

Interne notater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

87/1

12. januar 1987

FRAMSKRIVING AV TIDSSERIEDATA
I KVARTALSVIS NASJONALREGNSKAP
AV LARS A. LOE

INNHold:

	side
Kapittel 1: INNLEDNING	3
1.1: Behov for framskrivning	3
1.2: Problemstilling og innhold	4
1.3: Sentrale begreper og perspektiver	5
Kapittel 2: STRUKTURMODELLEN	8
2.1: Innledning	8
2.2: Modellen	8
2.3: Modellen på tilstandsform	10
2.4: Kalman-filteralgoritmen	12
2.5: Estimering av ukjente parametre	15
2.6: Erfaringer med numerisk optimering	16
Kapittel 3: FRAMSKRIVING PÅ BASIS AV X11-KOMPONENTER	19
3.1: Innledning	19
3.2: Kort beskrivelse av X11	20
3.3: Framskrivning av trend- og sesongkomponenten ..	22
Kapittel 4: PREDIKSJONER	23
4.1: Data	23
4.2: Estimering av varianser i strukturmodellen ...	24
4.3: Filtrering uten optimale vektorer	26
4.4: Evaluering av prediksjonsresultater	28
Kapittel 5: OPPSUMMERING OG KONKLUSJON	38
APPENDIX: Plott av tidsseriene	40
Referanser	46



KAPITTEL 1: INNLEDNING

Statistisk Sentralbyrå publiserer nå løpende kvartalsvise nasjonalregnskap (KNR). Disse er bl.a. viktige som basis for den løpende konjunkturovervåkingen, samt for kvartalsmodellen KVARTS. Regnskapet bygger på en mengde indikatorserier - ca 850 - som koblet til det mer detaljerte årlige regnskapet gir bevegelsen til de ulike nasjonalregnskapstørrelsene over året (se Olsen, Reymert og Ulla, 1985). På flere områder i forbindelse med beregning og analyse av KNR spiller ulike former for analyse av og operasjoner med tidsserier en viktig rolle. I dette arbeidet er det behovet for framskriving som er utgangspunktet.

1.1 Behov for framskriving

For at publiseringen av regnskapet og konjunkturovervåkingen med rette skal kunne kalles løpende, er det viktig at regnskapet ikke foreligger for lenge etter det aktuelle kvartalets utløp. I praksis innebærer dette at det kan være ønskelig å beregne en versjon av regnskapet før alle indikatorseriene foreligger, for å utnytte tilgjengelig informasjon om konjunkturutviklingen på et så tidlig tidspunkt som mulig. Dette skaper behovet for framskriving av tidsserier for de første versjonene av regnskapet.

Hittil har en enkel algebraisk framskrivingsmetode vært benyttet for dette formålet, den såkalte ST.MULT:

$$X_{T+f} = X_{T+f-S} \left[\frac{3}{6} \frac{X_T}{X_{T-S}} + \frac{2}{6} \frac{X_{T-1}}{X_{T-S-1}} + \frac{1}{6} \frac{X_{T-2}}{X_{T-S-2}} \right]^f$$

Her er f: Antall perioder en ønsker å framskrive

S: Seriens periodisitet, dvs. S=4 for kvartalsdata osv.

Kort beskrevet er denne metoden basert på forutsetningen om multiplikativ vekst fra samme periode året før, der vekstfaktoren (i parentes) beregnes som et veiet gjennomsnitt av veksten i de tre siste perioder i serien.

Tidligere er arbeid nedlagt i å utvikle og teste ulike metoder. Blant disse metodene kan nevnes varianter basert på sesongjusteringsmetoden X11, modellering av ARIMA-modeller for den enkelte serie, Holt-

Winters metode samt en rekke algebraiske metoder (se Olsen/Skjæveland 1985 og Skjæveland 1985 for beskrivelse og vurdering av disse metodene.)

Et viktig poeng i forbindelse med valg av framskrivingsmetode er at flere forhold enn ønsket om best mulige prediksjoner må tas hensyn til. For det første bør metoden ha egenskaper og gi resultater som er rimelig tolkbare. For det andre tilsier det store antallet indikatorserier at metoden bør kunne automatiseres slik at de ikke blir for arbeidskrevende i bruk. Metoden bør ikke kreve en grundig analyse av den enkelte serie. Et annet poeng er at dataseriene er svært forskjellige. En har volum-, verdi- og prisserier, sesongmønsteret varierer, dessuten varierer periodelengden fra uker til halvår. Disse forholdene tilsier at en viss grad av pragmatisme kommer inn i valget av metode. For serier som blir ansett som viktige og/eller problematiske å gjøre gode prediksjoner av, vil det ut fra dette kunne være ønskelig å benytte en mer sofistisert metode enn for øvrige serier.

1.2 Problemstilling og innhold

I dette arbeidet søkes ved teoretisk analyse og empirisk testing å undersøke hva en har å vinne på å benytte en metode basert på en eksplisitt formulering av en tidsseriemodell. Antakelsen er at apriori og empirisk kunnskap om særtrekk ved økonomiske tidsseriedata formulert inn i en tidsseriemodell gir gevinster i form av bedre muligheter for tolkning, analyse (f.eks sesongjustering) og framskriving av tidsserie data. Det sentrale formålet her er vurdering av framskrivingsmetoder, slik at den empiriske testingen i oppgaven begrenses til dette emne.

Innholdet vil være dette: I kapittel 1 drøftes teoretisk en del sentrale perspektiver og begreper som jeg anser som viktige for emnet. I kapittel 2 presenteres én modell (Strukturmodellen) og en tilhørende estimeringsprosedyre (Kalman-filtrering) som antas å være "skredder-sydd" for analyse og framskriving av økonomiske tidsseriedata. I kapittel 3 gis en presentasjon av X11-metoden for dekomponering av tidsseriedata og ad-hoc metoden som er valgt for å utnytte denne til framskriving. Kapittel 4 inneholder testing av metodene og endel empiriske eksempler.

1.3 Sentrale begreper og perspektiver

Den best mulige måte å analysere en økonomisk tidsserie på er den som utnytter all tilgjengelig apriori og empirisk kunnskap. Sagt med andre ord ønsker man å avdekke den prosessen som antas å ha generert serien. Et reint tidsserieanalytisk perspektiv innebærer at en ser bort fra kausale sammenhenger som en del av denne prosessen, en anlegger med andre ord et "black box" perspektiv, hvor spørsmålet er hva som skjer mer enn hvorfor.

Dette i motsetning til ekte økonometriske modeller, hvor kausale sammenhenger av teknisk eller adferdsmessig type innkorporeres. Denne innsikten går et tidsserieanalytisk perspektiv glipp av i utgangspunktet. Ambisjonen begrenses til å søke å gi en beskrivelse av den systematikk og stokastikk som har generert serien. Perspektivets sneverhet gjør det imidlertid ikke uberettiget. Et argument er at det for mange formål, f.eks. framskriving, er hensiksmessig. Et annet argument er at det gir innsikt.

Perspektivet vi anlegger på en økonomisk tidsserie kan beskrives med utgangspunkt i at vi betrakter serien y_t som sammensatt av følgende tre komponenter:

- a) Trendkomponenten (T_t)
- b) Sesongkomponenten (S_t)
- c) Den irregulære komponenten (I_t)

Disse kan en videre tenke seg at på ulike måter kombineres til den observerbare serien:

$$(1) \quad y_t = T_t + S_t + I_t$$

$$(2) \quad y_t = T_t S_t I_t$$

$$(3) \quad y_t = T_t S_t + I_t$$

$$(4) \quad y_t^\psi = T_t + S_t + I_t, \quad \psi=0$$

(4) innebærer en kombinasjon av et multiplikativt og additivt mønster når vi lar ψ variere mellom 0 og 1. Dess nærmere ψ er 0 dess mer multiplikativt er mønsteret, dess nærmere ψ er 1 dess mer additivt er det. Fra (2) får vi:

$$(2') \quad \ln y_t = \ln T_t + \ln S_t + \ln I_t$$

som innebærer at vi med en logaritmisk transformasjon av serien kan ivareta det reinte multiplikative tilfellet innenfor en additiv formulering.

Sammenhengen mellom (2') og (4) kommer klarere fram om vi lineært transformerer (4) til:

$$\frac{y_t^\psi - 1}{\psi} = T_t + S_t + I_t, \quad \psi=0$$

Denne kalles Box-Cox transformasjonen og har $\ln y_t$ som grenseverdi for $\psi=0$. (Box/Cox(1964).)

Neste beslutning vi må gjøre gjelder antakelser om prosessene som genererer de ulike komponentene. "Strukturmodellen", som er behandlet i neste kapittel, representerer en eksplisitt og lett tolkbar antakelse i så måte. Dessuten representerer den en modellspesifikk definisjon av begrepene. X11-metoden presentert i kapittel 3 representerer en metode hvor disse antakelsene kommer mindre klart fram i form av en eksplisitt modell. Før vi gjør prosessantakelser skal imidlertid et alt annet enn enkelt problem berøres, nemlig et forsøk på en generell definisjon av begrepene. (Forslag til formelle, ikke-modellbaserte, statistiske definisjoner av begrepene finnes i Granger(1978). Her vil et slikt opplegg føre for langt, så jeg nøyer meg med mer upresise forsøk på å beskrive innholdet i begrepene.)

Problemer ved å oppnå isolerte, generelle definisjoner av begrepene kan illustreres med et sitat fra Durbin (1983 s.128) . "In my view, there is, indeed, no objective definition of what is ment by trend. Trend is, I believe, an essentially subjective concept." Når det gjelder begrepene "sesongkomponent" og "irregulær komponent" mener han at heller ikke disse er objektivt veldefinerte. Dermed kan ikke problemet løses fullt ut ved en uavhengig definisjon av to av begrepene og residualbestemmelse av det tredje.

Tanken er at "trenden" skal representere den delen av bevegelsen i serien som endres sakte over tid. Hvor sakte blir et subjektivt element. Det er naturlig å knytte bevegelsen i denne komponenten til endringer i verden som i sin natur skjer sakte. Stikkord her er befolkningsutvikling, teknologisk endring osv.

Sesongkomponenten i serien er knyttet til forhold som gjentar seg fra år til år, både av samfunnsmessig og naturlig art. Eksempler her er

årstider, høytider, eller institusjonelt bestemte forhold som tidspunkt for lønnsoppgjør, skatteoppgjør, ferieavvikling og avgiftsjusteringer.

Den irregulære komponenten tenkes å representere den delen av serien som i analyseperspektivet er usystematisk variasjon, dvs en bevegelse som det er rimelig å betrakte som reint stokastisk og som vi dermed avstår fra å framskrive.

Det er lett å se årsaker til at det i praksis kan by på problemer å skille disse komponentene fra hverandre. En årsak til dette er at sesongmønsteret kan endres over tid. Et eksempel er påskehøytidens variasjon. Ofte er det på basis av apriori kunnskap om slike forhold mulig å ta hensyn til dette i analysen. Av praktiske grunner eller når konkret apriori kunnskap ikke foreligger byr adskillelsen på problemer. Ulike metoder vil fange opp endringer i mønsteret på ulike måter, fordi ulike metoder i ulik grad tillater endringer i mønsteret.

Disse problemene har relevans enten det primære formål er framskrivning eller glatting av den aktuelle serien. Fordi det primære formål her er framskrivning vil det avgjørende være hvor gode resultater som oppnås i forhold til faktisk utvikling i serien. Hvis en metode imidlertid gir estimater av parametre som innebærer en oppfatning av dynamikken i serien en har liten tro på, ligger det i dette at metoden kan forbedres eller har fundamentale svakheter. Med andre ord: I en slik situasjon bør det ideelt sett reises hypoteser om muligheter for forbedring av framskrivningsmetoden på basis av slike innsikter.

KAPITTEL 2: STRUKTURMODELLEN

2.1 Innledning

En sentral egenskap ved modellen vi nå skal se på, er at den bygger på forestillingen om lokalt trend- og sesongmønster. I dette ligger det at trend- og sesongmønsteret antas å variere over tid. Dette er modellert ved å innføre stokastikk i prosessene som definerer trend- og sesongmønster i seriene, i tillegg til stokastikken i den irregulære komponenten. Estimeringsprosedyren*) , Kalman-filteret, gir mulighet til å skille de ulike formene for stokastikk fra hverandre. Metoden er utviklet av ingeniører. På ingeniørspåket innebærer problemet å skille stokastikk i "signalene" (trend og sesongmønsteret) fra "støy" (den irregulære komponenten). Begrepet "strukturmodell" er fundert på at én eksplisitt formulerer prosessen med trend- og sesongbegreper, en pålegger bevegelsen i serien en apriori "struktur" ut fra at det er økonomiske data det er snakk om. Jeg har konsentrert meg om én formulering innenfor klassen av slike modeller.

2.2 Modellen

$$(1) \quad y_t = \mu_t + \gamma_t + \varepsilon_t \quad t=1, \dots, T$$

Her er serien additivt dekomponert i trendkomponenten μ_t og sesongkomponenten γ_t samt den irregulære komponenten ε_t . Alternativt kan en transformasjon av serien først foretas for å ivareta serier med multiplikativt eller kombinert additivt/multiplikativt sesongmønster.

Den irregulære komponenten forutsettes å være en White-Noise prosess $\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$. (NID = Normally Independent Distributed), som betyr

*) Vi vil bruke ordet "estimering" og "estimer" etc slik de ofte brukes i tidsserielitteraturen, dvs. også om anslag for stokastiske variable. I økonomiske og statistiske litteraturen brukes her oftest ordet predikselv om det er fortidige variable som anslås.

at $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ og

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-k}) = \begin{cases} \sigma^2, & \text{for } k=0 \\ 0, & \text{for } k \neq 0 \end{cases}$$

Trend- og sesongkomponentene i serien antas generert av prosesser som kan defineres på følgende måte

$$(2) \quad \mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t \quad t=1, \dots, T$$

$$(3) \quad \beta_t = \beta_{t-1} + \zeta_t \quad t=1, \dots, T$$

$$(4) \quad Y_t = - \sum_{j=1}^{s-1} Y_{t-j} + \omega_t \quad t=1, \dots, T$$

s=Seriens periodisitet
(s=4 for kvartalsdata osv.)

Leddene η_t , ζ_t , ω_t er restledd som representerer stokastikken i prosessen som genererer trendkomponenten og sesongkomponenten i serien. Fordelings-egenskapene til disse forutsettes å være

$$\eta_t \sim \text{NID}(0, \sigma_\eta^2)$$

$$\zeta_t \sim \text{NID}(0, \sigma_\zeta^2)$$

$$\omega_t \sim \text{NID}(0, \sigma_\omega^2)$$

Dessuten antar vi at alle restleddene er uavhengige av hverandre samt den initiale tilstandsvektoren, som for kvartalsdata er definert ved:

$$\alpha_0 = [\mu_0, \beta_0, Y_0, Y_{-1}, Y_{-2}]^T$$

(Toppskrift T er notasjon for matrisetransponering.)

