2,34	6,86	10,50	9,33	12,76	28,06	39,92	33,70	35,42
	4	15,76	2,71	8,05	6,76	8,60	12,73	30,83	18,62	19,92	18,12
Telemark:	For året ¹⁾	6,99	1,95	2,40	2,43	2,34	20,26	6,09	7,77	7,60	9,36
	1	1,70	0,43	0,55	0,55	0,52	3,28	1,38	1,22	1,22	1,24
	2	1,46	0,39	0,42	0,56	0,69	7,37	1,03	1,96	1,76	2,76
	3	1,71	0,54	0,64	0,73	0,53	4,60	2,11	3,28	3,14	3,71
	4	2,11	0,59	0,80	0,60	0,60	5,01	1,56	1,31	1,47	1,65
Rogaland:	For året ¹⁾	16,16	2,92	3,41	3,54	4,68	71,50	27,06	12,27	12,56	16,10
	1	4,78	0,68	1,01	0,94	0,69	14,95	4,46	3,23	3,28	4,30
	2	4,26	0,72	0,82	0,82	1,29	21,64	3,62	4,26	4,25	5,95
	3	3,90	0,73	0,81	1,05	1,66	20,74	16,58	2,37	2,59	2,94
	4	3,22	0,78	0,78	0,77	1,04	14,18	2,40	2,41	2,43	2,91
Troms:	For året ¹⁾	5,65	1,43	1,73	1,70	1,90	24,77	5,21	4,88	5,01	6,75
	1	1,42	0,31	0,32	0,31	0,43	5,81	1,02	0,84	0,94	1,12
	2	1,42	0,35	0,50	0,61	0,34	4,22	1,10	1,86	1,73	2,53
	3	1,67	0,44	0,55	0,45	0,57	8,26	1,96	1,38	1,52	1,91
	4	1,14	0,33	0,36	0,33	0,56	6,48	1,14	0,79	0,83	1,19

1) Se note 1, tabell 7.

Tabellene 7 og 8 viser at henholdsvis T_1 og T_2 er temmelig overlegne under hver sin modell når vi ønsker fylkestall. Spesielt gjelder dette T_1 under modell (i). Under modell (ii) er T_2 best, men gevinsten er ikke fullt så framtrepende. Videre ser vi at hvis vi holder T_1 utenfor, er gevinsten ved stratifisering under modell (i) betydelig. Under modell (ii) er ikke dette tilfelle, og årsaken må være at bilparken er langt mer homogen under modell (ii) enn under modell (i).

Vi kan samtidig merke oss at B_1 og B_2 taper i konkurransen med de andre estimatorene, men vi ser at av de to er det B_1 som er den absolutt beste. For bensindrevne biler er det derfor B_1 vi bør bruke som estimator. For øvrige bør den stratifiseres over vogntyper under modell (i), mens tabell 8 synes å vise at vi vil tape på å stratifisere under modell (ii).

 Tabell 9. Middelkvadratfeilen for T_1 når T_1 beregnes på grunnlag av totaltall for året, sammenlignet med ΣT_{ij} , $\Sigma \Sigma T_{ij}$, $\Sigma \Sigma M_{1ij}$, $\Sigma \Sigma M_{2ij}$ og $\Sigma \Sigma B_{ij}$ under modell (i) for noen fylker¹⁾. 10^{12}

Fylke	T_1	ΣT_{ij}	$\Sigma \Sigma T_{ij}$	$\Sigma \Sigma M_{1ij}$	$\Sigma \Sigma M_{2ij}$	$\Sigma \Sigma B_{ij}$
Oslo	34,9	35,4	298,9	366,7	356,6	341,3
Telemark	11,4	11,7	24,3	41,8	43,9	65,8
Rogaland	15,8	15,9	108,2	78,2	86,1	140,6
Troms	7,8	7,8	18,3	37,3	40,8	79,2

1) Indeksen i løper over vogntypene, mens j løper over kvartalene.

Tabell 10. Middelkvadratfeilen til T_2 når T_2 beregnes på grunnlag av totaltall for året, sammenlignet med M_1 , M_2 , B_1 , ΣT_{2j} , ΣM_{1j} , ΣM_{2j} og ΣB_{1j} under modell (ii) for noen fylker 1). 10^{12}

Fylke	T_2	ΣT_{2j}	M_1	M_2	B_1	ΣM_{1j}	ΣM_{2j}	ΣB_{1j}
Oslo	9,55	9,64	79,00	90,10	107,34	24,87	27,99	31,62
Telemark	1,92	1,95	4,84	5,00	1,92	2,40	2,43	2,34
Rogaland	2,90	2,92	3,96	3,41	7,15	3,41	3,54	4,68
Troms	1,42	1,43	3,25	2,45	2,25	1,73	1,70	1,90

1) Se note 1, tabell 9.

Tabellene 9 og 10 viser at hvis vi ønsker både totaltall for året og for hvert kvartal, er gevinsten ved å beregne totaltall for året for seg helt ubetydelig, i alle fall i de fylkene vi har sett på.

Det skulle ikke være noe som tilsier at det er annerledes for de andre fylkene. Hvis det medfører et visst merarbeid å beregne totaltallene for seg, er det derfor like godt bare å summere opp kvartalstallene.

Når det gjelder B_1 , estimatoren for de bensindrevne bilene, øker vi usikkerheten en del ved å beregne årstall for seg. Dette gjelder spesielt under modell (i). Jeg så ingen grunn til å ta med verdiene til B_1 i tabell 9, fordi de var så meget større enn tallene i tabellen. For sammenligningens skyld kan vi nevne at mse (B_1) i Oslo var $4,1 \times 10^{15}$, i Telemark $2,6 \times 10^{15}$, i Rogaland $10,3 \times 10^{15}$ og i Troms $3,3 \times 10^{15}$. De tilsvarende tallene for T_2 , M_1 og M_2 er av samme størrelsesorden, mens mse (B_2) er 10 til 20 ganger så store.

