95/52 Notater 1995

Statistics Norway
Statistisk sentralbyrå

Tom Kornstad

Simulering av konsum og arbeidstilbud i et livsløps-perspektiv

Notater

Forskningsavdelingen /Seksjon for mikroøkonometri

Innhold

1 Introduksjon[1]

I mange analyser av virkningene av ulike økonomisk-politiske tiltak er det viktig å ta hensyn til at husholdene tilpasser seg i et livsløpsperspektiv. Et eksempel kan være studier av hvordan endringer i systemet for beskatningen av renter påvirker husholdenes sparing over livet. Et annet eksempel er hvordan endringer i lønnsvilkårene påvirker husholdenes tilbud av arbeid over livsløpet. Et tredje eksempel er hvordan permanente eller midlertidige endringer i skattesystemet påvirker statens samlete skatteproveny.

I lys av at dette har det de siste 20 årene vært lagt ned et betydelig arbeid i å estimere livsløpsmodeller for arbeidstilbud og konsum. Dette arbeidet preges av at mens estimeringene ideelt sett krever paneldata for konsum, arbeidstid og de tilhørende prisene over livsløpet til hvert enkelt hushold, finnes det ikke noe datasett som inneholder alle disse opplysningene. Problemet har dermed vært å finne fram til spesifikasjoner av livløpsmodellen som gjør det mulig å identifisere de interessante parameterne fra de dataene man faktisk har, se Kornstad (1993a), Blundell (1987) og Browning, Deaton og Irish (1985) for oversikter over spesifikasjoner og estimeringsmetoder. Disse spesifikasjonene innebærer forenklinger av preferanser og representasjon av skattesystem.

Arbeidene som estimerer livsløpsmodellen, er også kjennetegnet ved at det skrives lite om hvordan den estimerte modellen kan brukes til simulering. Slike simuleringer er viktig både med tanke på evaluering av de intertemporale substitusjonselastisitetene som typisk estimeres i denne litteraturen, og med tanke på en mer generell evaluering av livsløpsmodellen og forenklingene som gjøres. I en del tilfeller kan det for eksempel være vanskelig å ta stilling til hvorvidt ulike forenklinger innebærer gode approksimasjoner til den "sanne" modellen på et rent teoretisk grunnlag. Dersom man forsøker å gjennomføre simuleringer, oppdager man at det kan være komplisert, særlig hvis skattesystemet skaper ikke-konvekse budsjettmengder og/eller hvis husholdet står overfor usikkerhet med hensyn til framtidige priser og preferanser. Dette notatet drøfter hvordan en mye brukt klasse av strukturelle livsløpsmodeller (Box-Cox nyttefunksjon) kan brukes til å simulere arbeidstilbud og konsum av varige og ikke-varige goder. Det legges vekt på hvordan valget av simuleringsmetode avhenger av representasjonen av skattesystem, separabilitetsegenskaper i preferansene og hvilke variable som finnes i datasettet som brukes ved simuleringene. I tillegg pekes det på problemene som oppstår dersom vi tillater at husholdet har ufullkommen informasjon om framtidige priser og preferanser. Med bakgrunn i at estimatene på parameterne i nyttfunksjonen ofte blir upresist bestemt i empiriske livsløpsanalyser, presenteres også noen figurer som belyser hvor følsomme simuleringsresultatene for konsum er for estimatene på parameterne i Box-Cox nytttefunksjoner.

[1]Dette arbeidet er en revidert versjon av prøveforelesningen min over valgfritt emne til dr polit-graden ved Universitetet i Oslo. Jeg takker Steiner Strøm og i særdeleshet John K. Dagsvik for all hjelp i forbindelse med avhandlingen, som er finansiert av Norges forskningsråd. Jeg takker også Jørgen Aasness og John K. Dagsvik for nyttige kommentarer til et tidligere utkast av dette notatet, og Renée Wikestad for fin programmeringshjelp i forbindelse med simuleringene presentert i dette notatet.

Gjennomgangen er disponert på følgende måte. Avsnitt 2 presenterer en strukturmodell for ektefellers valg av fritid og konsum av varige og ikke-varige goder i et livsløpsperspektiv. Bakgrunnen for å velge en konkret spesifikasjon av nyttefunksjonen er dels at denne modellen er estimert i Kornstad (1993b), og dels skyldes det et ønske om å gjøre diskusjonen mer konkret enn tilfellet blir dersom man holder seg til en generell spesifikasjon av nyttefunksjonen.