Begrepet "initialt" innebærer ikke at selve prosessen har startet i et tidspunkt $t=0$. En tenker seg snarere at prosessen har pågått i det uendelige, mens observasjonene har startet i $t=0$. Innholdet i tilstandsvektoren, sammen med modellen og forutsetningene, gir forventet trend- og sesongnivå for neste periode.

Betrakter en relasjonene (2)-(4) kommer det trolig klarere fram hva

som ligger i uttrykket lokalt trend- og sesongmønster. β_{t-1} har tolkning som forventet endring i trendkomponenten fra periode $t-1$ til t . Av relasjon (3) ser vi denne antas å endre seg fra periode til periode i tråd med en random-walk prosess. Dermed er en måte å uttrykke innholdet i relasjon (2) på at den gir avviket mellom faktisk og forventet endring i trendkomponenten som en stokastisk prosess. I grensetilfellet $\sigma_{\eta} = \sigma_{\zeta} = 0$ er trenden deterministisk lineær. Relasjon (4) uttrykker at forventet sum av sesongutslagene over året er null. Restleddet ω_t bringer inn dynamikk i sesongmønsteret ved at det antas å endre seg over tid.

Relasjonene (2)-(4) definerer nå sammen med restleddsforutsetningene den uobserverbare prosessdelen i serien. Parametrene σ_{η}^2 , σ_{ζ}^2 og σ_{ω}^2 gir uttrykk for graden av stabilitet i trend- og sesongbevegelsen i serien. For prediksjonsformål er det derfor sentralt å få best mulige estimater på disse, i og med at de ikke er kjent i utgangspunktet. I og med at vi kun har observasjoner av y kan imidlertid et poeng i forbindelse med prediksjon foregripes, nemlig betydningen av forholdene mellom prosessvariansene og σ^2 . σ^2 uttrykker i hvilken grad det er stokastisk variasjon omkring prosessdelen av serien. Et sentralt problem er å skille denne stokastikken fra stokastikken i prosessdelen. Et intuitivt rimelig poeng er da at dette estimeringsproblemet er fundert på prosessvariansene relativt til variansen til den irregulære komponenten. Dette poenget skal vi komme mer presist tilbake til i forbindelse med estimeringsprosedyren.

2.3 Modellen på tilstandsform

Estimeringsprosedyren vi skal benytte på denne modellen er såkalt Kalman-filtermetodikk. For dette formål er det nødvendig å formulere modellen på en annen måte, som er foregrepet i og med definisjonen av α_0 . Prosedyren innebærer at vi oppnår estimater som er optimale i minste kvadraters forstand, og som kan oppdateres så snart nye observasjoner er tilgjengelige. Videre har omformuleringen intuitiv appell, både modellen og estimeringsalgoritmen består av deler som er rimelig tolkbare. Vi starter med å definere følgende matriser: (Matrisene er definert for tilfellet med kvartalsdata. De for månedsdata er helt analoge.)

$$\alpha_t = [\mu_t, \beta_t, \gamma_t, \gamma_{t-1}, \gamma_{t-2}]^T$$

$$\tau_t = [\eta_t, \zeta_t, \omega_t, 0, 0]^T$$

$$z = [1, 0, 1, 0, 0]^T$$

$$T = \left[\begin{array}{cc|ccc} 1 & 1 & & & \\ 0 & 1 & & 0 & \\ \hline & & -1 & -1 & -1 \\ 0 & & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

Modellen kan nå kort skrives slik:

$$(I) \quad y_t = z^T \alpha_t + \varepsilon_t \quad t=1, \dots, T$$

$$(II) \quad \alpha_t = T \alpha_{t-1} + \tau_t \quad t=1, \dots, T$$

Relasjon (I) kalles målelikningen fordi den definerer sammensetningen av den observerbare variable. Relasjon (II) kalles prosesslikningen fordi den definerer prosessen de uobserverbare komponentene i serien er generert ut fra.

Ut fra forutsetningene om restleddenes fordelingsegenskaper kan vi nå dessuten skrive disse kort slik:

$$\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$$

$$\tau_t \sim \text{NID}(0, \Sigma_{\tau_t})$$

$$E(\alpha_0 \tau_t^T) = 0$$

$$E(\alpha_0 \varepsilon_t) = 0$$

$$\text{Vi har dermed at } \Sigma_{\tau_t} = E(\tau_t \tau_t^T) =$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 & & & & \\ & \sigma_\zeta^2 & & & \\ & & \sigma_\omega^2 & & \\ & & & 0 & \\ & 0 & & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Som antydnet, er det relative forholdet mellom elementene i ovenstående matrise og σ^2 essensielt. Vi setter derfor

$$\Sigma_{\tau_t} = \sigma^2 Q, \text{ som innebærer at}$$

$$Q = 1/\sigma^2 \Sigma_{\tau_t}$$

Elementene i Q - matrisen er nå de relative prosessvariansene.

2.4 Kalman-filteralgoritmen

For å kunne definere begrepene som inngår i estimeringsalgoritmen; Kalman-filteralgoritmen, skal vi nå anta at vi har en estimator for α_{t-1} basert på all informasjon opp til og med tidspunkt t-1. Denne benevnes a_{t-1} . Ut fra dette kan vi nå definere kovariansmatrisen til estimeringsfeilen $a_{t-1} - \alpha_{t-1}$, som forøvrig er ekvivalent med forventet MSE (Minimum Squared Error):

$$E[(a_{t-1} - \alpha_{t-1})(a_{t-1} - \alpha_{t-1})^T] = \sigma^2 P_{t-1}$$

Omskrevet innebærer dette at

$$P_{t-1} = (1/\sigma^2) \Sigma_{a_{t-1} - \alpha_{t-1}}$$

Helt analogt antar vi at vi har en ett stegs prediktor for α_t basert på all informasjon opp til og med tidspunkt t-1. Denne benevnes

$$a_{t|t-1}, \text{ slik at } P_{t|t-1} = (1/\sigma^2) \Sigma_{a_{t|t-1} - \alpha_t}$$

Vi kan nå stille opp de to første relasjonene i estimeringsalgoritmen som utgjør Kalman-filteret:

$$(E1) \quad a_{t|t-1} = T a_{t-1}$$

$$(E2) \quad P_{t|t-1} = T P_{t-1} T^T + Q$$

(E1) gis ut fra relasjon (I) i modellen og modellforutsetningene, mens (E2)

fås direkte fra definisjonen av $P_{t|t-1}$, (E1) og (II). Ett stegs-prediksjonen for y_t er nå gitt ved

$$\tilde{y}_{t|t-1} = z^T a_{t|t-1}$$

Vi kan nå beregne ett-stegs prediksjonsfeil:

$$v_t = \tilde{y}_{t|t-1} - y_t$$

Som vi seinere skal se benyttes disse til tilpassing av modellen, dvs. Maximum-Likelihood estimering av ukjente parametre. Fordi v_t delvis vil skrive seg fra faktiske endringer i trend- og sesongkomponenten i serien kalles disse gjerne innovasjoner.

Når prediksjoner gjøres utenfor området som er benyttet til tilpassing av modellen kaller vi det ekte prediksjoner eller Post-Sample prediksjoner. Variansen til v_t får vi ved

$$\text{var } v_t = z^T \sigma^2 P_{t|t-1} z + \sigma^2 = \sigma^2 (z^T P_{t|t-1} z + 1) = \sigma^2 f_t$$

slik at

$$f_t = \text{var } v_t / \sigma^2, \text{ den } \underline{\text{relative}} \text{ innovasjonsvarians.}$$

Det kan forøvrig vises at v_t er ukorrelerte (Harvey 1981b, s.55-56).

Dette kan begrunnes mer intuitivt, i det korrelasjon mellom disse ville betydd at all informasjon prediktoren var basert på ikke var utnyttet. At innovasjonen inneholder all ny informasjon som en ny observasjon bidrar med gir seg utrykk i følgende oppdateringsrelasjoner. Disse er forøvrig formelt utledet i Harvey (1981a s. 108-110).

$$(E3) \quad a_t = a_{t|t-1} + P_{t|t-1} z (y_t - z^T a_{t|t-1}) / f_t$$

$$(E4) \quad P_t = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} z z^T P_{t|t-1} / f_t$$

Noen kommentarer kan være på sin plass når det gjelder disse relasjonene. Relasjon (E3) kan tolkes som et uttrykk for hvordan vi revurderer vår oppfatning av tilstandsvektoren når en ny observasjon inntreffer, i det vi med utgangspunkt i innovasjonen "justerer" elementene med innovasjonen

som faktor. Begrepet "filter" vil en se har mening for metoden, innovasjonen filtreres så å si via systemets kovarianstruktur og fordèles på de ulike elementene i tilstandsvektoren slik at et oppdatert estimat oppnås. Poengene kan komme klarere fram om vi studerer vektorstørrelsen vi multipliserer innovasjonen med isolert. Denne kan skrives:

$$\sigma^2 P_t |_{t-1} z / (\sigma^2 f_t) = \frac{(\Sigma_{a_t |_{t-1}} - \alpha_t) z}{\text{var } v_t}$$

Vi ser for det første at telleren inneholder kovariansmatrisen til prediksjonsfeilen på tilstandsvektoren multiplisert med z-vektoren. Et poeng som kommer fram ved dette er at prediksjoner i tilstandsvektoren med "stor" innovasjonsvarians isolert sett skal justeres mye når en ny observasjon inntreffer, i forhold til de predikerte elementene som har "liten" innovasjonsvarians. Videre ser vi at alle justeringsfaktorene skal divideres med $\text{var } v_t$. Dette kan intuitivt begrunnes med at den nye observasjonen isolert sett inneholder mindre ny informasjon dess større denne variansen er.

Til slutt ser vi at σ^2 er en faktor både i $\Sigma_{a_t |_{t-1}} - \alpha_t$ og i $\text{var } v_t$.

Denne parameteren er dermed konsentrert ut av Kalman-filteret som separat parameter, i det de tre prosessvariansene skalert med denne inneholder all nødvendig informasjon for estimeringsprosedyren.

Når det gjelder (E4), ser vi at denne ikke innhenter ny informasjon om kovariansstrukturen i modellen fra innovasjonen v_t . I dette ligger det at all informasjon om stokastikk i serien tenkes inkorporert i matrisene Q og P_0 , samt i skalaren σ^2 , slik at P_t og $P_t |_{t-1}$ bare er avledede størrelser fra de grunnleggende parametrene. Nye observasjoner skal dermed tolkes i lys av dette utgangspunktet. Muligheten for å estimere disse størrelsene skal jeg vende tilbake til i neste avsnitt.

En annen problemstilling som kan reises er hvordan estimerer på tilstandsvektoren α_t kan oppnås når vi foretar estimeringen på basis av alle observasjoner i serien, dvs fram til og med tidspunkt $t=T$. Det viser seg at algoritmene for en slik tilbakeskrivingsprosedyrer er gitt ved.

$$(G1) \quad a_t |_{T} = a_t + P_t^* (a_{t+1} |_{T} - T a_t)$$

$$(G2) \quad P_t |_{T} = P_t^* (P_{t+1} |_{T} - P_{t+1} |_{t}) P_t^{*T}$$

hvor

$$P_t^* = P_t^T P_{t+1}^{-1} \quad t=T-1, \dots, 1$$

og $a_{t|T} = a_T$, $P_{t|T} = P_T$

På basis av disse relasjonene kan dermed optimale estimater på seriens komponenter og deres tilhørende varianser beregnes.

2.5 Estimering av ukjente parametre

Vi har til nå sett hvordan Kalman-filteret for gitte verdier av Q , P_0 og a_0 gir fram og tilbakeskrevne estimater på tilstandsvektoren. Det viser seg at vi ved å gjøre visse antakelser om de $s+1$ første observasjonene i serien kan oppnå betingete Maximum-Likelihood estimater av matrisen Q , som inneholder de relative prosessvariansene.

For å etablere et estimatet a_0 antar vi at $\sigma_\eta^2 = \sigma_\zeta^2 = \sigma_\omega^2 = 0$ for de $s+1$ første observasjonene i serien, dvs. vi antar at trend- og sesongmønster er deterministisk. Dette innebærer at vi kan estimere elementene i tilstandsvektoren ved minste kvadraters metode, hvor vi benytter dummier for sesongvariasjonen og tar hensyn til at sesongkomponentene skal summere seg til null over året. Videre pålegger vi apriori fordelinger ved å anta $a_0 - \alpha_0$ normalfordelt med forventning 0 og varians

$$P_0 = \kappa I_{s+1}$$

der κ er et stort tall og I er identitetsmatrisen. Dette er konsistent med å tolke a_0 som den Bayesiske estimatoren til α_0 . Antakelsen innebærer at vi har svak aprioriformening om α_0 . (For grundigere framstilling av den statistiske gehalten i disse antakelsene, se f.eks Harvey (1984a).)

Med dette utgangspunktet kan vi nå utlede den betingede likelihood-funksjonen for y_{s+2}, \dots, y_T . Prosedyren for dette er formelt gjennomført av Harvey (1981a, s. 12-14). Den logaritmiske likelihoodfunksjonen uten konstantledd er gitt ved

$$\text{Log } L_c = -(1/2)(T - s - 1) \log \tilde{\sigma}^2 - (1/2) \sum_{t=s+2}^T \log f_t$$

$$\text{der } \tilde{\sigma}^2 = (T - s - 1)^{-1} \sum_{t=s+2}^T v_t^2 / f_t$$

På basis av denne kan betingete ML - estimater av de ukjente varianser i modellen beregnes. Siden f_t -ene er ganske intrikate funksjoner av modellens parametre vil analytisk utregning av denne funksjonens deriverte være for strevsomt håndarbeid. Man kan imidlertid ty til numerisk optimeringsmetodikk. Dermed er det en fordel at σ^2 er konsentrert ut av likelihoodfunksjonen, slik at numerisk optimering kan foretas m.h.p. tre i stedet for fire parametre. Maksimeringen skjer ved at Kalmanfilteret på basis av en valgt Q-matrise produserer serier av v_t -er med tilhørende f_t -er av a_0 og P_0 .

2.6 Erfaringer med numerisk optimering

Den numeriske optimeringsrutinen som ble benyttet var EO4JAF i NAG-biblioteket. (se NAG 1981 for tilgangen til programvaren.) Dette er en kvasi-Newton algoritme for beregning av lokale minimum (maksimum) av funksjoner med beskrankede variable. (For en nærmere framstilling av numeriske optimeringsalgoritmer, se A.C.Harvey (1981b), chap.4)

I arbeidet med estimeringsmetoden ble det gjort endel erfaringer det er grunn til å nevne her. Disse faller i to grupper:

- 1) Statistiske egenskaper ved ML-estimering.
- 2) Den aktuelle optimeringsrutinens evne til å lokalisere faktiske maksimum.