7. En samlet vurdering av estimatorene

Vi har sett foran at så sant modell (i) gjelder (avsn. 5,1) er estimatoren

$$(7,1) \quad T_1 = \frac{d}{W} X$$

å foretrekke, siden den stort sett har mindre middelkvadratfeil enn de andre estimatorene. Fordelen ved å bruke T_1 er større jo mer inhomogen den gruppen vi er interressert i, er. Dette kom spesielt tydelig fram i tabell 9. Stort sett bør T_1 også basere seg på totaltall, med unntak av årstall for fylkene. For årstallenes vedkommende kan det være vel så bra å beregne estimatene for hvert kvartal for seg og så summere opp, slik at

$$(7,2) \quad T_1' = \sum_{j=1}^4 T_{1j}$$

Under modell (ii) (avsnitt 5,2) kan vi trekke noen av de samme konklusjonene for T_2 's vedkommende, hvor

$$(7,3) \quad T_2 = \frac{b}{Y} X$$

selv om fordelene når det gjelder usikkerheten ikke er så stor i sammenligning med estimatorene M_1 og M_2 (definisjon: Se (2,10)). På den annen side skulle T_1 og T_2 være enklere rent beregningsmessig, noe som også tilsier at T_2 bør brukes framfor M_1 og M_2 når modell (ii) gjelder. For totaltallene innen fylker på årsbasis har vi for øvrig det samme forholdet som under modell (i): hvis det betyr et visst merarbeid å beregne dem direkte, er det vel så bra først å beregne kvartalstall, og deretter summere disse sammen slik at

$$(7,4) \quad T_2' = \sum_{j=1}^4 T_{2j}$$

For de bensindrevne bilene er

$$(7,5) \quad B_1 = u \frac{c}{Z} X$$

å foretrekke framfor $B_2 = u \frac{N}{n} X$. Stort sett går det bra å basere beregningen av B_1 på totaltall innen den gruppen man er interessert i. Et unntak er totaltall for fylkene under modell (i), se tabell 7. Her bør man stratifisere over vogngrupper isteden.

Hittil har vi betraktet de dieseldrevne bilene og de bensindrevne bilene hver for seg. Nå er man vel mer interessert i samlede totaltall for dieseldrevne og bensindrevne biler under ett. For å finne hvilke endelige estimatore som her bør brukes, trengs det et nærmere studium. Det er tre typer estimatore som gir seg. Hvis tellingsuken ikke har med noen bensindrevne vogner i utvalget (hvilket kan skje spesielt for gruppene av de tyngre kjøretøyene, se tabell 1, kap. 4), vil vi måtte bruke

$$(7,6) \quad T_1^{(1)} = \frac{c_t}{c_d} \frac{d}{W} X = \frac{c_t}{c_d} T_1$$

$$T_2^{(1)} = \frac{c_t}{c_d} \frac{b}{Y} X = \frac{c_t}{c_d} T_2$$

hvor c_t = total nyttelast for vedkommende gruppe og c_d = total nyttelast for de dieseldrevne vognene i gruppen. Sammenligningen av B_1 mot B_2 antyder at vi bør bruke nyttelast framfor antall vogner som oppblåsningsfaktor. Siden risikoen for ikke å få med bensindrevne biler fra den gruppen vi skal beregne estimatene for (f.eks. totalt fraktet varemengde fordelt på de enkelte vogngruppene) avtar jo flere bensindrevne biler som tilhører gruppen, vil $\frac{c_t}{c_d} \approx 1,0$ i de aller fleste tilfellene hvor $T_1^{(1)}$ og $T_2^{(1)}$ er mest aktuelle. Middelkvadratfeilen til $T_1^{(1)}$ og $T_2^{(1)}$ vil derfor være uvesentlig større enn henholdsvis T_1 og T_2 .

I de tilfellene vi har både dieseldrevne og bensindrevne biler i utvalget, kan vi velge mellom to estimatore:

$$(7,7) \quad T_1^{(2)} = T_{1d} + B_{1b}$$

$$T_1^{(3)} = \frac{c_t}{c_d} \frac{d}{W_t} X = \frac{c_t}{c_d} \frac{W_d}{W_t} T_1$$

hvor $W_t = W_d + W_b$ er samlet tonnkilometer i tellingsuken for gruppen. Vi kan merke oss at $T_1^{(3)}$ og $T_1^{(1)}$ egentlig er identiske, men for $T_1^{(1)}$ er $W_b = 0$ mens $W_b > 0$ for $T_1^{(3)}$. $T_1^{(2)}$ og $T_1^{(3)}$ er aktuelle under modell (i).

Under modell (ii) har vi tilsvarende aktuelle estimatore:

$$(7,8) \quad T_2^{(2)} = T_{2d} + B_{2b}$$

$$T_2^{(3)} = \frac{c_t}{c_d} \frac{b}{Y_t} X = \frac{c_t}{c_d} \frac{Y_d}{Y_t} T_2$$

Hvis X_b/W_b avviker meget fra X_d/W_d , og tilsvarende med X_b/Y_b i forhold til X_d/Y_d , vil henholdsvis $T_1^{(2)}$ og $T_2^{(2)}$ være å foretrekke. Ellers bør vi bruke henholdsvis $T_1^{(3)}$ og $T_2^{(3)}$. Hva det vil si at avviket er stort, må i tilfelle vurderes nærmere.

Til slutt kan vi ha det tilfellet at vi ikke får noen av de dieseldrevne bilene som tilhører gruppen, med i utvalget for den aktuelle tellingsuken. Spesielt kan dette være tilfelle for varebilene. I det tilfelle må man bruke

$$(7,9) \quad B = \frac{c_t}{c_b} B_1$$

Nå vil man i enkelte av vogngruppene få med en hovedvekt av bensindrevne biler, noe som f.eks. var tilfelle for varebilene i Troms i 1978. Det kom også med svært få dieseldrevne biler av typen kombinerte biler i de enkelte fylkene. I de tilfellene synes $T_1^{(3)}$ og $T_2^{(3)}$ å være uhensiktsmessig, siden $\frac{c_t}{c_d} d_d$ og $\frac{c_t}{c_d} b_d$ i dette tilfellet vil kunne avvike meget fra henholdsvis $d_t = d_d + d_b$ og $b_t = b_d + b_b$ (hvor indeksen t refererer seg til totaler, indeksen d til diesel og indeksen b til bensin). Her synes derfor $T_1^{(2)}$ og $T_2^{(2)}$ å være å foretrekke. Men for å kunne trekke noen sikre konklusjoner om dette, bør vi studere disse tilfellene noe nærmere.