I avsnitt 3 diskuteres to hovedgrupper av simuleringsmetoder i tilfellet at ekteparet står overfor perfekt sikkerhet med hensyn til framtidige priser. Den første gruppen av metoder gjør bruk av førsteordensbetingelsene, og krever at skatte- og overføringssystemene er slik at budsjettmengdene blir konvekse. (Innenfor denne gruppen behandles to alternativer (Avsnitt 3.1.1 og 3.1.2) som blant annet skiller seg fra hverandre med hensyn til hvilke variable simuleringene krever eksogene anslag på.) Mens denne gruppen av metoder gjør bruk av lokale kriterier for å finne maksimum, kan den andre metoden assosieres med globale kriterer ved at man sammenligner nytten til i prinsippet alle mulige/lovlige godekombinasjoner og velger den kombinasjonen som gir størst nytte. Den siste gruppen av simuleringsmetoder (Avsnitt 3.2) bruker altså nyttefunksjonen direkte, og har den fordelen at den er fleksibel med hensyn til utformingen av skatte- og overføringssystemene ved at den tillater ikke-konvekse budsjettmengder. Avsnitt 4 presenterer simuleringsresultatene for konsum basert på en forenklet versjon av modellen presentert i avsnitt 2, mens avsnitt 5 peker på simuleringsproblemer som er spesifikke for tilfellet at ekteparet har ufullkommen informasjon om framtidige arbeidsinntekter. Avsnitt 5 inklusive appendikset bakerst i notatet viser også hvordan man i dette tilfellet kan utnytte dynamisk programmering ved simuleringer av konsum dersom innen-periode nyttene er en kvadratisk funksjon av konsumet i inneværende periode. Notatet avsluttes i avsnitt 6.

2 Modellspesifikasjoner

Modellen estimert i Kornstad (1993b), omfatter ektepar hvor ektefellene enten tar lønnet arbeid eller er hjemmeværende. Ekteparets samlede preferanser over livet i periode null er gitt ved

$$V_0 = \sum_{t=0}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t} \frac{U_t^\theta - 1}{\theta}, \tag{1}$$

hvor innen-periode nyttene er gitt ved

$$U_t = \frac{(Z_t + z_0)^\sigma - 1}{\sigma} + \Gamma_t \frac{L_{ft}^\gamma - 1}{\gamma} + \Omega_t \frac{L_{mt}^\omega - 1}{\omega}. \tag{2}$$

Fotskrift t betegner periode, T er planleggingshorisonten, ρ er tidspreferanseraten, θ, z_0, σ, γ og ω er parametre mens L_f og L_m er fritid for kvinne og mann. Konsumgodet Z er et Hicks aggregat av varige og ikke-varige goder definert[2] som

$$Z_t \equiv C_t + \frac{q_t}{p_t}\left[K_t - (1-\delta_f)K_{t-1}\right], \tag{3}$$

[2]Kornstad (1993b) gir en begrunnelse for denne definisjonen.

hvor C er konsum av ikke-varige goder, K er beholdningen av varige goder, og p og q er de tilhørende prisene. Koeffisienten δ_f er (den fysiske) depresieringsraten for varige goder, og Z gir dermed uttrykk for kontantstrømmen knyttet til kjøp av varige og ikke-varige goder. Dersom vi ser bort fra varige goder, er Z konsumet av ikke-varige goder. Den valgte spesifikasjonen av preferansene er da en variant av Box-Cox spesifikasjonene i Heckman og MaCurdy (1980), MaCurdy (1983) og Altonji (1986).

For å ta hensyn til heterogeniteten i preferansene for fritid antas det at Γ_t og Ω_t kan relateres til to vektorer med eksogene og observerbare karakteristika ved personen, X_t og B_t, og karakteristika som ikke observeres av økonometrikeren, ε_t og η_t. Sammenhengen er gitt ved $\Gamma_t = \exp(X_t\phi_x + \varepsilon_t)$ og $\Omega_t = \exp(B_t\phi_b + \eta_t)$, hvor ϕ_x og ϕ_b er to parameter vektorer.