Flere poenger i forbindelse med 1) er framhevet i litteraturen. For å undersøke egenskapene til metoden i praksis ble estimering foretatt på syntetiske serier hvor parameterverdiene er kjent.

Et poeng som framheves i litteraturen er at ML-estimatorene har skjevheter som slår i gjennom i små sampler. Harvey/Todd (1983), som har arbeidet med estimering av den aktuelle "strukturmodellen", rapporterer at ML-estimerer eksakt lik null har høy sannsynlighet i små sampler, når null er skranke for den aktuelle variansparameter.

Det samme poenget rapporteres av Engle (1978), som har gjort forsøk med ML-estimering av ukjente parametre i en noe annerledes formulert versjon av "strukturmodellen". Engle estimerte også modellen ved hjelp av Kalman-filtermetodikk på basis av syntetiske data med "sanne" relative varianser forskjellig fra null. Resultatet var at den relative variansen til sesongkomponenten i Engle's modell ble trukket til null, dessuten ble

ikke konvergenzkriteriene for et maksimum oppfylt.

En ulempe ved at σ^2 kan konsentreres ut av likelihoodfunksjonen er ifølge Harvey/Todd (1983) at ML-estimatet på σ^2 kan være null, slik at de relative varianser går mot uendelig og maksimum ikke eksisterer for den konsentrerte likelihoodfunksjonen. Vi skal i siste kapittel se at et σ^2 -estimat svært nær eller lik null er et gjennomgående resultat. Om dette skyldes skjevhet i estimatoren eller er en egenskap ved seriene er vanskelig å si. Det er imidlertid etter mitt skjønn gode grunner til å anta at problemet ligger i estimatorenes skjevheter.

At likelihoodfunksjonen så å si har maksimum på "feil" sted er antakelig et prinsipielt problem som skyldes en sammenkopling av flere normalfordelinger som metoden ikke greier å skille fra hverandre. Jeg har derfor foretatt noen estimeringsforsøk på syntetiske data for å få et inntrykk av hva slike problemer kan innebære i praksis.

Under er det referert noen resultater somer oppnådd ved estimering av relative varianser på basis av syntetiske tall. Fire uavhengige serier av normalfordelte restledd ble generert av rutinen SNORM i TROLL (se TROLL (1981)), som deretter ble benyttet til å generere en serie med 1200 observasjoner i tråd med "strukturmodellen".

Resultater:

Observasjoner:

Estimat:

	30	150	400	1200	"sanne"
$\sigma^2 \eta / \sigma^2$	0.000	0.000	0.000	0.094	1.00
$\sigma^2 \zeta / \sigma^2$	0.015	0.055	0.102	0.127	0.25
$\sigma^2 \omega / \sigma^2$	1.888	1.273	1.339	1.578	3.00
σ^2	1449.04	590.52	331.28	223.35	100.00
$\text{Ln}L_c(\tilde{Q})$	-138.56	-620.68	-1566.44	- 4556.90	-
$\text{Ln}L_c(Q)$	-143.06	-628.08	-1573.94	- 4565.73	-

Her er $\text{Ln}L_c(\tilde{Q})$ funksjonsverdien til den konsentrerte likelihoodfunksjonen for de estimerte parametrene, mens $\text{Ln}L_c(Q)$ er funksjonsverdien for de "sanne" parameterverdiene.

Som vi ser av disse tallene er det en gjennomgående underestimering av de relative variansene, noe som trolig reflekterer de skjevhetene som

ble nevnt over. Videre ser en at når antall observasjoner øker, nærmer estimatene seg de "sanne" verdiene for variansene, hvis en ser bort fra estimatet på $\sigma_{\omega}^2 / \sigma^2$ for 30 og 150 observasjoner. Ved å sammenlikne verdiene likelihoodfunksjonen for de estimerte og de "sanne" parameterverdiene ser vi at disse er gjennomgående størst for estimatene. Dette garanterer ikke at funksjonens globale maksimum er lokalisert, men viser at det globale maksimum ikke befinner seg i punktet med "sanne" parameterverdier, slik at det lokale maksimum er en "bedre" kandidat til løsning av problemet. Problemet her er at den aktuelle rutinen er konstruert for lokalisering av lokale optima.

For å undersøke metoden når antallet parametre reduseres genererte vi en syntetisk serie hvor relasjonene for trendendring og sesongkomponent var utelatt. Motivet for dette var å få et begrep om betydningen av problemet med å skille ut parametre fra blandete normalfordelinger.

		observasjoner:				
Estimat:	30	150	400	1200	"sanne"	
$\sigma_{\eta}^2 / \sigma^2$	(ingen konvergens)	3.68	1.81	1.19	1.00	
σ^2	-----	163.34	139.58	116.19	100.00	
$\text{LnL}_c(\tilde{Q})$	-----	- 510.03	- 1239.83	- 3479.40	-	
$\text{LnL}_c(Q)$	-----	- 511.23	-1241.12	- 3479.80	-	

I dette tilfellet inneholder Q - matrisen kun en relativ varians. Vi ser hvis vi sammenlikner med resultatene i forrige tabell at resultatet både for 400 og 1200 observasjoner må karakteriseres som bedre i betydningen bedre konvergens. Et annet poeng er at likelihoodverdiene for de estimerte og de "sanne" parameterverdiene er nærmere hverandre i tallverdi. Dette gir en indikasjon om at likelihoodfunksjonen er "flat" rundt maksimum, som også kan være årsaken til at rutinen ikke konvergerer med 30 observasjoner. Dette er et poeng som ofte nevnes i litteraturen (se f.eks A.C. Harvey (1981b) chp.4), og bringer oss over på problemer i forbindelse med NAG-rutinens evne til å lokalisere faktiske maksima.

Et problem er at rutinen konvergerer i et lokalt maksimumspunkt. Dette problemet er det i prinsippet mulig å løse ved initiering av rutinen fra et nytt startpunkt, dvs ved en ny "gjetning" på elementene i Q-matrisen. "Feil" gjetning på Q-matrisen kan også være årsaken til at rutinen ikke konvergerer, i den forstand at rutinen ut fra det aktuelle start-

punktet ikke itererer seg fram til et punkt hvor konvergenzkriteriene oppfylles. Dette problemet kan også skyldes at parametre som definerer konvergenzkriterier og den numeriske beregning av deriverte er "dårlige" i forhold til den aktuelle funksjonens form. Konvergenzkriteriene definerer bl.a. "hvor flat" funksjonen skal være før et maksimum rapporteres, den numeriske tilnærmingen innebærer at de krav som gjelder i det analytiske tilfellet m.h.p. partielle deriverte ikke lar seg benytte. NAG-rutinen EO4JAF som ble benyttet gir ikke mulighet til å velge verdi på slike parametre.

Til tross for disse problemene er en slik enkelt optimeringsrutine tilstrekkelig for det aktuelle formål. Både erfaringene med syntetiske data rapportert i dette kapitlet, og variansestimaterne fra empiriske serier som analyseres i kapittel 4, gir sterke indikasjoner om at de statistiske egenskapene til ML-estimatorene representerer et større problem enn begrensningene ved den numeriske optimeringsrutinen. Det var imidlertid i denne omgang ikke rom for å utprøve andre tilpassings kriterier enn ML-metoden.

KAPITTEL 3: FRAMSKRIVNING PÅ BASIS AV X11-KOMPONENTER

3.1 Innledning

X11-metoden er en metode for dekomponering av tidsserier som benyttes av Statistisk Sentralbyrå og flere tilsvarende institusjoner rundt om i verden. Metoden har karakter av å være en mekanisk metode. I dette ligger det at den i stor grad skjærer alle serier over en kam, med unntak av visse viktige opsjoner for korreksjon av ekstremverdier, antall virkedager, multiplikativt eller additivt sesongmønster m.m.

Fordi X11-metoden er en billig form for dekomponering reiser spørsmålet seg om en framskrivning av trend- og sesongkomponentene som denne metoden produserer er en gangbar vei i KNR-sammenheng. I forhold til den enkle aritmetiske metoden ST.MULT utnyttes ved en slik metode informasjon fra hele serien. Bak den svært ad-hoc pregede metoden for framskrivning av trend- og sesongkomponenten som vil bli presentert her ligger utprøving av en del tilsvarende ad-hoc pregede metoder som ikke vil bli dokumentert her.

Varianten som er valgt blir presentert i neste avsnitt. Først skal en kort beskrivelse av X11-metoden gis, for å få fram noen sentrale ideer i prosedyren. Mer formell og grundig presentasjon finnes bl.a i Jensen, Knutsen, Olsen og Schweder (1985). En svært komprimert beskrivelse av metoden finnes i appendix til Kallek (1978).

3.2 Kort beskrivelse av X11

Metoden består av et sett av lineære filtre som suksessivt skiller ut foreløpige og til slutt endelige estimater på de ulike komponentene i serien. Ideen i dette og begrepet "lineært filter" kan beskrives ved å ta utgangspunkt i estimeringen av trendkomponenten for et punkt med et visst antall observasjoner på hver side. Antar vi at trendkomponenten kan beskrives ved en kurve gjennom observasjonene utnytter vi at kurven kan representeres ved et polynom av tilstrekkelig høy grad. Midtpunktet av polynomet betrakter vi som det første anslaget på trendkomponenten i dette punktet. Begrepet "lineært filter" springer ut fra det faktum at å estimere koeffisientene i et slikt polynom ved minste kvadraters metode - og dermed trendverdien - er ekvivalent med å beregne trendverdien som et veiet gjennomsnitt av observasjonene i intervallet. Denne ekvivalensen springer sjølsagt ut fra at MK-estimatorene er lineære i observasjonene. I filtrene er vektene valgt en gang for alle. Ved å flytte intervallet over serien får vi en serie av trendestimer (T_t^1). Antar vi additivt sesongmønster ser vi nå at differansen mellom dette første trendestimatet og observasjonene gir det første anslaget på summen av den irregulære komponenten og sesongkomponenten ($S_t^1 + I_t^1$). For å få et første anslag på sesongkomponenten benyttes et nytt lineært filter, hvor anslaget S_t^1 bergnes som et veiet gjennomsnitt av $S_{t+ks}^1 + I_{t+ks}^1$, der $k = a, \dots, -1, 0, 1, \dots, b$, s er seriens periodisitet, mens a og b definerer lengden av filteret.

Videre i prosedyren inngår nå en transformasjon for å sikre at summen av sesongkomponentene er null, deretter foretas justering for ekstremverdier. På dette punkt beregnes et nytt trendestimat på basis av en annen type glidende gjennomsnitt enn ved første estimering, deretter kan det endelige estimat på sesongkomponenten kalkuleres.

Et poeng som bør nevnes når det gjelder den sistnevnte trendbestemmelsen er at metoden her for månedssdata forsøker å tilpasse lengden av filteret etter hvor "glatt" serien er, dvs etter hvor mye støy

som må renses ut. Dess lengre filter en benytter dess "glattere" blir trendestimatet, men inneholder serien lite støy som skal glattes ut kan en "overglatte" serien og dermed miste noe av bevegelsen i trendkomponenten som formålet jo er å reprodusere. På den annen side vil et for kort filter på en serie med mye støy la dette bli igjen i trendestimatet. Metoden velger som et kompromiss mellom disse to hensyn mellom tre ulike filterlengder. Her må det imidlertid igjen understrekes at hvordan dette vurderes i stor grad er gjenstand for ens subjektive oppfatning om "grad av glatthet" i de ulike komponenter.

På dette punkt kan et poeng angående forholdet mellom metoden beskrevet i forrige kapittel og X11 være på sin plass. Glattingsformlene definert ved (G1) og (G2) er også lineære filtere, det er med andre ord ikke noen grunnleggende forskjell på måten de to metodene estimerer komponentene i serien. Hvor glatte estimerer disse produserer avhenger for disse av de relative variansene. Er eksempelvis begge eller den ene av prosessvariansene i trenddelen av serien store, vil den estimerte trendkomponenten være ustabil. Tolkningen av dette er der at når en har med en serie med svært lokalt trendmønster å gjøre, vil nivået og/eller forventet endring i trendkomponenten variere mye over tid. I grensetilfellet hvor disse variansene er null er tolkningen en global, lineær trend. Fordi de relative prosessvariensene kan anta en uendelig kombinasjon av verdier innebærer denne metoden i denne forstand større fleksibilitet med hensyn til å fange inn ulik grad av stabilitet i trend og sesongmønster enn X11-metoden. På den annen side må en også stille spørsmålet om hvor robust Kalman-filtrering er i forhold til feilspesifikasjon av modellen. Hver variant av X11-metoden som springer ut av prosedyren for valg av filterlengde antydnet over, kan det vises representerer en bestemt tidsseriemodell med faste parametre som komponentestimeringen skjer på basis av, når vi holder oss til et punkt med et visst antall observasjoner på hver side. Hvor relevante eller robuste overfor feilspesifikasjon de ulike modeller er, må også med i en fullstendig vurdering av prosedyrene. Fordi formålet her primært er å framskrive snarere enn å evaluere glattingsmetoder, nevnes disse momentene for å få fram noen poeng angående forholdet mellom perspektivene som er anlagt på strukturene i en økonomisk tidsserie ut fra strukturmodellen på den ene siden og X11-metoden på den andre siden.

Hittil har vi skissert hvordan serien dekomponeres for punkter sentralt i serien. Når vi nærmer oss den siste observasjonen i serien reduseres antall observasjoner til høyre for punktet, vi får mindre og

mindre informasjon om bevegelsen i serien etter det aktuelle tidspunkt. Dette innebærer at de glidende gjennomsnittene som benyttes på slutten av serien må være assymetriske, som impliserer at komponentestimatene blir mer usikre. I praksis betyr det assymetriske filteret at en benytter et symmetrisk filter hvor en benytter repeterte verdier av et gjennomsnitt av de siste observasjonene som substitutt for de ukjente framtidige verdiene. Dette innebærer en antakelse om at trenden flater ut, og er et svært viktig poeng i forbindelse med bruk av X11-komponenter til framskriving av serien.