8. Oppsummering

Vi har foran sammenlignet middelkvadratfeilen til en del estimatorer, og funnet at de estimatorene Byrået har brukt, kan forbedres tildels ganske meget. De estimatorene som i hvert enkelt tilfelle synes å være best, er: Under modell (i) (se avsn. 5.1):

$$(8,1) \quad T_1^{(1)} = \frac{c_t}{c_d} \frac{d_d}{W_d} X_d = \frac{c_t}{c_d} T_{1d}$$

hvis utvalget ikke har noen bensindrevne biler i den aktuelle gruppen;

$$(8,2) \quad T_1^{(2)} = \frac{d_d}{W_d} X_d + u \frac{c_b}{Z_b} X_b = T_{1d} + B_{1b}$$

$$T_1^{(3)} = \frac{c_t}{c_d} \frac{d_d}{W_t} X_t = \frac{c_t}{c_d} \frac{W_d}{W_t} T_{1d}$$

hvis vi har en overvekt av dieseldrevne biler i utvalget. Vi bør bruke $T_1^{(2)}$ hvis $\frac{X_b}{W_b}$ avviker meget fra $\frac{X_d}{W_d}$, og ellers bruke $T_1^{(3)}$. Har vi en overvekt av bensindrevne biler i utvalget, synes $T_1^{(2)}$

å være å foretrekke;

$$(8,3) \quad B = u \frac{c_t}{Z_b} X_b = \frac{c_t}{c_b} B_{1b}$$

hvis utvalget mangler dieseldrevne biler.

Under modell (ii) (se avsn. 5.2) bør følgende estimatorer brukes:

$$(8,4) \quad T_2^{(1)} = \frac{c_t}{c_d} \frac{b_d}{V_d} X_d = \frac{c_t}{c_d} T_{2d}$$

hvis utvalget mangler bensindrevne biler;

$$(8,5) \quad T_2^{(2)} = \frac{b_d}{Y_d} X_d + u \frac{c_b}{Z_b} X_b = T_{2d} + B_{1b}$$

$$T_2^{(3)} = \frac{c_t}{c_d} \frac{b_d}{Y_t} X_t = \frac{c_t}{c_d} \frac{Y_d}{Y_t} T_{2d}$$

hvor $T_2^{(2)}$ bør brukes hvis X_b/Y_b avviker meget fra X_d/Y_d , eller vi har en overvekt av bensindrevne biler i utvalget, og ellers $T_2^{(3)}$; og endelig estimatoren B fra (8.3) hvis utvalget mangler dieseldrevne biler.

Stort sett bør estimatorene beregnes på grunnlag av totaltall. Dette gjelder ikke totaltall på årsbasis innen hvert fylke, og følgelig heller ikke totaltall på årsbasis for hele landet. I dette tilfellet bør man beregne estimatene for hvert kvartal for seg og så summere.

Når det gjelder B_{1b} , bør vi i tillegg stratifisere over vogngrupper innen hvert fylke når modell (i) gjelder.



En sammenligning av de oppblåsningsfaktorene som er brukt mot nøyaktige oppblåsningsfaktorer

De tabellene som følger, gir en sammenligning av de oppblåsningsfaktorene, p , som 4. kontor brukte i lastebiltellingen 1978, mot oppblåsningsfaktorer, p_1 , som er beregnet uten avrundingsfeil (se kap. 3).

Fylke: Østfold		Vognkilometer							
Kvartal:		1		2		3		4	
Korreksjonsfaktor brukt		1,01		0,97		1,05		1,12	
Korreksjonsfaktor foreslått		12,9765		12,5593		13,7907		14,6735	
Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	P	P_1	P	P_1	P	P_1	P	P_1
Varebiler	1,0 tonn og over	5 960	5 997	1 781	1 769	3 301	3 303	3 904	3 898
Lastebiler									
	Under 2,0 tonn	1 471	1 476,1	1 286	1 276,9	2 531	2 540	2 714	2 720
	2,0 - 2,9 "	890	900,7	1 362	1 357,5	922	919,4	1 262	1 268,2
	3,0 - 3,9 "	387	394,8	517	513,1	523	519,3	616	618,0
	4,0 - 4,9 "	452	455,2	429	421,8	1 032	1 029,7	484	482,8
	5,0 - 5,9 "	245	246,0	252	254,8	316	313,9	308	310,7
	6,0 - 6,9 "	232	232,1	315	315,2	289	284,6	279	275,6
	7,0 - 7,9 "	271	270,9	328	327,6	371	368,1	470	466,5
	8,0 - 8,9 "	77	77,96	76	72,80	110	110,50	147	143,09
	9,0 - 9,9 "	65	68,22	76	71,49	96	91,61	103	106,56
	10,0 tonn og over.....	39	44,44	50	50,61	69	63,02	73	74,32
Spesialbiler									
	Kombinerte biler for personer og gods	658	661,8	593	587,8	935	941,7	1 188	1 191,0
	Andre lastebiler	258	253,7	126	124,7	165	165,78	147	147,52
	Tankbiler for olje og bensin ...	103	104,14	88	89,89	96	97,29	117	112,67
	Tankbiler for andre varer	65	64,18	76	79,98	110	105,98	88	94,54
	Trekkvogner for semitrailere ...	103	107,83	101	105,03	110	109,93	161	161,16