De periode-spesifikke budsjettbetingelsene som korresponderer til nyttefunksjonen (2), er gitt ved

$$
\begin{aligned}
\sum_{j=f,m} w_{jt}H_{jt} + r_tF_{t-1} &= I_t\left(w_{ft}H_{ft}, w_{mt}H_{mt}, r_tF_{t-1}\right) \\
&+ p_tZ_t + (F_t - F_{t-1}), \quad t = 0,1,\ldots,T,
\end{aligned}
\tag{4}
$$

hvor F er beholdningen av rentebærende fordringer, r er rentesatsen og w_j og H_j, for $j = f, m$, er lønnssats og arbeidstilbud for kvinnelig og mannlig ektefelle. Skattefunksjonen I tar hensyn til at ekteparet betaler inntektsskatt på lønn- og renteinntekter, mens det ses bort fra formuesbeskatning. Hvis beholdningen av rentebærende fordringer er negativ, innebærer spesifikasjonen av skattefunksjonen at det gis fradrag for gjeldsrenter ved skatteligningen. Skattefunksjonen kan være konkav eller konveks eller begge deler.

Valget av fritid og arbeidstilbud er også begrenset gjennom tidsskranken

$$
L_{jt} = \overline{L} - H_{jt}, \qquad j = f, m, \quad t = 0,1,\ldots,T,
\tag{5}
$$

hvor $\overline{L}$ er maksimal mengde fritid, og arbeidstilbudet kan ikke være negativt,

$$
H_{jt} \geq 0, \qquad j = f, m, \quad t = 0,1,\ldots,T.
\tag{6}
$$

Ekteparet kan også stå overfor institusjonelt bestemte skranker i arbeidsmarkedet så som arbeidsmiljølover, men det ser vi bort fra. Eventuelle skranker i kredittmarkedet ses også bort fra.

Ekteparet forutsettes å ha fullkommen informasjon om framtidige priser, inkludert skatte- og rentesatser, og det maksimerer samlet neddiskontert nytte over livet med hensyn på Z_t, H_{ft} og H_{mt}, for $t = 0,1,\ldots,T$, gitt budsjettbetingelsene og de andre skrankene over, og gitt en start (F_{-1}) og terminalverdi (F_T) på finansformuen.

Førsteordensbetingelsene inkluderer alle bibetingelsene samt

$$
U_t^{\theta-1}(Z_t + z_0)^{\sigma-1} = \lambda_t p_t, \qquad t = 0,1,\ldots,T,
\tag{7}
$$

$$
U_t^{\theta-1}\Gamma_t L_{ft}^{\gamma-1} = \lambda_t m_{ft} + \alpha_{ft}, \qquad t = 0,1,\ldots,T,
\tag{8}
$$

$$
U_t^{\theta-1}\Omega_t L_{mt}^{\omega-1} = \lambda_t m_{mt} + \alpha_{mt}, \qquad t = 0,1,\ldots,T,
\tag{9}
$$

og

$$\lambda_t = \frac{1}{1+\rho}(1 + R_{t+1})\lambda_{t+1}, \qquad t = 0, 1, \ldots, T-1, \tag{10}$$

hvor

$$m_{jt} \equiv w_{jt}\left[1 - \frac{\partial I_t}{\partial(w_{jt}H_{jt})}\right] \tag{11}$$

og

$$R_{t+1} \equiv r_{t+1}\left[1 - \frac{\partial I_{t+1}}{\partial(r_{t+1}F_t)}\right] \tag{12}$$

er marginallønn og -rente målt etter skatt. Lagrange multiplikatorene λ_t og α_{jt}, for $j = f, m$, kan assosieres med budsjettbetingelsene og ikke-negativitetsskrankene på arbeidstilbudet. De varierer fra ektepar til ektepar, eventuelt fra person til person, og kan ikke observeres. Multiplikatorene gir generelt uttrykk for endring i maksimal nytte ved en marginal endring i den aktuelle skranken, og er definert slik at de er ikke-negative. Multiplikatoren λ_t tolkes spesielt som pengenes grensenytte, og er alltid forskjellig fra null (positiv).