3.3 Framskrivning av trend - og sesongkomponenten

Den multiplikative varianten av X11 ble valgt som basis for framskriving. Ad hoc metoden som ble valgt, var for trendkomponenten denne:

På basis av det siste års trendestimer ble følgende relasjon for trenden estimert ved minste kvadraters metode:

$$(x1) \quad T_t = aT_{t-1} + bT_{t-1}^2$$

Sesongfaktoren ble framskrevet ved følgende veiede gjennomsnitt av sesongkomponentene fra de to foregående sesongverdier for samme periode:

$$(X2) \quad S_{t+1} = \frac{3}{2} S_{t-s+1} - \frac{1}{2} S_{t-2s+1}, \text{ der } s=\text{periodiset}$$

Når det gjelder (x1), er kriteriet for uformingen av denne sjølsagt ikke at relasjonen som spesifiseres i størst mulig grad bør reprodusere trenden for det siste året slik X11 har estimert den, dette kan jo enkelt oppnås ved spesifisering av et polynom med høy nok grad, dvs opp til antallet punkter som skal tilpasses. Et annet moment er den usikre oppfatningen vi har om de siste trendestimatene, i metoden ligger det som nevnt en antakelse om utflating av trenden. Valget ble derfor gjort på basis av et stort antall framskrivninger av ulike serier med ulike spesifikasjoner av trendframskrivingsrelasjonen. (x1) viste seg å gi gjennomgående best resultat. Tolkningen av koeffisienten a er vekstfaktoren som endrer trenden fra periode til periode. Relevansen av koeffesienten b ligger i at den bringer noe mer fleksibilitet inn i relasjonen. b gir anledning til krumming av

funksjonsammenhengen mellom T_t og T_{t-1} , ved at vekstfaktoren gjøres avhengig av nivået på trenden:

$$(x1') \quad T_t = (a+bT_{t-1})T_{t-1}$$

For å kort antyde det gjennomgående størrelsesforholdet til koeffisientene lå a i intervallet 0.9 til 1.1, mens absoluttverdien til b ikke oversteg 10^{-3} . Som et eksempel på bidraget til det trendavhengige elementet i den estimerte vekstfaktoren, kan vi se på de estimerte koeffisientene som framskriver trenden i VA43 (se neste kap.) fra 4. kvartal 1985 til 1. kvartal 1986:

$\tilde{a}=0.9467$, $\tilde{b}=7.1428 \cdot 10^{-6}$. Fordi trendanslaget for 4. kvartal 1985 er 4817.16, får vi at $\tilde{b}T_{t-1}=0.0344$

Bruk av en slik ad hoc-metode til framskriving av en tidsserie på basis av X11-komponenter er noe utilfredsstillende teoretisk sett, når en sammenlikner med metodikken presentert i forrige kapittel. Men om Kalman-filtermetodikken representerer en mer helhetlig og konsistent framskrivningsmetode, har denne problemer knyttet til seg som gjør at en sammenlikning med metoden presentert her er av interessé. Noen av disse ble presentert i forrige kapittel. Et annet moment er at de programvarer byrået pr. i dag rår over er relativt ineffektive sett i forhold til omfanget av behovet for framskriving.

KAPITTEL 4: PREDIKSJONER

Hovedvekten i denne delen vil bli lagt på å utforske egenskapene til metoden som er basert på "strukturmodellen". ST.MULT og den X11-baserte metoden, som benevnes X11.TRE, må derfor betraktes som referansepunkter for denne metoden. Begrunnelsen for dette ligger i det arbeid som tidligere er nedlagt i utvikling av framskrivningsmetoder og er dokumentert av Skjæveland (1985) og Olsen/Skjæveland(1985).

4.1 Data

Det viste seg at estimering av relative varianser for serier på-

måneds nivå når en er henvist til en numerisk prosedyre, er såpass beregningsmessig tungdreven at den måtte oppgis i denne sammenheng. Når det gjelder utvalget av serier forøvrig, ble hovedvekten lagt på tall fra uten-rikshandelsstatistikken. Begrunnelsen for dette er at disse av erfaring har vist seg vanskelige å framskrive. Under følger en liste over seriene som metodene er testet på:

F02KI: Import av ikke-konkurrerende industrielle ferdigvarer. Volumtall.
 F26KE: Eksport av trevarer. Volumtall.
 F27KE: Eksport av kjemiske og mineralske produkter mv. Volumtall.
 F41KE: Eksport av bensin. Volumtall.
 F46KE: Eksport av verkstedsprodukter. Volumtall.
 V7531: Fra samferdselsstatistikken. SAS' kvartalsregnskap.
 VA43: Eksport av metaller. Verditall.
 VA71: Eksport av elektrisitet. Verditall.
 VI56: Import av skip. Verditall.
 X75217: Fra snarstatistikken for lastebiler. Kjørelengde pr. dieseldrevet kjøretøy.
 XC123: Fra avgiftsdirektoratet. Omsetningsvolum for røyketobakk.
 XC435: Fra NEMKO. Antall solgte symaskiner

Utvalget av serier ble dels gjort ut fra hvor interessante de er i nasjonalregnskapssammenheng, dels ut fra en visuell vurdering av plott for å forsøke å dekke serier med forskjellig dynamikk.

4.2 Estimering av varianser i strukturmodellen

For å estimere variansene i strukturmodellen er det som nevnt nødvendig å benytte de $s+1$, dvs 5, første observasjonene til estimering av en initial tilstandsvektor a_0 . For å kunne gjøre et rimelig antall post-sample prediksjoner kuttet jeg av de 7 siste observasjonene av seriene. For en serie som eksempelvis strekker seg fra 1. kvartal 1977 til 2. kvartal 1986 innebærer dette at en har 24 observasjoner å gjennomføre ML-estimeringen på basis av. Er det svært viktig at variansestimaterne er gode skulle det ut fra det som ble presentert i forbindelse med erfaringer fra syntetiske data være klart at disse estimatene bør vurderes med en god del skepsis.

Av tabellen ser en at 9 av 22 serier ikke gav optimale estimater

	σ_{η}^2	σ_{ζ}^2	σ_{ω}^2	σ^2
F02KI *	53109.00	0	8851.50	$5.90 \cdot 10^{-2}$
$\sqrt{F02KI}$ *	9.65	0	1.06	$1.06 \cdot 10^{-5}$
F26KE *	676.80	3.01	0	$7.52 \cdot 10^{-4}$
$\sqrt{F26KE}$ *	$4.92 \cdot 10^{-1}$	$5.47 \cdot 10^{-3}$	0	$5.48 \cdot 10^{-3}$
F27KE *	5580.00	0	0	$6.21 \cdot 10^{-3}$
$\sqrt{F27KE}$ *	1.07	0	0	$1.19 \cdot 10^{-6}$
F41KE *	1989.00	8.84	1989.00	$2.21 \cdot 10^{-3}$
$\sqrt{F41KE}$ *	1.36	0	1.36	$1.51 \cdot 10^{-6}$
F46KE	4446.70	0	21612.00	$4.53 \cdot 10^{-2}$
$\sqrt{F46KE}$	$4.06 \cdot 10^{-1}$	0	1.67	$7.41 \cdot 10^{-6}$
V7531	228.90	1.36	62.13	$4.07 \cdot 10^{-2}$
$\sqrt{V7531}$	$8.54 \cdot 10^{-2}$	0	$7.50 \cdot 10^{-3}$	$3.70 \cdot 10^{-5}$
VA43	59923.20	806.36	0	$7.40 \cdot 10^{-2}$
$\sqrt{VA43}$ *	5.18	$2.87 \cdot 10^{-2}$	0	$5.75 \cdot 10^{-6}$
VA71	1534.60	0	75.35	$1.69 \cdot 10^{-3}$
$\sqrt{VA71}$	2.53	0	0	$1.06 \cdot 10^{-3}$
VI56	78200.50	0	159000.00	$9.98 \cdot 10^{-1}$
$\sqrt{VI56}$	10.66	1.12	38.30	$4.70 \cdot 10^{-5}$
X75217	36177.30	41.84	17687.90	$5.55 \cdot 10^{-2}$
$\sqrt{X75217}$	1.92	$2.08 \cdot 10^{-2}$	14.26	$2.10 \cdot 10^{-6}$
XC123	693.44	0	2545.40	$1.13 \cdot 10^{-1}$
$\sqrt{XC123}$	0.17	0	0.58	$2.54 \cdot 10^{-5}$
XC435	957592.00	0	0	87.78
$\sqrt{XC435}$	28.26	0	0	$2.20 \cdot 10^{-3}$

I tabellen er oppført resultatene fra estimeringen av varianser for de 12 valgte seriene og kvadratrottransformasjon av disse. Serier merket med "*" innebærer at ML-estimatet på σ^2 er null eller at det ikke lykkes å finne en endelig løsning for de relative variansene.

for parametrene. Det må dessuten understrekes at en ved numerisk optimering "aldri" kan være helt sikker på at et globalt optimum er lokalisert, som tidligere nevnt.

Et gjennomgående resultat ser en er at en stor del av stokastikken i seriene tilskrives nivådelen av trendprosessen, for relativt få av seriene gir estimeringen betydelig stokastikk i endringsdelen av trendprosessen. Videre er variansen til trendkomponenten gjennomgående høy.

Innledningsvis ble det understreket at komponent-begrepene i stor grad er fundert på subjektive synspunkter. Hvor "glatt" trend- og sesongmønsteret bør være er dermed et forhold som langt på vei kan stilles for intuisjonens domstol. Det skulle være liten tvil om at de fleste vil forkaste bildet tabellen over gir av dynamikken i seriene behandlet her. Ønskene vil trolig gå i retning av et glattere trend- og sesongmønster samt større (framfor nesten ingen!) irregulær bevegelse.

Hvis det er σ^2 -estimatorens skjevhet som er problemet, snarere enn at de "sanne" verdier av denne variansparameteren faktisk er null, peker ML-estimeringsprosedyren seg ut som den del av metodikken som bør revurderes. Andre forslag går ut på at det er modellen som bør reformuleres. Harvey/Todd (1983) nevner en sinus/cosinus prosess som en mulig reformulering av sesongkomponenten. En annen mulighet er å forutsette at restleddet i sesongkomponenten er en Moving Average prosess framfor den svært enkle løsningen valgt her. Et eksempel på reformulering av trendkomponenten er eksempelvis å tilpasse et polynom av høyere orden. (For en mer grundig drøfting av slike muligheter, se C.F. Ainsley, D.F. Findley, P. Newbold [alle 1983]).

4.3 Filtrering uten optimale vekter

Vi så i forrige avsnitt at det for et betydelig antall av seriene ikke lykkes å oppnå ML-estimerer på variansparametrene. Dersom grunnen til dette er at ML-estimatet på σ^2 er null innebærer dette at begrepet "relativ varians" bryter sammen. Jeg valgte likevel å foreta prediksjoner for seriene på basis av valgte verdier for de relative variansene. Hva dette innebærer er forsøkt illustrert under.

Når ML-estimatet på σ^2 er null og Kalman-filteret initieres med endelige relative varianser, betyr dette at prediksjonene ikke blir optimale. Informasjonen som ikke oppnås, er hvor store variansene i de

ulike delene av trend- og sesongrelasjonene er i forhold til hverandre. Betydningen av dette problemet kan en få et inntrykk av ved å studere oppdateringsrelasjonens vektor for justering av den predikerte tilstandsvektoren for ulike verdier av de relative variansene. Ser vi på serien V7531 har jeg i tabellen under satt opp de ML-estimerte verdiene av variansene sammen med to sett av apriori valgte verdier:

	ML-estimat	Apriori 1	Apriori 2
$\sigma_{\eta}^2 / \sigma^2$	5615.7	0.500	900000
$\sigma_{\zeta}^2 / \sigma^2$	33.3	0.003	0
$\sigma_{\omega}^2 / \sigma^2$	1525.2	0.150	900000
σ^2	$4.07 \cdot 10^{-2}$	129.877	$2.97 \cdot 10^{-4}$

Initierer vi filteret med disse tre settene av relative varianser og studerer vektorene $P_{t|t-1} z/f_t$, som er faktorene som fordeler innovasjonen v_t på $a_{t|t-1}$ (se s. 13), ser disse slik ut:

ML-estimat	apriori 1	apriori 2
$\begin{bmatrix} 0.63855 \\ 0.04696 \\ 0.36137 \\ -0.23446 \\ -0.04994 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.44025 \\ 0.03107 \\ 0.25520 \\ -0.13669 \\ -0.04141 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.45575 \\ 0.00337 \\ 0.54424 \\ -0.24812 \\ -0.09272 \end{bmatrix}$

Det er særlig elementene 1 og 3 det er grunn til å feste oppmerksomheten til her. For både vektoren med ML-estimerte relative varianser og "apriori 2" er vektene 1 og 3 i sum lik henholdsvis 0.99992 og 0.99999. Dette reflekterer at filteret i disse tilfellene tilskriver nesten hele prediksjonsfeilen usikkerheten som skyldes stokastikken i prosessdelen, og dermed oppdaterer det predikerte estimatet på tilstandsvektoren uten å "filtrere bort" noe. Med andre ord er summen av sesong og trendkomponenten i den oppdaterte tilstandsvektoren nesten den observerte verdien av serien.

Ser en på den tilsvarende summen i "apriori 1", hvor estimatet på σ^2 er betydelig, ser en at den tilsvarende summen er 0.69545. Dette innebærer at en betydelig del av prediksjonsfeilen skrives seg fra den irregulære komponenten.

Videre ser vi når vi sammenliknet vektene i "apriori 2" og de ML-estimerte at vi i det første tilfellet justerer trendkomponenten for lite og sesongkomponenten for mye i forhold til det "optimale".

Konklusjonen vi kan trekke ut fra dette er at mangel på gode variansestimater representerer et alvorlig problem ved bruk av Kalman-filtermetodikk. Bildet vi suksessivt vil danne oss av trend- og sesongmønsteret i serien vil variere betydelig med hvilke verdier av de relative variansene vi har initiert filteret med, og dermed også prediksjonsresultatene. For å utnytte metodikken bedre er det derfor klart at den bør modifiseres, slik at mer tilfredstillende resultater kan oppnås. Mulige retninger for endringer ble nevnt på slutten av forrige avsnitt. Dessverre ble det ikke i forbindelse med dette arbeidet funnet rom for å arbeide videre med modifikasjoner av prosedyren.

4.4 Evaluering av prediksjonsresultater

I tabellene på de påfølgende sidene er prediksjonsresultatene oppført. KALMAN1 er den additive formuleringen av strukturmodellen, mens KALMANR er den additive modellen benyttet på kvadratrottransformerte data. PA1, PA2, PA3 og PA4 er prosentavvik mellom predikert og observert verdi. MAPE (Mean Absolute Percent Error) er gjennomsnittet av prosentavvikenes absoluttverdi. RMSE (Root Mean Squared Error) er kvadratroten av gjennomsnittlig kvadrert avvik. En egenskap ved RMSE i forhold til MAPE er at kvadreringen gir store prediksjonsfeil større betydning.

De tre størrelsene UM, UR og UD er prosenttall for Theils dekomponering av MSE. Disse uttrykker i hvilken grad prediksjonsfeilene er systematiske eller tilfeldige. De er definert ut fra følgende omskrivning av MSE: (Se Ahlburg(1984) eller Granger/Newbold (1977) for mer grundig omtale).