Fylke: Akershus		Vognkilometer							
Kvartal:		1		2		3		4	
Korreksjonsfaktor brukt		1,07		0,91		0,94		1,11	
Korreksjonsfaktor foreslått		13,7609		11,8855		12,3278		14,5542	
Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	P	P_1	P	P_1	P	P_1	P	P_1
Varebiler	1,0 tonn og over ...	17 983	17 926	2 340	2 357	6 223	6 229	5 423	5 433
Lastebiler									
	Under 2,0 tonn	1 643	1 638,8	15 829	15 903	8 472	8 475	4 086	4 093
	2,0 - 2,9 "	1 794	1 792,1	2 023	2 026	1 761	1 768,0	5 046	5 050
	3,0 - 3,9 "	1 049	1 044,9	509	512,4	936	942,7	829	829,6
	4,0 - 4,9 "	607	606,2	592	596,3	616	615,3	1 105	1 101,1
	5,0 - 5,9 "	331	332,8	355	351,4	369	371,8	465	459,1
	6,0 - 6,9 "	373	371,5	355	356,5	369	364,4	451	449,2
	7,0 - 7,9 "	345	342,9	296	302,3	357	359,2	378	372,6
	8,0 - 8,9 "	97	96,25	71	71,29	99	101,71	102	107,67
	9,0 - 9,9 "	83	82,28	83	78,91	99	97,29	116	109,36
	10,0 tonn og over ...	55	59,86	47	51,01	62	67,05	87	87,89
Spesialbiler									
	Kombinerte biler for personer og gods	2 623	2 618	1 006	1 008,9	4 729	4 728	11 197	11 207
	Andre lastebiler	207	200,7	260	263,9	406	407,3	247	242,1
	Tankbiler for olje og bensin ..	124	125,88	71	76,31	99	94,55	174	174,86
	Tankbiler for andre varer	69	75,20	59	61,08	74	78,93	87	92,04
	Trekkvogner for semitrailere ..	97	93,86	83	82,74	135	138,61	145	147,98

Fylke: Finnmark		Vognkilometer							
Kvartal:		1		2		3		4	
Korreksjonsfaktor brukt		1,22		0,38		0,98		0,96	
Korreksjonsfaktor foreslått		15,8001		11,4896		12,8424		12,5295	
Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	P	P ₁	P	P ₁	P	P ₁	P	P ₁
Varebiler	1,0 tonn og over	3 367	3 386	936	943,6	1 087	1 085,2	969	962,0
Lastebiler									
	Under 2,0 tonn	220	222,6	160	166,08	359	353,2	201	213,0
	2,0 - 2,9 "	236	233,4	229	224,0	180	181,63	314	314,8
	3,0 - 3,9 "	283	290,0	80	78,07	128	125,67	151	147,74
	4,0 - 4,9 "	142	149,49	92	87,10	90	88,29	88	81,44
	5,0 - 5,9 "	110	112,55	80	80,56	116	114,05	151	147,54
	6,0 - 6,9 "	94	99,28	80	83,27	103	104,21	151	148,62
	7,0 - 7,9 "	79	83,19	57	60,59	90	94,95	126	124,75
	8,0 - 8,9 "	126	124,99	149	152,73	116	120,72	126	119,13
	9,0 - 9,9 "	94	91,95	103	101,74	334	332,6	101	95,61
	10,0 tonn og over	63	55,85	57	51,98	77	77,16	75	74,80
Spesialbiler									
	Kombinerte biler for personer og gods	456	450,3	366	372,6	719	722,4	1 409	1 403,3
	Andre lastebiler	552	554,4	.	.
	Tankbiler for olje og bensin ..	173	168,75	92	86,17	205	207,7	63	65,72
	Tankbiler for andre varer	110	111,92	46	49,41	116	111,73	.	.
	Trekkvogner for semitrailere ...	63	56,59	103	100,53	103	99,89	113	106,65

Fylke: Akershus		Tonn, tonnkilometer							
Kvartal:		1		2		3		4	
Korreksjonsfaktor brukt		1,10		0,92		0,95		1,08	
Korreksjonsfaktor foreslått		14,2532		11,9954		12,3923		14,0911	
Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	P	P ₁	P	P ₁	P	P ₁	P	P ₁
Varebiler	1,0 tonn og over ...	18 486	18 567	2 366	2 379	6 288	6 261	5 279	5 260
Lastebiler									
	Under 2,0 tonn	1 689	1 697,4	16 002	16 050	8 562	8 520	3 976	3 962
	2,0 - 2,9 "	1 845	1 856,2	2 045	2 045	1 780	1 777,3	4 909	4 890
	3,0 - 3,9 "	1 078	1 082,3	514	517,2	946	947,6	806	803,2
	4,0 - 4,9 "	624	627,9	598	601,8	622	618,6	1 075	1 066,0
	5,0 - 5,9 "	341	344,7	359	354,6	373	373,8	453	444,5
	6,0 - 6,9 "	383	384,8	359	359,8	373	366,3	439	434,9
	7,0 - 7,9 "	355	355,1	299	305,1	361	361,1	368	360,7
	8,0 - 8,9 "	99	99,70	72	71,95	100	102,25	99	104,24
	9,0 - 9,9 "	85	85,22	84	79,64	100	97,80	113	105,88
	10,0 tonn og over ...	57	62,00	48	51,48	62	67,40	85	85,09
Spesialbiler									
	Kombinerte biler for personer og gods	2 696	2 712	1 017	1 018,3	4 779	4 752	10 894	10 850
	Andre lastebiler	213	207,9	263	266,4	411	409,4	241	234,4
	Tankbiler for olje og bensin ..	128	130,38	72	77,02	100	95,05	170	169,30
	Tankbiler for andre varer	71	77,89	60	61,65	75	79,35	85	89,11
	Trekkvogner for semitrailere ...	99	97,22	84	83,51	137	139,33	141	143,27

Fylke: Østfold		Tonn, tonnkilometer							
Kvartal:		1		2		3		4	
Korreksjonsfaktor brukt		0,97		0,95		1,01		1,09	
Korreksjonsfaktor foreslått		12,7196		12,4072		13,2396		14,3081	
Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	P	P ₁	P	P ₁	P	P ₁	P	P ₁
Varebiler	1,0 tonn og over ...	5 895	5 879	1 742	1 747,6	3 170	3 171	3 799	3 801
Lastebiler									
	Under 2,0 tonn	1 456	1 446,9	1 260	1 261,4	2 435	2 439	2 642	2 653
	2,0 - 2,9 "	881	882,9	1 334	1 341,1	886	882,6	1 228	1 236,6
	3,0 - 3,9 "	383	387,0	506	506,9	503	498,6	600	602,6
	4,0 - 4,9 "	447	446,1	420	416,7	992	988,6	471	470,8
	5,0 - 5,9 "	243	241,1	247	251,7	304	301,4	300	303,0
	6,0 - 6,9 "	230	227,5	309	311,4	278	273,3	271	268,7
	7,0 - 7,9 "	268	265,5	321	323,6	357	353,4	457	454,9
	8,0 - 8,9 "	77	76,41	74	71,89	106	106,09	143	139,53
	9,0 - 9,9 "	64	66,87	74	70,63	93	87,95	100	103,91
	10,0 tonn og over	38	43,56	49	49,99	66	60,50	71	72,46
Spesialbiler									
	Kombinerte biler for personer og gods	651	648,7	580	580,7	900	904,1	1 157	1 161,3
	Andre lastebiler	255	248,7	124	123,20	157	159,16	143	143,85
	Tankbiler for olje og bensin ..	102	102,08	86	88,80	93	93,40	114	109,87
	Tankbiler for andre varer	64	62,91	74	79,01	106	101,75	86	92,19
	Trekkvogner for semitrailere	102	105,69	99	103,76	106	105,54	157	157,15