2.1 Tolkning av førsteordensbetingelsene

Førsteordensbetingelsene (7) til (10) inklusive budsjettbetingelsene, tidsskrankene, og ikke-negativitetsbetingelsene på arbeidstilbud utgjør et simultant ligningssystem på $8 \times (T+1) + T$ ligninger til bestemmelse av $Z_0 - Z_T$, $L_{f0} - L_{fT}$, $L_{m0} - L_{mT}$, $H_{f0} - H_{fT}$, $H_{m0} - H_{mT}$, $\alpha_{f0} - \alpha_{fT}$, $\alpha_{m0} - \alpha_{mT}$, $\lambda_0 - \lambda_T$ og $F_0 - F_{T-1}$. De eksogene variablene inkluderer $\overline{L}$, F_{-1}, F_T, $w_{f0}, w_{f1}, \ldots, w_{fT}$, $w_{m0}, w_{m1}, \ldots, w_{mT}$, $p_0, p_1, \ldots, p_T$, $r_0, r_1, \ldots, r_T$ og parameterne i skattefunksjonene I_t og nyttefunksjonen inklusive de eksogene variablene for modifisering[3] av preferansene for fritid over hele livsløpet. Det antas at preferanse parameterne ρ, θ, z_0, σ, γ og ω, og vektorene ϕ_x og ϕ_b er estimert, og at vi kjenner fordelingene til de stokastiske variablene for modifisering av preferansene for fritid. Dersom skattesystemene er slik at budsjettmengdene er konvekse, utgjør ligningssystemet tilstrekkelige betingelser for optimum, mens dersom budsjettmengdene er ikke-konvekse, kan det være flere tilpasningspunkter som tilfredsstiller førsteordensbetingelsene. For å finne optimum ved ikke-konvekse budsjettmenger må vi sammenligne nytten for alle punktene som tilfredsstiller alle betingelsene, og velge det punktet som gir størst nytte.

Førsteordensbetingelsen (7) for konsum gir uttrykk for at i optimum skal grensenytten av konsum være lik prisen på konsum. Dersom $\theta = 1$, er grensenytten av konsum uavhengig av ektefellenes etterspørsel etter fritid, og som vi skal se seinere kan det ha betydning for valg av simuleringsmetode. Ifølge Kornstad (1993b) er $\theta = 0,88$ med standardavvik lik $0,07$, men siden vi ikke a priori kan begrunne at $\theta = 1$, tolker vi ikke dette slik at grensenytten av konsum er tilnærmet uavhengig av ekteparets etterspørsel etter fritid. Det skyldes at fordelingen av konsum og fritid over livet kan være følsom for endringer i θ i intervallet 0,88 til 1,0.

[3]Kornstad (1993b) antar at mannens alder fanger opp den observerbare heterogeniteten i mennenes preferanser for fritid, mens den observerbare heterogeniteten i kvinnenes preferanser for fritid fanges opp av kvinnens alder og antall barn i ekteparet.

Ligningene (8) og (9) er førsteordensbetingelsene for henholdsvis kvinnens og mannens etterspørsel etter fritid. Dersom ektefellene ikke er rasjonert med hensyn til fritid, er α_f og α_m lik null, og betingelsene sier at i optimum er grensenytten av fritid lik marginallønnen etter skatt. Dersom ektefellen er rasjonert med hensyn til fritid, er $\alpha_{jt} > 0$, og marginalnytten av fritid ved maksimal mengde fritid er større enn den tilsvarende marginallønnen etter skatt, se Kornstad (1993a).

Av førsteordensbetingelsene for konsum og fritid framgår det at dersom vi ser bort fra hjørneløsninger, vil pengenes grensenytte (λ_t) fange opp all informasjon om framtidige priser og preferanser som har betydning for bestemmelsen av konsum og fritid i inneværende periode. Når det gjelder konsum, fanger den også opp all informasjon om fortiden, og dette er også tilfelle for fritid dersom vi ser bort fra skattesystemet. Tar vi derimot hensyn til skattesystemet, vil fortiden også ha en effekt på fritiden via marginallønnene m_f og m_m siden disse avhenger av formuen ved utgangen av forrige periode.

Dette betyr at dersom vi kunne observere pengenes grensenytte, er vi kommet et godt stykke på vei med problemene knyttet til simuleringer av modellen. Av Euler-betingelsen (10) for pengenes grensenytte framgår det at i tilfellet med perfekt sikkerhet er det en deterministisk sammenheng mellom pengenes grensenytte i ulike perioder. Denne ligningen sier at dersom ektefellene ikke er beskranket i kredittmarkedet, skal finanssparingen justeres inntil marginalnytten av penger i periode t er lik den neddiskonterte marginalnytten av å bruke de samme pengene inklusive renteavkastningen R_{t+1} neste år[4]. Dersom vi har proporsjonal beskatning av renter og vi observerer verdien på pengenes grensenytte i en vilkårlig periode, kan vi altså bruke denne ligningen til å finne verdien på pengenes grensenytte i de andre periodene. I praksis er det imidlertid et problem at pengenes grensenytte ikke observeres i noen periode. MaCurdy (1981) viser hvordan man i prinsippet kan utlede og estimere redusert form uttrykket for pengenes grensenytte i periode null, men denne metoden legger sterke restriksjoner på preferanser og representasjonen av skattesystemet. Et annet problem ved denne framgangsmåten er at estimeringen av parameterne i denne funksjonen er svært datakrevende idet man trenger komplette livsløpsdata for alle eksogene størrelser.