\tilde{y}_t : Ett stegs prediksjonen for y_t

$$\tilde{dy}_t = \tilde{y}_t - y_{t-1}$$

$$dy_t = y_t - y_{t-1}$$

Vi har nå at

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= (1/n)\Sigma(\tilde{y}_t - y_t)^2 = (1/n)\Sigma(\tilde{dy}_t - dy_t)^2 = \\ &= \left[\overline{dy - dy} \right]^2 + \left[S_{dy}^{\tilde{}} - rS_{dy} \right]^2 + (1 - r^2)S_{dy}^2, \end{aligned}$$

der størrelsene i den første parentesen er differansen mellom gjennomsnittene av predikert og faktisk endring. S 'ene er standardavvik, mens r er korrelasjonskoeffisienten mellom predikert og faktisk endring. Ut fra dette definerer vi følgende tre størrelser, som pr. definisjon må summere seg til 100:

$$\text{UM} = 100 * \left[\overline{dy - dy} \right]^2 / \text{MSE}$$

$$\text{UR} = 100 * \left[S_{dy}^{\tilde{}} - rS_{dy} \right]^2 / \text{MSE}$$

$$\text{UD} = 100 * (1 - r^2) S_{dy}^2 / \text{MSE}$$

Av dette ser vi at UM er et mål for hvor stor andel av prediksjonsfeilene målt med MSE som utgjøres av systematisk under- eller overpredikering. UR uttrykker i hvilken grad det er noen systematisk sammenheng mellom størrelsen på predikert og faktisk endring, eksempelvis ved at prediktoren systematisk overpredikerer små endringer og underpredikerer store endringer. UD uttrykker i hvilken grad prediksjonsfeilene er tilfeldige.

Med andre ord er det optimale er at UM og UR begge er null, mens UD er 100. For så få prediksjoner bør disse målene tolkes med varsomhet, i det store avvik får stor innflytelse.

På de neste sidene følger prediksjonsresultatene med korte kommentarer til noen av enkeltresultatene. I appendixet er de ulike seriene plottet.

F02KI: Import av ikke-konkurrerende industrielle
ferdigvarer. Volumtall.

		F02KI	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	4	1935.2	1919.5	- 0.8	1792.5	- 7.4	2048.5	5.9	2022.8	4.5
1985	1	1809.4	1435.7	-20.7	1651.3	- 8.7	1552.9	-14.2	1586.2	- 12.3
.	2	1853.4	3095.8	67.0	2589.5	39.7	2743.5	48.0	2805.0	51.3
.	3	2002.4	1619.3	-19.1	1714.7	-14.4	1375.6	-31.3	1404.9	- 29.8
.	4	3065.7	2055.3	-33.0	1961.7	-36.0	2035.2	-33.6	2087.9	- 31.9
1986	1	2524.5	2374.1	- 6.0	3287.9	30.2	2633.5	4.3	2651.3	5.0
.	2	2952.8	2644.0	-10.5	3561.5	20.6	2950.7	- 0.1	3076.3	4.2
MAPE				22.4		22.4		19.6		19.9
RMSE				651.3		637.2		577.9		574.1
UM				5.4		1.8		6.0		2.6
UR				49.2		46.0		36.0		39.5
UD				45.4		52.2		58.0		57.9

Kommentar: KALMAN1 og KALMANR gir best resultater målt både med RMSE og MAPE for denne serien. Forskjellen er særlig markert bedre for de to siste prediksjonene. Ellers ser vi at alle metodene treffer dårlig på 1985 2, som ut fra plottet ser ut til å komme av et uventet lavt sesongutslag i denne perioden. Theils dekomponering tyder på en viss systematikk i prediksjonsfeilene.

F26KE:Eksport av trevarer. Volumtall.

		F26KE	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	4	390.1	425.4	9.0	368.1	- 5.7	367.0	- 5.9	374.7	- 4.0
1985	1	302.9	342.6	13.1	359.2	18.6	357.7	18.1	355.9	17.5
.	2	266.9	356.2	33.5	347.2	30.1	329.1	23.3	331.6	24.2
.	3	233.0	283.1	21.5	268.5	15.2	222.9	- 4.3	224.4	- 3.7
.	4	260.1	320.6	23.3	257.0	- 1.2	296.0	13.8	291.0	11.9
1986	1	263.8	218.9	-17.0	211.0	-20.0	215.3	-18.4	218.8	-17.0
.	2	244.9	209.5	-14.5	235.5	- 3.9	279.3	14.0	279.0	13.9
MAPE				18.8		13.5		14.0		13.2
RMSE				53.8		45.1		42.0		40.4
UM				22.3		13.8		23.4		24.8
UR				45.7		32.0		27.2		23.9
UD				32.0		54.2		49.4		51.3

Kommentar: Her ser en forskjellen er liten på X11.TRE, KALMAN1 og KALMANR, men KALMANR kommer best ut.

F27KE:Eksport av kjemiske og mineralske produkter mv. Volumtall.

		F27KE	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	4	1445.8	1503.6	4.0	1497.4	3.6	1496.9	3.5	1506.0	4.2
1985	1	1537.9	1460.6	-5.0	1407.7	-8.5	1389.3	-9.7	1387.4	-9.8
.	2	1524.3	1451.2	-4.8	1494.4	2.0	1541.9	1.2	1542.3	-1.2
.	3	1452.4	1400.5	-3.6	1448.3	-0.3	1396.1	-3.9	1387.5	-4.5
.	4	1762.5	1604.3	-9.0	1689.6	-4.1	1645.4	-6.6	1644.4	-6.7
1986	1	1911.4	1795.6	-6.1	1821.6	-4.7	1729.3	-9.5	1723.6	-9.8
.	2	1886.5	1851.4	-1.9	1899.9	0.7	1912.3	1.4	1912.8	1.4
MAPE				4.9		3.4		5.1		5.3
RMSE				90.3		69.8		104.0		107.4
UM				81.2		52.1		48.4		49.2
UR				15.2		4.4		0.1		0.0
UD				3.6		43.5		51.5		50.2

Kommentar: Her er X11.TRE den klart beste metoden. Dette ser vi særlig skriver seg fra at den fanger in den sterke veksten på slutten av serien noe bedre enn de andre. Metodenes underpredikering av veksten gir seg utrykk i betydelige verdier på UM.

F41KE:Eksport av bensin. Volumtall.

		F41KI	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	4	336.4	352.1	4.7	313.3	- 6.9	404.3	20.2	388.6	15.5
1985	1	395.1	258.8	-34.5	324.7	-17.8	298.0	-24.6	306.1	- 22.5
.	2	272.1	139.6	-48.7	223.0	-18.0	134.7	-50.5	146.8	- 46.0
.	3	416.2	504.0	21.1	389.4	- 6.4	393.8	- 5.4	409.5	- 1.6
.	4	359.1	479.3	33.5	562.3	56.6	408.9	13.9	419.5	16.8
1986	1	552.1	493.9	-10.5	409.1	-25.9	418.4	-24.2	421.0	- 23.7
.	2	372.3	341.4	- 8.3	284.8	-23.5	301.9	-18.9	285.9	- 23.2
MAPE				23.0		22.2		22.5		21.3
RMSE				94.8		105.6		91.6		88.4
UM				6.0		6.4		52.1		45.8
UR				39.2		22.0		6.0		9.8
UD				54.8		71.6		41.9		44.4

Kommentar: Målt i MAPE er resultatene her svært jamne, mens RMSE gir best resultater for KALMAN1 og KALMANR . Videre ser vi at X11.TRE i særlig grad predikerer 1985 4 dårlig, mens KALMAN1 og KALMANR bommer mye på 1985 2, i det de underpredikerer. Trolig skyldes dette det svært sterke negative utslaget i 1984 2, som disse ut fra nevnte egenskaper ved vektene når σ^2 -estimatet er null, trekker med seg. Verdien av UM for disse skyldes en gjennomgående underpredikering av veksten i serien.

F46KE:Eksport av verkstedsprodukter. Volumtall.

		F46KE	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	4	3428.8	3099.9	- 9.6	3268.2	- 4.7	3165.1	- 7.7	3173.7	- 7.4
1985	1	3329.1	3062.1	- 8.0	3052.1	- 8.3	3096.6	- 7.0	3112.7	- 6.5
.	2	3117.0	3576.3	14.7	3412.2	9.5	2933.8	- 5.9	2942.8	- 5.6
.	3	2701.4	3229.2	19.5	2911.0	7.8	2907.7	7.6	2910.8	7.8
.	4	3148.1	3071.5	- 2.4	3000.2	- 4.7	3609.7	14.7	3617.2	14.9
1986	1	3437.6	2650.8	-22.9	2832.7	-17.6	3460.9	0.7	3442.4	0.1
.	2	3017.4	3165.0	4.9	3302.7	9.5	3119.8	3.4	3109.1	3.0
MAPE				11.7		8.9		6.7		6.5
RMSE				433.5		316.8		246.0		243.4
UM				0.0		1.4		6.7		7.1
UR				45.7		12.7		53.4		52.9
UD				54.3		85.9		39.9		40.0

Kommentar: Ved en parvis sammenlikning av prediksjonene ser vi at de gode resultatene til KALMAN1 og KALMANR særlig ligger i de to siste prediksjonene. Forøvrig ser vi at resultatene er svært like for disse to metodene for denne serien, ingen av dem fanger inn at serien ser ut til å flate ut i 1985, noe som spesielt gir seg utslag i 1985 4. UR indikerer en betydelig systemtikk i prediksjonsfeilene for disse metodene.

V7531:Fra samferdselstatistikken. SAS' kvartalsregnskap.

		V7531	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	2	987.4	999.0	1.2	972.6	-1.5	970.0	-1.8	977.2	-1.0
.	3	1067.1	999.4	-6.3	1071.2	-0.4	1000.5	-6.2	1019.5	-4.5
.	4	991.9	971.8	-2.0	968.1	-2.4	989.7	-0.2	993.7	0.2
1985	1	962.3	953.9	-0.9	922.7	-4.1	959.1	-0.3	950.0	-1.3
.	2	1075.1	1158.2	7.7	1139.3	6.0	1112.4	3.5	1126.2	4.8
.	3	1142.1	1205.8	5.6	1154.1	1.1	1145.6	0.3	1145.0	0.3
.	4	1034.6	1084.6	4.8	1018.3	1.6	1064.3	2.9	1062.5	2.7
MAPE				4.1		2.4		2.2		2.2
RMSE				51.6		31.4		31.7		29.1
UM				9.1		0.0		0.0		1.6
UR				35.1		78.9		3.2		9.2
UD				55.8		21.1		96.8		89.2

Kommentar: Denne svært systematiske serien gir rimeligvis jamt over gode prediksjoner. Forskjellen er størst når en sammenlikner ST.MULT med de andre. Forøvrig er det relativt lett å se at den store verdien av UR for X11.TRE skyldes at metoden overpredikerer positiv endring og underpredikerer negativ endring.

VA43:Eksport av metaller. Verditall.

		VA43	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	4	4682.0	5058.9	8.0	4421.3	- 5.6	4547.4	- 2.9	4367.4	- 6.7
1985	1	5233.3	5613.9	7.3	5153.3	- 1.5	5159.1	- 1.4	5292.5	1.1
.	2	5154.4	6127.3	18.9	5504.2	6.8	5451.2	5.8	5450.6	5.7
.	3	5158.1	5609.9	8.8	5465.1	6.0	5409.2	4.9	5436.9	5.4
.	4	4688.5	5045.2	7.6	4635.2	- 1.1	4780.5	2.0	4621.9	- 1.4
1986	1	4720.4	5365.3	13.7	5095.7	8.0	5126.1	8.6	5268.2	11.6
.	2	4251.1	4947.0	16.4	4851.0	14.1	4824.8	13.5	4853.8	14.2
MAPE			11.5			6.1		5.6		6.5
RMSE			593.4			336.9		311.0		365.6
UM			88.0			51.5		60.4		58.8
UR			1.9			4.3		0.0		8.2
UD			10.1			44.1		39.6		33.0

Kommentar: Her har en trolig for KALMANR sitt vedkommende et eksempel på at mangelen på ML-estimerte varianser gir dårligere prediksjoner. Videre ser vi at alle metodene har en tendens til å predikere for høy endring, noe som ikke er urimelig ut fra veksten i serien i det meste av den predikerte delen er negativ, mot sterk positiv vekst tidligere.

VA71:Eksport av elektrisitet. Verditall.

		VA71	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	3	199.5	127.3	- 36.2	119.7	- 40.0	115.1	- 42.3	117.0	- 41.4
.	4	189.4	227.8	20.3	245.7	29.7	278.9	47.3	296.4	56.5
1985	1	292.4	118.4	- 59.5	131.4	- 55.1	114.1	- 61.0	100.7	- 65.6
.	2	248.8	170.9	- 31.3	326.5	- 31.2	265.6	6.8	333.0	33.8
.	3	87.6	367.1	-319.1	260.6	197.5	294.4	236.1	260.9	197.8
.	4	64.6	237.4	267.5	358.1	454.3	151.6	134.7	143.1	121.5
1986	1	50.5	194.5	285.1	45.0	- 10.9	68.9	36.4	28.3	- 44.0
MAPE			145.6			116.9		80.6		80.1
RMSE			156.6			150.0		118.2		118.8
UM			14.7			20.8		10.6		9.5
UR			68.0			56.4		62.5		59.5
UD			17.3			22.8		26.9		31.0

Kommentar: Her ser vi KALMAN1 og KALMANR på grunn av sin "fullstendige justering" av trend- og sesongkomponenten "bare" bommer med 134.7% og 121.5% mot X11.TRE sine 454.3 % for 4. kvartal i 1985, og ellers kommer klart best ut. Forøvrig finnes det neppe en univariat metode som gir rimelig bra prediksjoner for denne serien.

VI56: Import av skip. Verditall.

	VI56	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4	
1984	3	1055.2	472.5	- 55.2	1388.2	31.6	642.9	- 39.1	485.5	- 54.0
.	4	476.5	1613.0	238.5	1595.8	-234.9	1283.6	169.4	1215.0	155.0
1985	1	1398.1	2517.7	80.1	1236.3	- 11.6	2739.0	95.9	2652.5	89.7
.	2	1294.3	886.7	- 31.5	645.2	- 50.2	970.3	- 25.0	800.5	- 38.2
.	3	735.5	777.9	5.8	696.7	- 5.3	561.7	- 23.6	526.0	- 28.5
.	4	1305.5	366.0	- 72.0	861.5	- 34.0	322.8	- 75.3	277.7	- 78.7
1986	1	1118.3	2474.3	121.3	2442.5	118.4	1521.3	36.0	1448.1	29.5
MAPE			86.3		69.4		66.3		67.7	
RMSE			908.2		733.2		744.7		746.1	
UM			16.3		6.0		5.1		1.6	
UR			56.2		46.9		65.1		67.4	
UD			27.5		47.1		29.8		31.0	

Kommentar: Igjen en svært vanskelig serie å framskrive, hvor det ikke er store forskjeller på prediksjonsegenskapene til de tre beste metodene målt verken med MAPE, RMSE eller Theils dekomponering.