Fylke: Finnmark		Tonn, tonnkilometer							
Kvartal:		1		2		3		4	
Korreksjonsfaktor brukt		1,34		0,90		0,98		0,92	
Korreksjonsfaktor foreslått		17,2935		11,6929		12,8424		12,0931	
Kjøretøy- gruppe	Nyttelast- gruppe	P	P ₁	P	P ₁	P	P ₁	P	P ₁
Varebiler	1,0 tonn og over	3 702	3 707	962	960,3	1 087	1 085,2	930	928,5
Lastebiler									
	Under 2,0 tonn	242	243,7	164	169,02	359	353,2	205	205,6
	2,0 - 2,9 "	259	255,4	234	228,0	180	181,63	301	303,8
	3,0 - 3,9 "	311	317,5	82	79,45	128	125,67	145	142,60
	4,0 - 4,9 "	156	163,62	94	88,64	90	88,29	84	78,61
	5,0 - 5,9 "	121	123,19	82	81,98	116	114,05	145	142,40
	6,0 - 6,9 "	104	108,66	82	84,75	103	104,21	145	143,44
	7,0 - 7,9 "	86	91,05	59	61,67	90	94,95	121	120,41
	8,0 - 8,9 "	138	136,80	152	155,43	116	120,72	121	114,98
	9,0 - 9,9 "	104	100,64	105	103,54	334	332,6	96	92,28
	10,0 tonn og over	69	61,13	59	52,90	77	77,16	72	72,19
Spesialbiler									
	Kombinerte biler for personer og gods	501	492,9	374	379,2	719	722,4	1 350	1 354,4
	Andre lastebiler	552	554,4	.	.
	Tankbiler for olje og bensin ...	190	184,69	94	87,70	205	207,7	60	63,43
	Tankbiler for andre varer	121	122,50	47	50,28	116	111,73	.	.
	Trekkvogner for semitrailere ...	69	61,94	105	102,31	103	99,89	108	102,94

Middelkvadratfeilene til estimatorene innen hver kjøretøygruppe for noen utvalgte fylker og kvartaler under modell (i).

Tabellene som følger gir en oversikt over middelkvadratfeilen til estimatorene T , M_1 , M_2 og B innen hver vogngruppe under modell (i). σ^2 er satt lik 500, mens β^2 er anslått til 0,16. T står for T_1 og T_2 , siden de er like. Tilsvarende er B_1 og B_2 like. B står for disse.

2. kvartal for Oslo. $u = 13,0$ uker i kvartalet.
 $k_1 = 13,20$, $k_2 = 12,68$

Kjøretøygruppe	Nyttelastgruppe	N_j	n_j	b_j	y_j	d_j	w_j
				1 000 km		1 000 tonn km	
I alt		5 459	292	27 085	149,62	163 541	1 422,2
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn	467	2	1 992	0,92	3 386	1,6
	2,0 - 2,9 "	886	3	3 855	0,99	9 638	2,5
	3,0 - 3,9 "	952	6	4 498	2,50	15 743	8,8
	4,0 - 4,9 "	461	7	1 605	2,00	7 062	8,8
	5,0 - 5,9 "	427	18	1 497	6,01	8 234	33,1
	6,0 - 6,9 "	531	27	1 943	6,72	12 435	43,0
	7,0 - 7,9 "	370	11	2 159	2,55	16 193	19,1
	8,0 - 8,9 "	281	47	1 731	25,10	14 714	213,3
	9,0 - 9,9 "	134	22	822	11,18	7 645	103,9
	10,0 tonn og over ..	236	61	1 955	36,30	24 242	450,1
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	100	1	306	0,24	398	0,3
	Andre lastebiler	123	5	845	1,04	5 746	7,0
	Tankbiler for olje og bensin	141	24	978	10,49	8 215	88,1
	Tankbiler for andre varer	44	10	372	8,84	3 125	74,3
	Trekkvogner for semitrailere	306	48	2 525	34,75	26 765	368,4
		Σc_j	Σz_j				
		=	=				
		29 216	2 607				

1. kvartal for Hedmark, $u = 12,9$ uker i kvartalet.
 $k_1 = 12,93$, $k_2 = 12,51$

Kjøretøygruppe	Nyttelastgruppe	N_j	n_j	b_j	y_j	d_j	w_j
				1 000 km		1 000 tonn km	
I alt		3 060	363	18 772	235,09	150 945	2 451,2
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn	122	3	578	1,16	983	2,0
	2,0 - 2,9 "	231	4	1 040	2,16	2 600	5,4
	3,0 - 3,9 "	206	8	931	3,30	3 165	11,2
	4,0 - 4,9 "	192	9	537	3,32	2 417	14,9
	5,0 - 5,9 "	357	21	1 141	2,60	6 390	14,6
	6,0 - 6,9 "	455	27	2 095	8,07	13 168	52,5
	7,0 - 7,9 "	244	15	1 611	5,78	11 921	42,7
	8,0 - 8,9 "	244	41	1 967	28,04	16 720	238,4
	9,0 - 9,9 "	101	23	723	8,00	6 796	75,2
	10,0 tonn og over ..	479	166	5 410	139,27	67 084	1 727,0
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	95	3	377	1,25	490	1,6
	Andre lastebiler	96	8	543	5,90	3 367	36,6
	Tankbiler for olje og bensin	78	12	464	5,14	2 923	32,4
	Tankbiler for andre varer	48	8	363	4,69	2 650	34,2
	Trekkvogner for semitrailere	112	15	992	16,41	9 821	162,5
		Σc_j	Σz_j				
		=	=				
		20 744	3 446				