X75217: Fra snarstatistikken for lastebiler. Kjørelenge pr dieseldrevet kjøretøy.

	X75217	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4	
1984	2	4498.0	4325.8	- 3.8	4469.1	- 0.6	4260.7	- 5.3	4267.5	- 5.1
.	3	4861.0	4695.2	- 3.4	4932.5	1.5	4676.3	- 3.8	4736.0	- 2.6
.	4	4776.0	4482.5	- 6.1	4688.9	- 1.8	4444.4	- 6.9	4486.6	- 6.1
1985	1	3938.0	4780.2	-21.4	4325.1	- 9.8	4530.5	15.0	4600.3	16.8
.	2	4579.0	4680.7	2.2	4634.9	1.2	4470.6	- 2.4	4567.6	- 0.2
.	3	4961.0	4934.6	0.5	4632.6	- 6.6	4732.4	- 4.6	4788.9	- 3.5
.	4	4230.0	4800.8	13.5	4661.7	10.2	4756.7	12.5	4800.1	13.5
MAPE			7.3		4.5		7.2		6.8	
RMSE			412.2		256.5		357.1		367.6	
UM			15.2		10.2		1.4		7.5	
UR			0.6		14.8		11.3		7.5	
UD			84.2		75.0		87.3		85.0	

Kommentar: Her gir X11.TRE gjennomgående best prediksjoner. For øvrig tyder Theils dekomponering i liten grad på at det er systematikk tilstede i prediksjonsfeilene.

XC123:Fra avgiftsdirektoratet. Omsetningsvolum for røyketobakk.

		XC123	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	4	1111.0	1076.0	- 3.2	1095.9	-1.4	1106.7	- 0.4	1106.5	- 0.4
1985	1	1109.0	1059.1	- 4.5	1017.5	-8.3	1060.7	- 4.4	1060.6	- 4.4
.	2	1094.0	1163.2	6.3	1166.2	6.6	1147.0	4.8	1147.0	4.8
.	3	1017.0	984.0	- 3.2	1059.7	4.2	1010.1	- 0.7	1010.2	- 0.7
.	4	1111.0	1095.1	- 1.4	1073.4	-3.4	1092.5	- 1.7	1093.0	- 1.6
1986	1	978.0	1100.0	12.5	1064.2	8.8	1092.3	11.7	1092.8	11.7
.	2	1072.0	1030.7	- 3.9	1105.8	3.2	1089.8	1.7	1089.1	1.6
MAPE				5.0		5.1		3.6		3.6
RMSE				61.5		60.5		52.0		52.1
UM				1.7		7.3		10.9		10.9
UR				3.9		7.8		0.1		0.1
UD				94.4		84.9		89.0		89.0

Kommentar: Et slående resultat her er at prediksjonene til KALMAN1 og KALMANR praktisk talt er like. For øvrig tyder Theil's dekomponering i liten grad på systematikk i prediksjonene.

XC435:fra NEMKO. Antall solgte symaskiner.

		XC435	ST.MULT	PA1	X11.TRE	PA2	KALMAN1	PA3	KALMANR	PA4
1984	2	5224.0	5110.4	- 2.2	4953.8	- 5.2	5253.2	0.6	5312.7	1.7
.	3	7570.0	6579.7	-13.1	7966.3	5.2	8012.6	5.8	7851.1	3.7
.	4	7570.0	7098.9	- 6.2	7943.8	4.9	7820.9	3.3	7799.7	3.0
1985	1	6336.0	5964.4	- 5.9	5956.5	- 6.0	5598.3	-11.6	5781.7	- 8.7
.	2	5184.0	5082.8	- 2.0	5180.5	- 0.1	5198.1	0.3	5252.1	1.3
.	3	8768.0	7462.9	-14.9	7525.2	-14.2	7909.8	- 9.8	7762.1	-11.5
.	4	8768.0	8139.8	- 7.2	9259.5	5.6	8983.2	2.5	8979.8	2.4
MAPE				7.3		5.9		4.8		4.6
RMSE				703.2		573.2		476.1		464.2
UM				72.3		0.1		4.8		6.8
UR				25.0		1.1		1.9		0.9
UD				2.7		97.8		93.3		<u>92.3</u>

Kommentar: Igjen er KALMAN1 og KALMANR best, og bare for ST.MULT er det systematikk tilstede i prediksjonsfeilene.

KAPITTEL 5: OPPSUMMERING OG KONKLUSJON

Skal resultatene fra Theils dekomponering grovt oppsummeres, er det trolig for det første slik at når seriene har "overraskende" utvikling i prediksjonsperioden, som eksempelvis i tilfellet VA43 eller F27KE, at X11.TRE, KALMAN1 og KALMANR predikerer systematisk for liten eller stor endring i serien slik at dette slår ut i UM større enn null. For serier med mindre utpreget overraskende utvikling er UM gjennomgående liten, slik at en fristende konklusjon å trekke er at resultatene for dette målets vedkommende er tilfredsstillende.

I tabellen under er resultatene fra beregningene av MAPE og RMSE oppsummert for oversiktens skyld.

Serie	ST.MULT		X11.TRE		KALMAN1		KALMANR	
	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE
FO2KI	651.3	22.4	637.2	22.4	577.9 *	19.6	574.1 *	19.9
F26KE	53.8	18.8	45.1	13.5	42.0 *	14.0	40.4 *	13.2
F27KE	90.3	4.9	69.8	3.8	104.0 *	5.1	107.4 *	5.3
F41KE	94.8	23.0	105.6	22.2	91.6 *	22.5	88.4 *	21.3
F46KE	433.5	11.7	316.8	8.9	246.0	6.7	243.4	6.5
V7531	51.6	4.1	31.4	2.4	31.7	2.2	29.1	2.2
VA43	593.4	11.5	336.9	6.1	311.0	5.6	365.6 *	6.5
VA71	156.6	145.6	150.0	116.9	118.2	80.6	118.8	80.1
VI56	908.2	86.3	733.2	69.4	744.7	66.3	746.1	67.7
X75217	412.2	7.3	256.5	4.5	357.1	7.2	367.6	6.8
XC123	61.5	5.0	60.5	5.1	52.0	3.6	52.1	3.6
XC435	703.2	7.3	573.2	5.9	476.1	4.8	464.2	4.6

Vi ser av tabellen over at for ingen av seriene gav ST.MULT målt med MAPE eller RMSE de beste prediksjonsresultatene. Et annet relativt klart resultat er at KALMAN1 og KALMANR gir dårligere prediksjonsresultater når optimale ML-estimer på variansene ikke oppnås. Ser en

f.eks på resultatet for F27KE oppnår en her bedre prediksjoner ved ST.MULT enn de to variantene av strukturmodellen. Et annet relativt klart resultat er at X11.TRE gir bedre prediksjoner enn ST.MULT.

Spørsmålet er da om det ser ut til å være noe å vinne på å anvende KALMAN1 eller KALMANR i forhold til X11.TRE. Her er tendensene noe mindre klare, men konklusjonen må likevel være at KALMAN1 eller KALMANR gjennomgående oppfører seg best. For serier hvor disse metodene ga ML-estimer på variansene er X75217 et klart unntak i så måte, mens VI56 gir et mer tvetydig inntrykk.

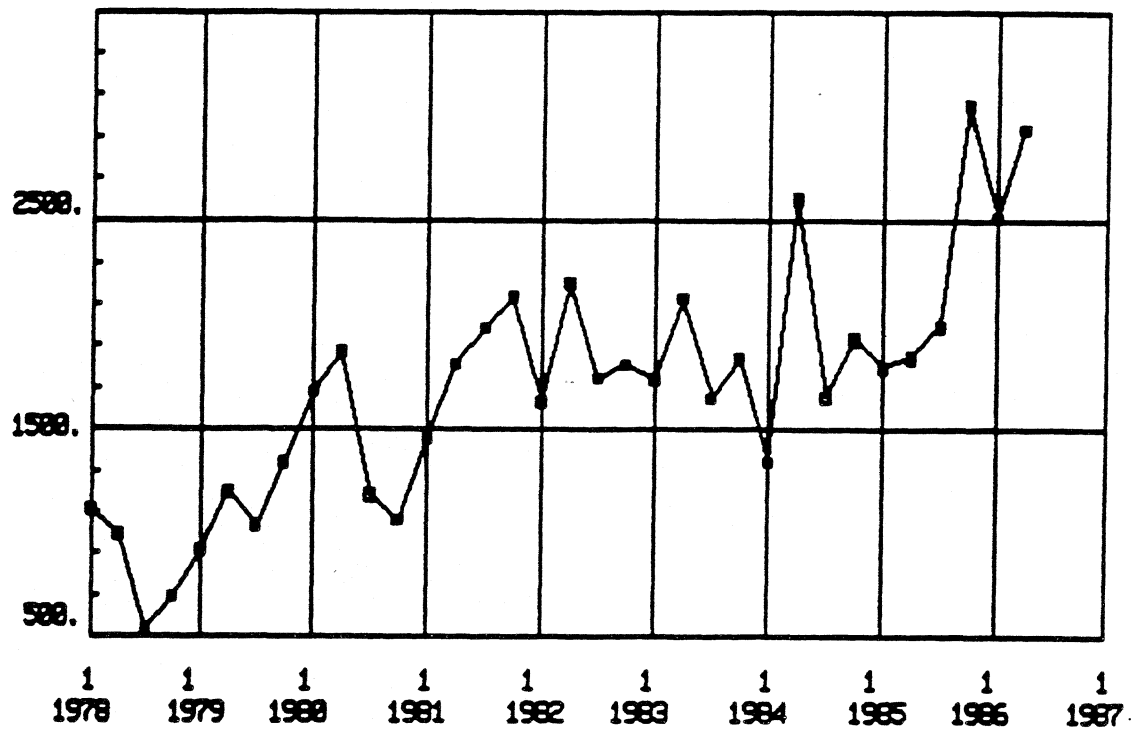
Ut fra dette er det etter mitt syn liten tvil om at KALMAN1 eller KALMANR bør benyttes for serier som er viktige å få framskrevet optimalt og som en oppnår estimer på variansene for.

Om forbedringene representerer små forskjeller i prosent, er det et tungtveiende argument at dette for mange serier vil innebære betydelige forskjeller i absolutt nivå. Det samme poenget gjør seg gjeldende ved beregning av vekstprosjenter, som det rettes mye oppmerksomhet mot når de første versjonene av KNR publiseres.

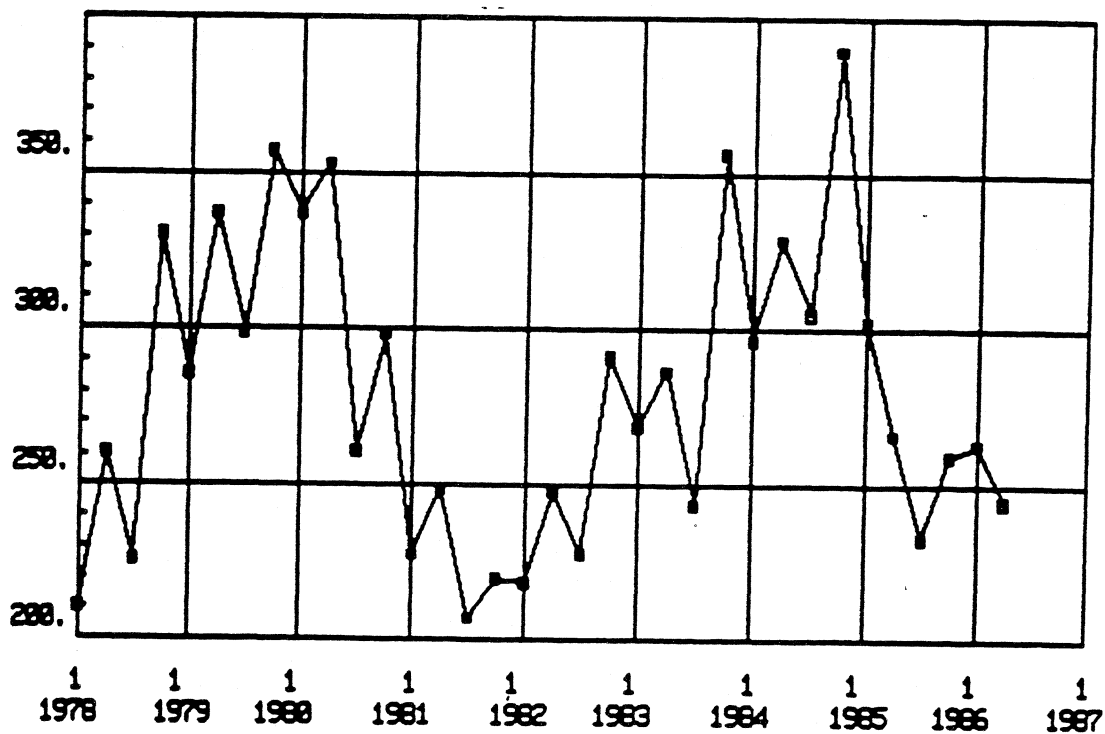
Et ytterligere argument er at Kalman-filtermetodikken til tross for problemene nevnt her gir såpass gode prediksjoner i forhold til ST.MULT og X11.TRE. X11-metoden har gjennom lengre tid vært gjenstand for raffinering og regnes som robust når det gjelder å fange inn dynamikken i økonomiske tidsserier. Ut fra disse erfaringene er det derfor etter mitt syn liten tvil om at med en viss innsats i videre- utvikling av Kalman-filtermetodikken bør denne benyttes av byrået.

appendix : PLOTT AV TIDSSERIENE

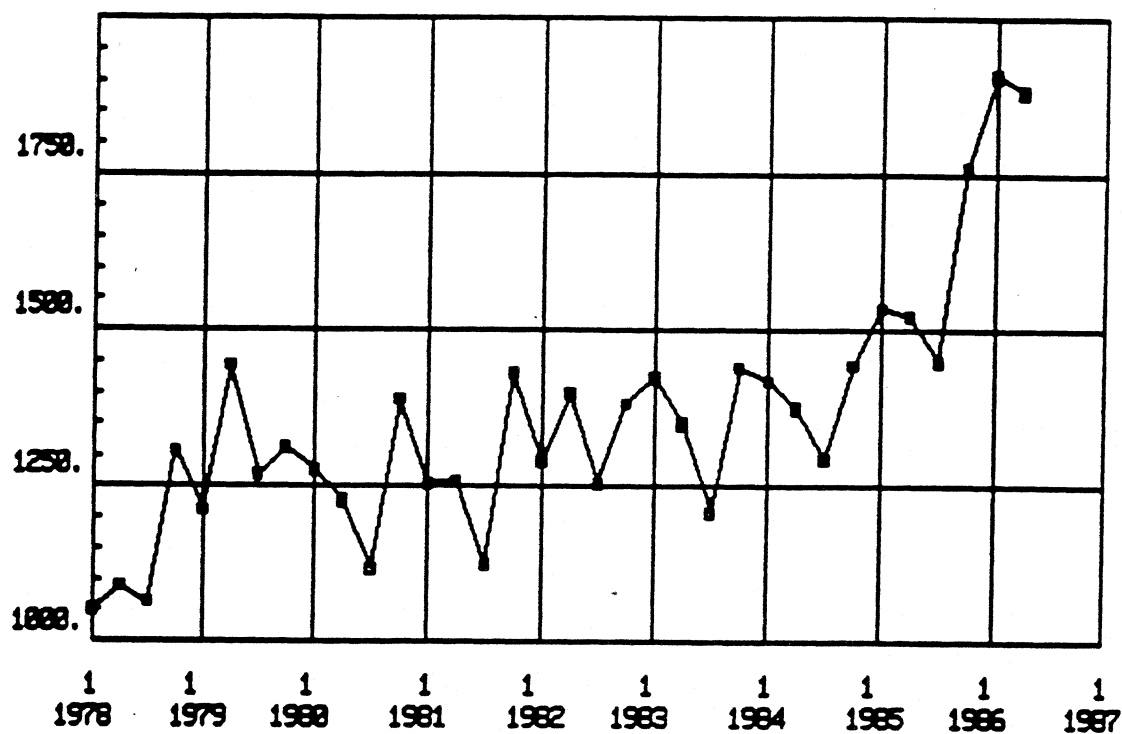
F02KI: Import av ikke-konkurerende industrielle ferdigvarer.Volumtall.



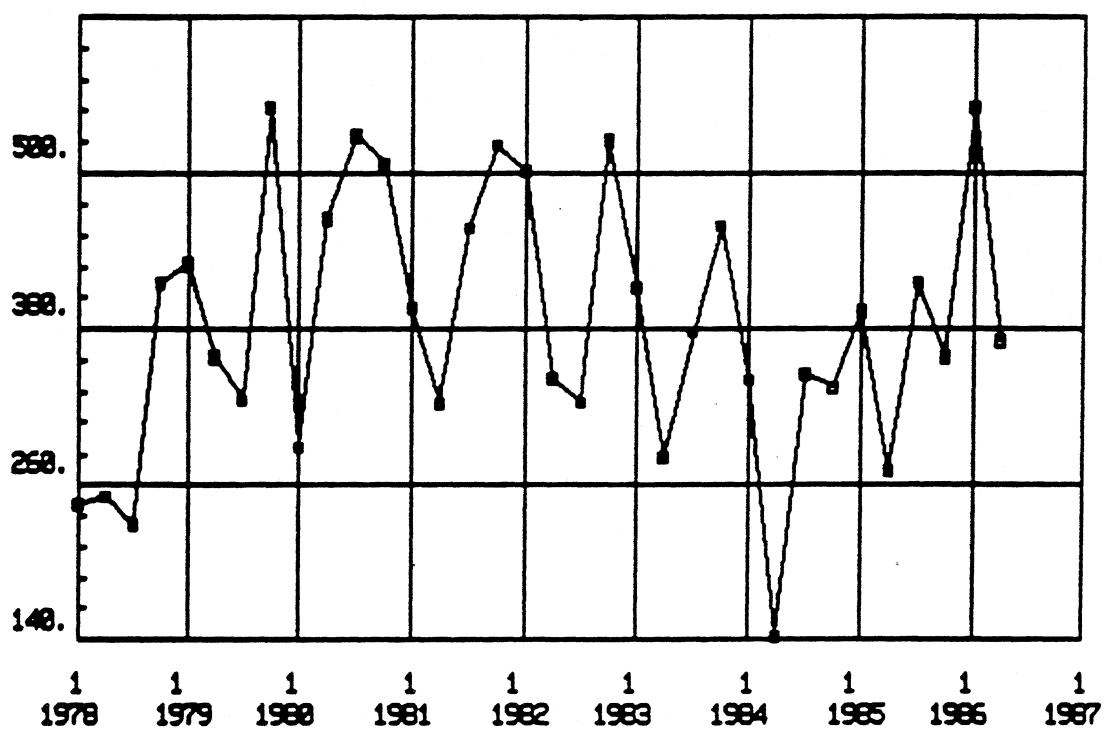
F26KE: Eksport av trevarer.Volumtall.



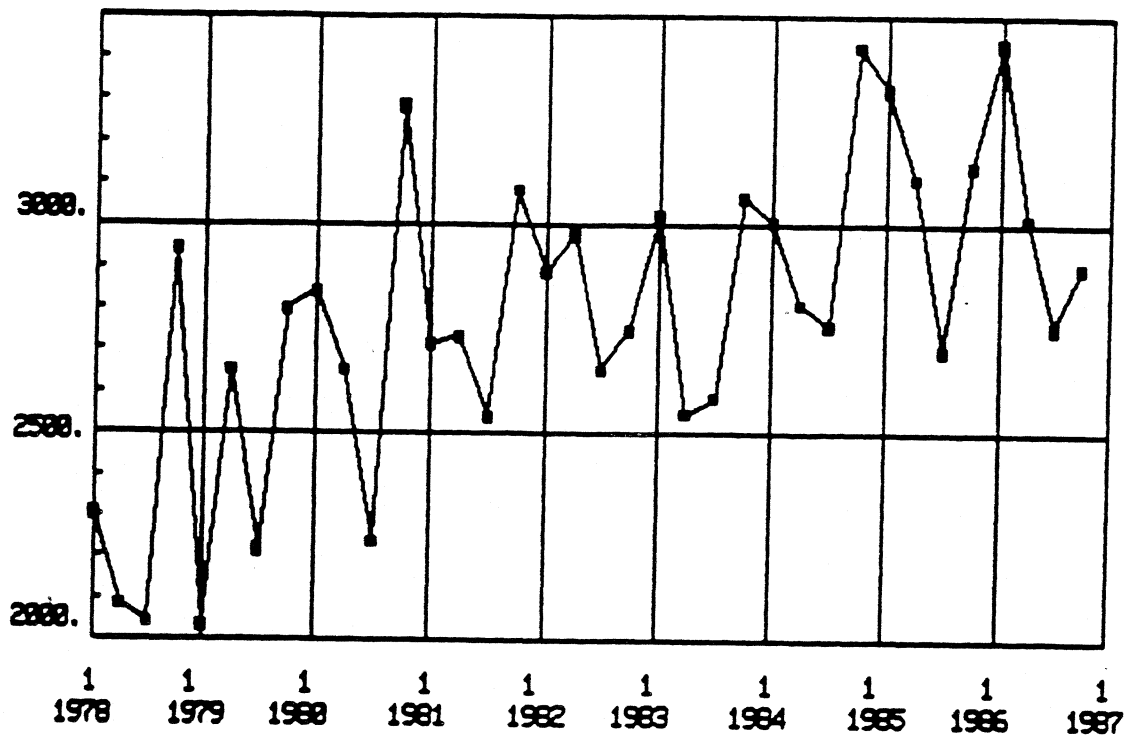
F27KE: Eksport av kjemiske og mineralske produkter mv. Volumtall.



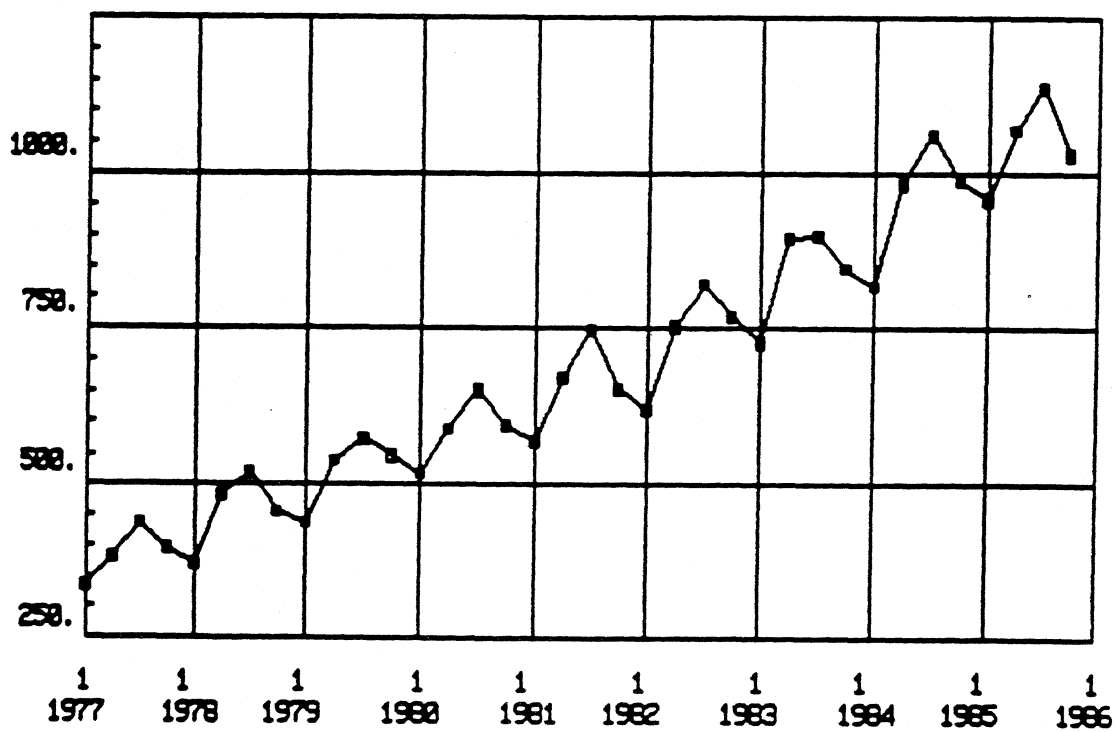
F41KE: Eksport av bensin. Volumtall.



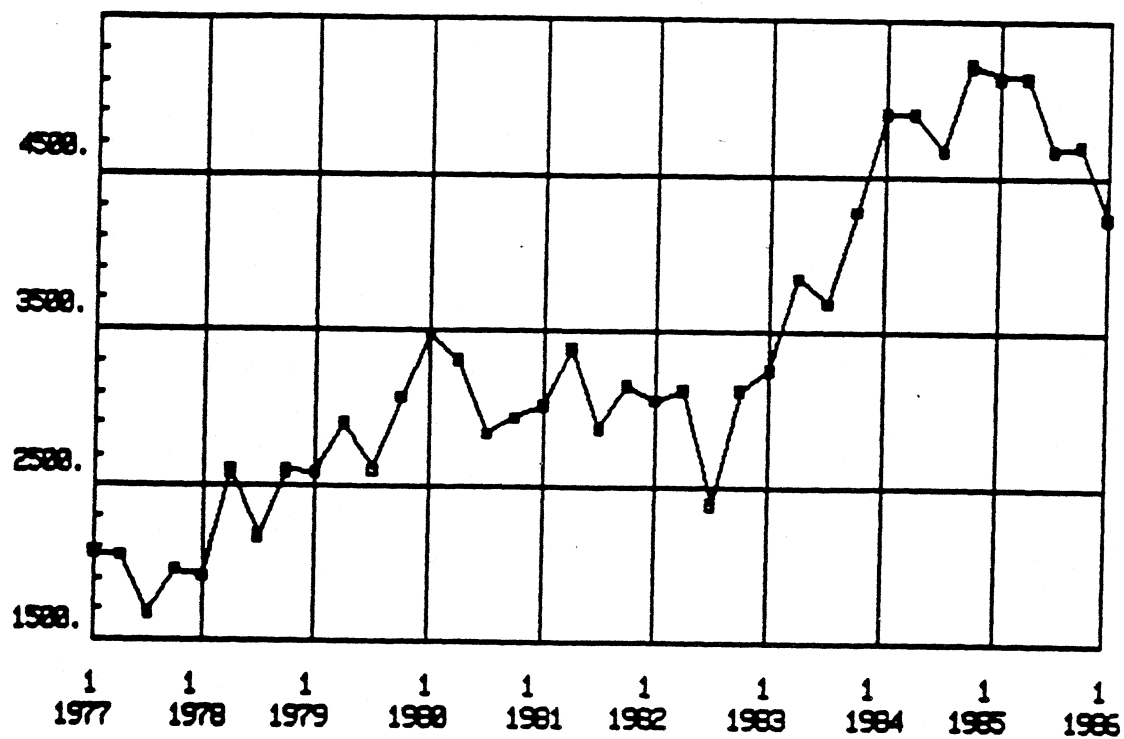
F46KE: Eksport av verkstedsprodukter.Volumtall.



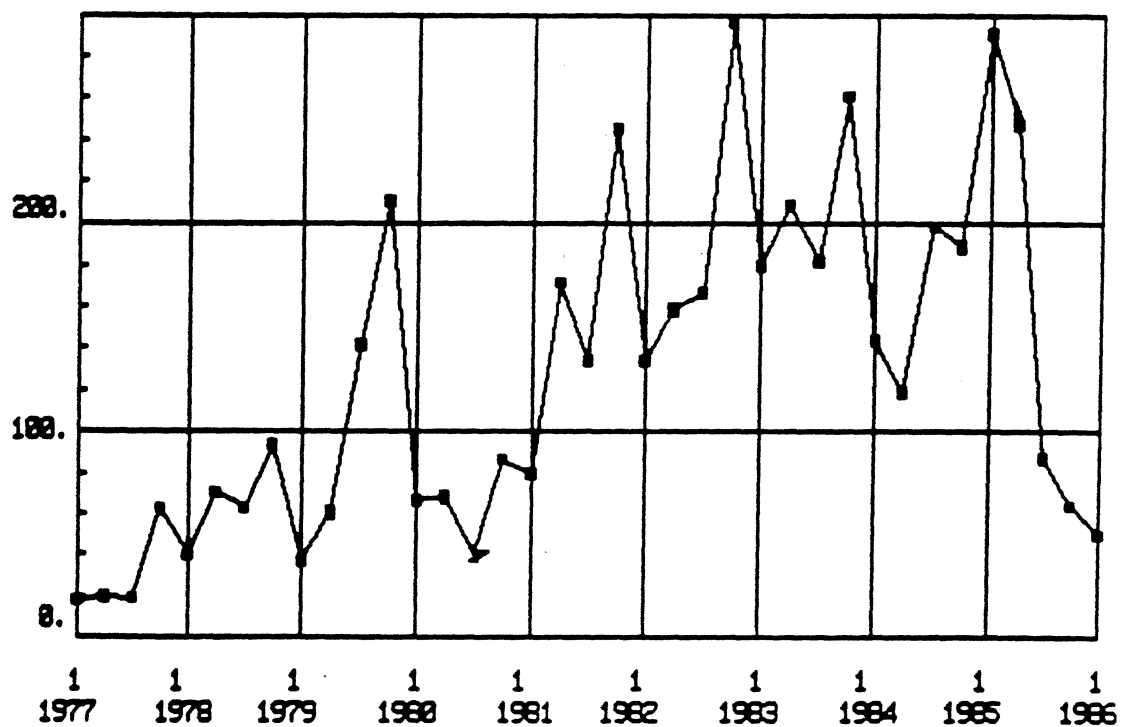
V7531: Fra samferdselsstatistikken. SAS' kvartalsregnskap.