$\frac{d_j}{w_j}, \frac{b_j}{y_j}$	$k_1 \frac{c_j}{z_j}$	$u \frac{N_j}{n_j}$	Middelkvadratfeil. 10^{12}			
			T	M_1	M_2	B
			54,43	75,92	70,41	73,59
2 174	3 083	3 036	3,68	7,72	7,06	7,46
3 882	3 899	3 839	18,70	18,87	17,42	18,29
1 798	2 095	2 063	14,14	20,29	18,27	19,48
802	869	856	2,83	3,38	3,08	3,26
249	313	308	1,02	2,34	1,96	2,18
289	260	256	1,79	1,70	1,80	1,73
846	444	437	6,84	11,36	12,06	11,62
69	79	78	0,50	1,38	0,94	1,19
74	80	79	0,28	0,41	0,33	0,38
54	51	50	0,64	0,83	1,28	0,97

1 301	1 320	1 300	0,26	0,27	0,25	0,26
816	325	320	2,34	2,29	2,36	2,32
93	78	76	0,38	0,57	0,68	0,61
42	58	57	0,06	0,35	0,28	0,32
73	84	83	0,96	4,16	2,64	3,51

$\frac{d_j}{w_j}, \frac{b_j}{y_j}$	$k_1 \frac{c_j}{z_j}$	$u \frac{N_j}{n_j}$	Middelkvadratfeil. 10^9			
			T	M_1	M_2	B
			9 224	22 551	23 789	22 640
496	525	522	244	273	256	270
481	745	742	626	1 823	1 673	1 798
281	332	330	444	673	614	663
161	275	273	194	1 030	925	1 012
437	219	218	1 397	1 976	2 060	1 990
259	217	216	1 760	2 006	2 206	2 036
278	209	208	1 657	2 321	2 545	2 356
69	76	76	578	1 113	821	1 057
89	56	55	304	1 141	1 247	1 158
38	36	36	1 269	2 313	4 680	2 610
302	406	408	74	140	130	138
91	154	153	153	1 284	1 128	1 258
89	83	83	131	120	119	119
76	76	77	101	102	96	101
59	95	96	292	6 236	5 289	6 074

3. kvartal for Sør-Trøndelag. $u = 13,1$ uker i kvartalet. $k_1 = 10,55$, $k_2 = 11,06$

Kjøretøygruppe	Nyttelastgruppe	N_j	n_j	b_j	y_j	d_j	w_j
I alt		3 156	255	17 739	195,56	132 042	2 038,4
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn ...	186	5	1 002	2,42	1 703	4,1
	2,0 - 2,9 " ...	323	5	1 757	1,91	4 393	4,8
	3,0 - 3,9 " ...	256	6	1 117	1,28	3 798	4,4
	4,0 - 4,9 " ...	216	4	545	0,49	2 453	2,2
	5,0 - 5,9 " ...	336	17	1 105	6,41	6 078	35,3
	6,0 - 6,9 " ...	471	26	2 046	11,93	13 094	76,4
	7,0 - 7,9 " ...	264	14	1 519	5,19	11 241	38,4
	8,0 - 8,9 " ...	116	17	955	12,60	8 118	107,1
	9,0 - 9,9 " ...	79	11	796	9,34	7 403	86,9
	10,0 tonn og over .	366	105	4 168	102,59	52 934	1 302,8
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	94	3	463	1,01	695	1,5
	Andre lastebiler	81	4	291	2,47	1 746	14,8
	Tankbiler for olje og bensin	60	9	353	4,33	2 365	29,0
	Tankbiler for andre varer	58	11	469	10,10	3 799	81,8
	Trekkvogner for semitrailere	150	18	1 153	23,49	12 222	249,0
		ΣC_j	Σz_j				
		=	=				
		20 698	2 372				

1. kvartal for Finnmark. $u = 12,9$ uker i kvartalet $k_1 = 17,35$, $k_2 = 15,94$

Kjøretøygruppe	Nyttelastgruppe	N_j	n_j	b_j	y_j	d_j	w_j
I alt ¹⁾		874	139	4 248	45,42	35 121	431,3
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn	42	3	150	1,08	255	1,8
	2,0 - 2,9 "	56	4	186	0,30	465	0,8
	3,0 - 3,9 "	59	4	155	1,72	527	5,9
	4,0 - 4,9 "	48	5	71	0,36	320	1,6
	5,0 - 5,9 "	109	14	223	0,41	1 227	2,2
	6,0 - 6,9 "	119	20	383	7,14	2 451	45,7
	7,0 - 7,9 "	53	11	288	1,62	2 160	12,1
	8,0 - 8,9 "	60	8	337	4,05	2 831	34,0
	9,0 - 9,9 "	51	9	412	0,50	3 832	4,7
	10,0 tonn og over ..	152	46	1 248	20,29	15 725	255,6
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	52	2	263	0,69	342	0,9
	Andre lastebiler	2	.	4	.	70	.
	Tankbiler for olje og bensin	35	4	197	2,71	1 340	18,4
	Tankbiler for andre varer	8	1	66	1,37	561	11,6
	Trekkvogner for semitrailere	30	8	273	3,18	3 085	36,0
		ΣC_j	Σz_j				
		=	=				
		5 993	1 198				

1) Ikke medregnet andre lastebiler.

$\frac{d_j}{w_j}, \frac{b_j}{y_j}$	$k_1 \frac{c_j}{z_j}$	$u \frac{N_j}{n_j}$	Middelkvadratfeil. 10^9			
			T	M_1	M_2	B
			11 079	55 174	59 205	103 082
415	393	488	352	317	346	504
921	681	848	2 023	1 316	1 371	1 734
873	449	560	1 658	983	972	979
116	569	709	1 368	588	600	681
171	208	259	521	1 022	1 259	2 700
170	190	237	1 116	1 751	2 299	6 299
291	198	247	1 638	2 824	2 500	1 647
75	71	89	304	301	301	778
84	75	93	312	354	312	484
40	36	45	1 049	4 877	2 135	8 627
459	330	411	159	89	95	129
117	854	1 064	102	24 528	27 226	39 946
81	69	87	95	88	86	115
45	55	68	86	214	286	752
48	87	109	294	15 922	19 417	37 707

$\frac{d_j}{w_j}, \frac{b_j}{y_j}$	$k_1 \frac{c_j}{z_j}$	$u \frac{N_j}{n_j}$	Middelkvadratfeil. 10^9			
			T	M_1	M_2	B
			3 220	6 155	5 903	7 617
139	243	180	17,6	59,7	49,3	30,5
612	243	180	142,0	35,0	32,9	29,6
90	255	189	23,4	342,0	276,8	159,2
195	167	123	31,0	23,0	19,9	14,7
548	134	99	336,5	157,7	161,9	172,7
54	103	76	64,5	1 060,9	769,6	306,1
178	84	62	191,3	252,7	277,4	341,1
83	130	96	116,4	690,6	483,9	188,3
818	73	98	1 564,5	1 842,6	1 879,6	1 963,4
62	57	42	475,8	597,8	1 168,1	4 015,9
383	451	334	65,4	91,0	76,5	50,0
73	152	112	48,0	550,9	420,3	201,7
48	139	103	13,3	288,9	228,5	124,7
86	65	48	130,7	164,0	203,4	333,4

Middelkvadratfeilen til estimatorene innen hver kjøretøygruppe for utvalgte fylker og kvartaler under modell (ii)

Tabellene gir en oversikt over middelkvadratfeilen til estimatorene T ($= T_1$ og T_2), M_1 , M_2 og B ($= B_1$ og B_2) innen hver vogngruppe under modell (ii).

1. kvartal for Østfold. $u = 12,9$ uker i kvartalet.
 $k_1 = 12,72$, $k_2 = 12,98$

Kjøretøygruppe	Nyttelastgruppe	N_j	n_j	b_j	y_j	d_j	w_j
I alt		3 492	311	21 703	222,21	165 465	2 280,1
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn	167	1	872	0,16	1 482	0,3
	2,0 - 2,9 "	357	7	1 706	3,61	4 265	9,0
	3,0 - 3,9 "	283	9	1 355	3,39	4 607	11,5
	4,0 - 4,9 "	220	7	651	2,50	2 930	11,2
	5,0 - 5,9 "	431	24	1 366	3,67	7 513	20,2
	6,0 - 6,9 "	521	30	1 875	8,73	12 188	56,7
	7,0 - 7,9 "	320	16	2 354	6,82	17 655	51,1
	8,0 - 8,9 "	274	47	2 487	31,68	21 140	269,3
	9,0 - 9,9 "	79	15	723	13,25	6 724	123,2
	10,0 tonn og over ..	331	100	4 312	110,20	53 900	1 377,5
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	83	3	390	0,79	507	1,0
	Andre lastebiler	90	4	312	0,91	1 872	5,4
	Tankbiler for olje og bensin	97	13	496	3,09	3 125	19,5
	Tankbiler for andre varer	64	13	580	9,28	4 872	78,0
	Trekkvogner for semitrailere	175	22	2 224	24,13	22 685	246,2
		Σc_j	Σz_j				
		=	=				
		22 068	2 761				
		tonn	tonn				

4. kvartal for Oslo. $u = 13,1$ uker i kvartalet.
 $k_1 = 13,34$, $k_2 = 13,82$

Kjøretøygruppe	Nyttelastgruppe	N_j	n_j	b_j	y_j	d_j	w_j
I alt		5 415	269	26 230	126,41	158 214	1 200,6
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn	466	2	1 940	0,64	3 298	1,1
	2,0 - 2,9 "	885	3	3 803	0,54	9 888	1,4
	3,0 - 3,9 "	946	3	4 442	0,79	15 103	2,7
	4,0 - 4,9 "	453	7	1 800	2,61	7 920	11,5
	5,0 - 5,9 "	421	15	1 449	2,48	7 970	13,6
	6,0 - 6,9 "	526	15	1 798	7,26	11 507	46,5
	7,0 - 7,9 "	368	15	1 956	8,97	14 670	67,3
	8,0 - 8,9 "	279	45	1 632	22,59	13 872	192,0
	9,0 - 9,9 "	134	20	756	8,62	7 031	80,2
	10,0 tonn og over ..	235	61	2 127	32,15	26 375	398,6
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	100	1	339	0,26	441	0,3
	Andre lastebiler	122	7	563	2,32	3 885	16,0
	Tankbiler for olje og bensin	137	20	910	9,98	7 917	86,8
	Tankbiler for andre varer	44	8	315	3,79	2 678	32,2
	Trekkvogner for semitrailere	299	47	2 398	23,41	25 659	250,4
		Σc_j	Σz_j				
		=	=				
		29 013	2 463				
		tonn	tonn				

$\frac{d_j}{w_j}, \frac{b_j}{y_j}$	$k_2 \frac{c_j}{z_j}$	$u \frac{N_j}{n_j}$	Middelkvadratfeil. 10^9			
			T	M_1	M_2	B
			4 097	2 844	2 969	2 909
5 450	2 167	2 147	2 376	406	420	414
472	662	656	402	823	865	845
399	408	404	270	271	282	277
261	408	404	84	218	229	224
372	233	231	253	140	141	141
215	225	223	200	212	222	217
345	260	257	405	282	284	283
79	76	75	96	89	91	90
55	68	67	19	34	36	35
39	43	43	82	112	128	120
492	359	356	96	51	53	52
344	292	289	53	38	39	38
160	97	96	40	20	21	21
62	63	63	18	18	19	18
92	103	102	101	130	139	134

$\frac{d_j}{w_j}, \frac{b_j}{y_j}$	$k_2 \frac{c_j}{z_j}$	$u \frac{N_j}{n_j}$	Middelkvadratfeil. 10^9			
			T	M_1	M_2	B
			30 833	18 615	19 922	18 120
3 052	3 221	3 062	2 960	3 067	3 298	2 979
7 004	4 078	3 877	13 316	4 646	4 919	4 542
5 609	4 359	4 144	12 454	7 199	7 681	7 016
689	895	851	620	1 004	1 089	971
585	388	369	423	217	224	214
248	485	461	222	1 199	1 325	1 152
218	339	322	212	631	703	605
72	86	81	58	85	97	81
88	93	88	33	34	37	33
66	53	51	69	78	72	81
1 310	1 382	1 314	222	230	247	223
242	241	229	68	63	67	61
91	95	90	41	41	44	40
83	76	72	13	10	11	10
102	88	84	122	111	108	112