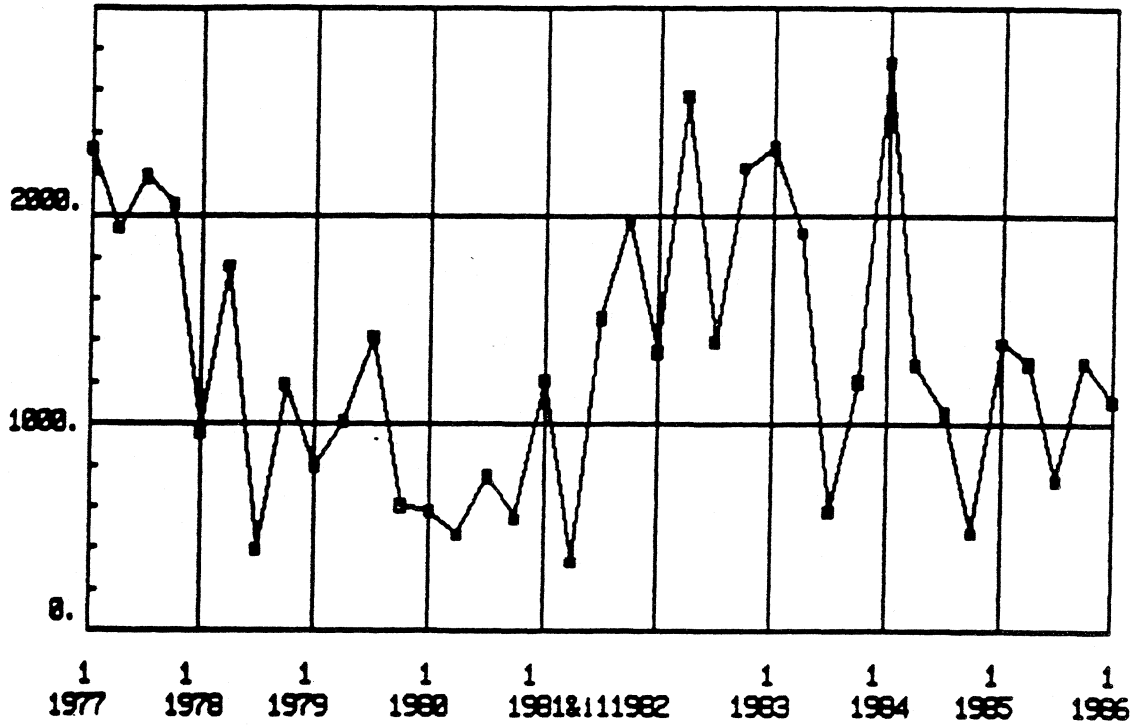
VA43: Eksport av metaller. Verditall.



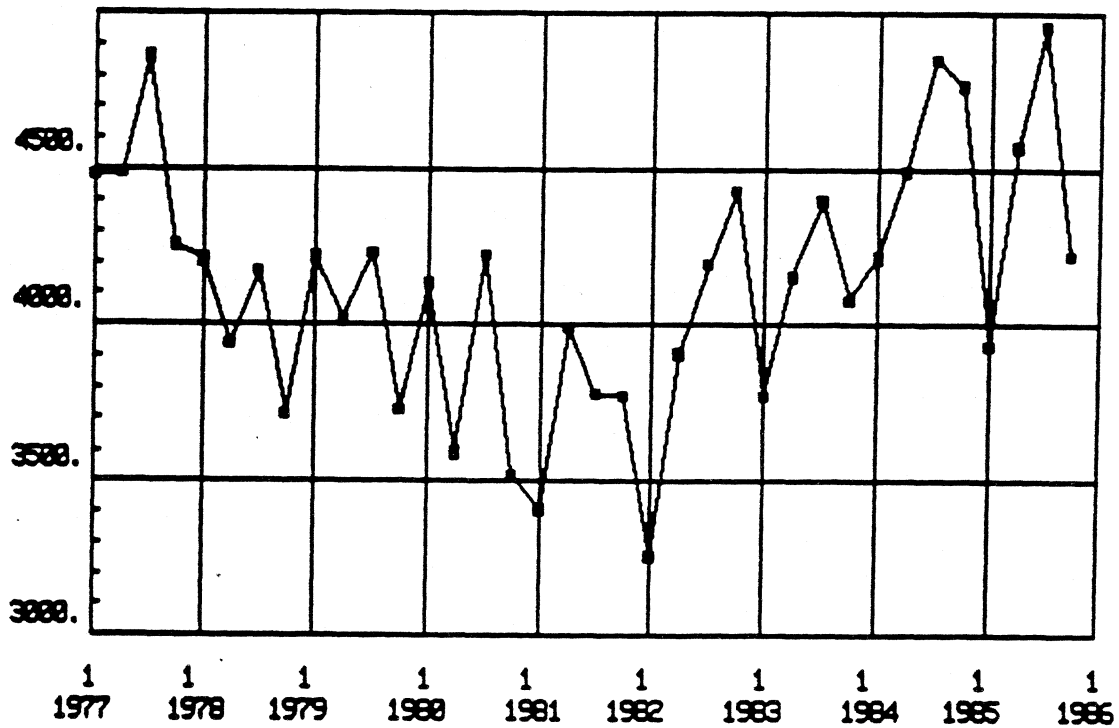
VA71: Eksport av elektrisitet. Verditall.



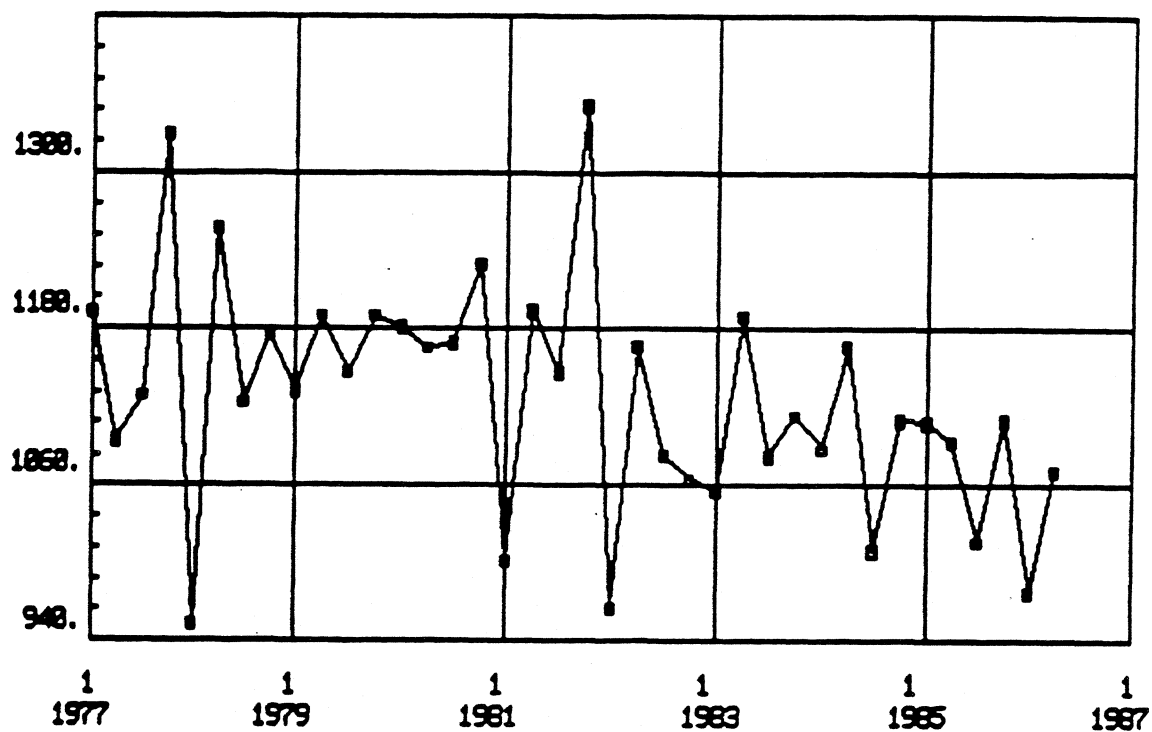
VI56: Import av skip. Verditall.



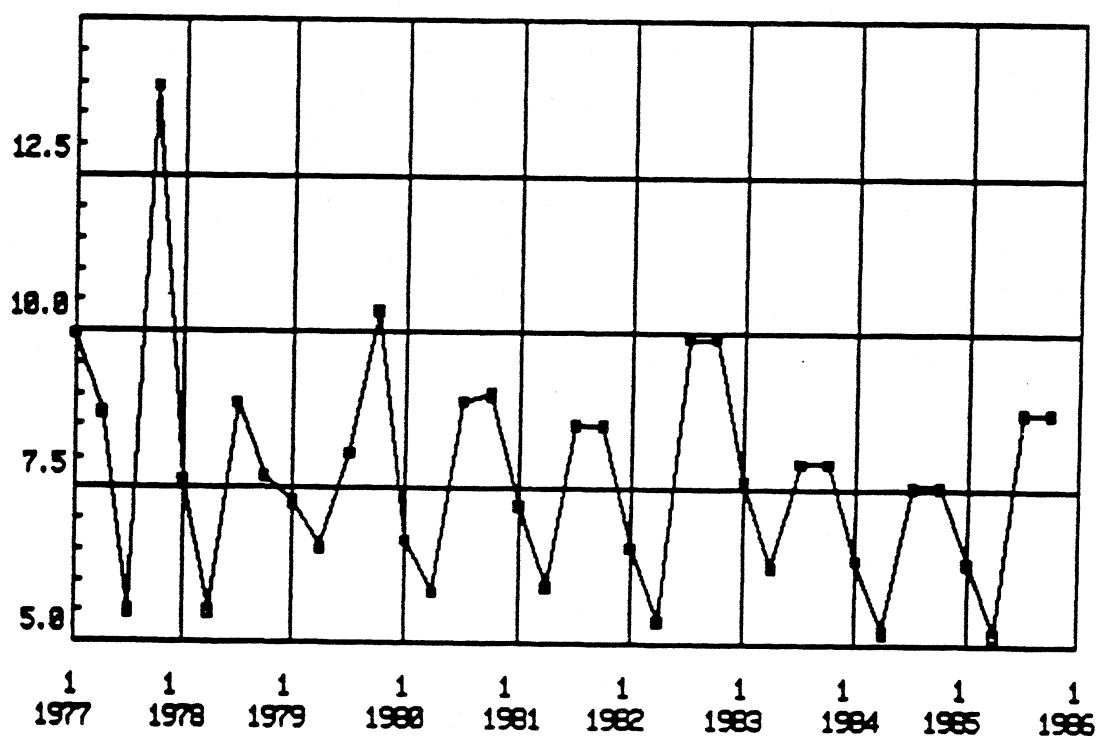
X75217: Fra snarstatistikken for lastebiler. Kjørelengde pr dieseldrevet kjøretøy.



XC123: Fra avgiftsdirektoratet. Omsetningsvolum for røyketobakk.



XC435: Fra NEMKO. Antall solgte symaskiner



REFERANSER:

- Ahlburg, D.A. (1984): Forecast Evaluation and Improvement Using Theil's Decomposition, Journal of Forecasting, vol. 3.
- Ainsley, C.F. (1983): Comment til: A.C. Harvey & P.H.J. Todd (1983): Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 1., No. 4, October 1983.
- Box, G.E.P. & Cox, D.R. (1964): An Analysis of Transformations, Journal of The Royal Statistical Society, Ser. B, 26, 211-252.
- Durbin, J. (1983): Keynote Address: Theory and Practice in Time Series Analysis. Fra: A. Zellner (ed.): Conference on Applied Time Series Analysis of Economic Data. Arlington.
- Engle, R.F. (1978): Estimating Structural Models of Seasonality, fra: Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington DC; US Dept of Commerce, Bureau of the Census.
- Findley, F.F. (1983): Comment til: A.C. Harvey & P.H.J. Todd (1983): Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 1., No. 4, October 1983.
- Granger, C.W.J. (1978): Seasonality: Causation, Interpretation and Implications. fra: Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington DC; US Dept of Commerce, Bureau of the Census.
- Granger, C.W. & Newbold, P. (1977): Forecasting Economic Time Series. Academic Press.
- Harvey, A.C. (1981a): Time Series Models. Deddington.
- Harvey, A.C. (1981b): The Econometric Analysis of the Time Series. Phillip Allen Publ., Oxford.
- Harvey, A.C. (1984): A Unified View of Statistical Forecasting Procedures. Journal of Forecasting 3.
- Harvey, A.C. & P.H.J. Todd (1983): Forecasting Economic Time Series With Structural and Box-Jenkins Models: A Case Study. Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 1, No. 4, October 1983.

Jensen, M., Knudsen, V., Olsen, H. og Schweder, T. (1985): Sesongjustering ved X11-metoden - Rapport fra en arbeidsgruppe. Publisert i serien Interne Notater fra Statistisk Sentralbyrå.

Kallek, S. (1978): An Overview of the Objectives and Framework of Seasonal Adjustment. Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington DC; US Dept of Commerce, Bureau of the Census, pp. 281-297.

NAG (1981): NAG FORTRAN Library Manual.

Newbold, P. (1983): Comment til: A.C. Harvey & P.H.J. Todd (1983): Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 1., No. 4, October 1983.

Olsen, H., Reymert, M. og Ulla, P. (1985): Det kvartalsvise nasjonalregnskapet - en dokumentasjon av beregningsopplegget. Rapporter fra Statistisk Sentralbyrå 85/9.

Olsen, H. og Skjøveland, A. (1985): Teknisk dokumentasjon av beregningsopplegget for det kvartalsvise nasjonalregnskapet. Publisert i serien Interne Notater fra Statistisk Sentralbyrå.

Pierce, D. (1983): A Survey of Recent Development in Seasonal Adjustment. The American Statistician, August 1980, Vol. 34, No. 3.

Skjøveland, A. (1985): Dokumentasjon av fremskrivingsopplegg for det nye kvartalsvise nasjonalregnskapet. Upublisert notat.