2. kvartal for Aust-Agder. $u = 13,0$ uker i kvartalet.
 $k_1 = 10,63$, $k_2 = 10,32$

Kjøretøygruppe	Nyttelastgruppe	N_j	n_j	b_j	y_j	d_j	w_j
I alt		1 130	162	5 932	92,55	48 801	913,8
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn	49	2	156	1,21	265	2,1
	2,0 - 2,9 "	87	6	366	4,66	915	11,6
	3,0 - 3,9 "	99	11	399	1,20	1 397	4,2
	4,0 - 4,9 "	80	7	177	1,41	779	6,2
	5,0 - 5,9 "	131	23	322	3,38	1 771	18,6
	6,0 - 6,9 "	177	20	630	6,22	4 095	40,4
	7,0 - 7,9 "	77	7	504	4,20	3 780	31,5
	8,0 - 8,9 "	71	11	518	10,10	4 403	85,8
	9,0 - 9,9 "	26	4	209	2,77	1 986	26,3
	10,0 tonn og over ...	204	59	1 869	50,50	23 176	626,2
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	29	1	130	0,60	208	1,0
	Andre lastebiler	24	2	68	0,04	326	0,2
	Tankbiler for olje og bensin	25	3	51	0,50	224	2,2
	Tankbiler for andre varer	5	1	16	0,59	99	3,7
	Trekkvogner for semitrailere	46	5	517	5,17	5 377	53,8
		Σc_j	Σz_j				
		=	=				
		7 609	1 342				
		tonn	tonn				

1. kvartal for Møre og Romsdal. $n = 12,9$ uker i kvartalet.
 $k_1 = 14,59$, $k_2 = 15,27$

Kjøretøygruppe	Nyttelastgruppe	N_j	n_j	b_j	y_j	d_j	w_j
I alt		3 147	361	15 636	187,19	129 278	2 019,8
Lastebiler							
	Under 2,0 tonn	129	3	378	0,50	643	0,9
	2,0 - 2,9 "	289	5	1 148	0,80	2 870	2,0
	3,0 - 3,9 "	326	12	1 143	3,07	4 001	10,8
	4,0 - 4,9 "	266	8	539	0,73	2 426	3,3
	5,0 - 5,9 "	377	19	1 180	2,64	6 490	14,5
	6,0 - 6,9 "	385	23	1 538	4,28	9 843	27,4
	7,0 - 7,9 "	199	22	826	6,51	6 195	48,8
	8,0 - 8,9 "	190	34	966	16,05	8 114	134,8
	9,0 - 9,9 "	61	12	342	5,58	3 181	51,9
	10,0 tonn og over ..	562	172	5 923	123,67	73 445	1 533,5
Spesialbiler							
	Kombinerte biler for personer og gods	86	6	302	1,73	544	3,1
	Andre lastebiler	71	7	162	0,94	1 069	6,2
	Tankbiler for olje og bensin	46	8	190	1,99	1 197	12,6
	Tankbiler for andre varer	50	13	384	8,92	3 110	72,2
	Trekkvogner for semitrailere	110	17	615	9,78	6 150	97,8
		Σc_j	Σz_j				
		=	=				
		20 860	3 425				
		tonn	tonn				

$\frac{d_j}{w_j}, \frac{b_j}{y_j}$	$k_2 \frac{c_j}{z_j}$	$u \frac{N_j}{n_j}$	Middelkvadratfeil. 10^9			
			T	M_1	M_2	B
			327,57	337,93	319,80	549,06
129	253	318	9,98	44,87	42,04	69,48
79	150	188	14,20	74,60	69,10	123,91
333	93	117	66,19	18,50	18,50	18,98
126	118	149	11,04	10,31	9,73	15,57
95	59	74	15,17	8,36	8,23	10,00
101	91	115	31,59	27,59	26,30	41,94
120	114	143	29,99	28,51	26,95	44,09
51	67	84	13,03	28,25	25,81	52,31
76	67	84	7,79	6,57	6,23	9,85
37	36	48	33,65	33,23	32,00	75,43
217	299	377	14,04	28,83	27,10	43,88
1 545	124	156	52,51	1,01	0,99	1,16
102	86	108	2,59	1,94	1,84	2,90
27	52	65	0,21	0,85	0,80	1,30
100	95	120	25,59	24,51	23,18	38,26

$\frac{d_j}{w_j}, \frac{b_j}{y_j}$	$k_2 \frac{c_j}{z_j}$	$u \frac{N_j}{n_j}$	Middelkvadratfeil. 10^9			
			T	M_1	M_2	B
			2 221,48	1 467,72	1 601,36	1 285,44
754	657	553	142,41	99,15	108,25	78,11
1 435	883	743	823,12	320,29	342,72	269,90
372	415	349	212,07	241,64	266,39	187,68
740	508	428	199,26	91,13	98,33	74,78
447	303	255	263,02	138,13	144,10	126,86
360	256	215	275,70	166,25	171,04	159,89
127	138	116	51,97	56,46	62,50	44,45
60	85	72	28,59	71,32	83,58	46,35
61	78	65	10,31	15,94	17,88	11,81
48	50	42	138,88	137,75	160,51	191,62
174	219	184	26,15	38,31	42,27	29,33
173	155	130	13,91	10,30	11,23	8,19
95	88	74	8,97	7,02	7,64	5,68
43	59	49	8,08	15,91	18,17	11,17
63	99	83	19,04	58,13	66,75	39,61

Referanser

- Aaberge, Rolf & Helgeland, John (1980): *Estimering av ulike parametrar i lastebilundersøkinga*.
Statistisk Sentralbyrå. Upublisert notat.
- Royall, R. M. (1970): *On finite population sampling theory under certain linear regression models*.
Biometrika, 57,2.
- Thomsen, Ib. (1979): *The use of Markov chain models in sampling from finite populations*.
Statistisk Sentralbyrå. Arbeidsnotater IO 79/4.