Bover (1989) viser som et spesialtilfelle at dersom preferansene for fritid og konsum av ikke-varige goder er av såkalt Stone-Geary type og man ser bort fra inntektsbeskatning, er det mulig å finne et eksplisitt uttrykk for λ_0 på denne måten. Dette er imidlertid normalt ikke mulig, og man må typisk gjøre tilnærminger til den sanne funksjonsformen.

Forutsetningen om perfekt prisinformasjon betyr at alle pris- og/eller skatteendringer er endringer langs en gitt og kjent bane over livsløpet til det enkelte ektepar/individ. I forbindelse med evalueringer av for eksempel endringer i skattepolitikken kan vi tolke dette slik at regjeringen har erklært at den vil føre den og den skattepolitikken i årene som kommer, og at husholdet har tatt dette inn over seg. Endringene kommer med andre ord ikke som ukjente sjokk utenfra. Dersom vi får et skift i for eksempel personbeskatningen som ekteparet ikke er kjent med, er dette et brudd på forutsetningene bak modellen. Euler-betingelsen

[4]Dersom ekteparet er beskranket, er skyggeprisen på lån større enn null, og marginalnytten av penger i periode t overstiger marginalnytten av å utsette konsumet.

for pengenes grensenytte vil ikke lenger gjelde siden husholdet står overfor usikkerhet med hensyn til utformingen av skattesystemet, og dersom skatteomleggingen er betydelig eller av permanent varighet, vil dette gi et skift i verdien på pengenes grensenytte. Dette vil igjen gi skift i etterspørselen etter konsum og fritid, se førsteordensbetingelsene.

Ved evalueringer av ulike økonomisk politiske tiltak kan antakelsen om perfekt sikkerhet innebære en innskrenkning i bruken av modellen, idet husholdet kan få en aha-opplevelse når (for eksempel) skattereglene endres. I den forbindelse kan man tenke seg en alternativ tolkning av forutsetningen om perfekt sikkerhet. Den innebærer at husholdet tilpasser seg som om prisene var kjente, men ved fastsettelsen av anslaget på de ulike prisene tar det hensyn til at prisene er usikre. All modellering av usikkerheten går altså på hvordan husholdet på basis av ulike prisfordelinger fastsetter en bestemt verdi på de ulike prisene. I motsetningen til tolkningen over er imidlertid ikke disse anslagene konstante over hele livsløpet til husholdet, idet husholdet lager nye anslag på prisene etterhvert som det får ny informasjon om prisfordelingene.

I simuleringene kan vi utnytte dette ved at vi spesifiserer de eksogene prisene inklusive skattesystemet, og på basis av dette løser optimeringsproblemet slik det er gjort rede for over. På hvert tidspunkt som husholdet lager nye anslag på prisene vil imidlertid ikke Euler-betingelsen for pengenes grensenytte lenger gjelde, og denne ligningen kan da ikke utnyttes ved simuleringene slik det er gjort rede for i avsnitt 3.1.1.

Modellspesifikasjonene innebærer ellers at planleggingshorisonten er eksogent gitt og tidspreferanseraten er forutsatt lik for alle individer. Arbeidsmarkedet er bare representert ved lønnssats og arbeidstid, og vi ser dermed bort fra andre viktige kjennetegn ved arbeidsmarkedet så som arbeidsoppgaver og -miljø. Av spesifikasjonen av preferansene følger det at ekteparet antas å ha felles preferanser, og at atferden er uavhengig av vaner (se Muellbauer 1986, Hotz, Kydland og Sedlacek 1988 og Bover 1991 for eksempler på spesifikasjoner som tar hensyn til vanedannelse) og atferden til andre personer eller grupper av personer (se Alessie og Kapteyn 1991 og Blomquist 1993 for eksempler på spesifikasjoner som tar hensyn til at preferansene kan påvirkes av atferden til andre hushold). Spesifikasjonen av nyttefunksjonen innebærer også at preferansene er additivt separable både over tid og innen hver enkelt periode. Alle disse valgene har betydning for de simulerte fordelingene til konsum og fritid, og det er et problem at valgene er forholdsvis vilkårlige som følge av manglende empirisk kunnskap. På tross av disse problemene mener vi imidlertid at den valgte modellspesifikasjonen fanger opp viktige trekk ved husholdenes tilpasning i konsum- og arbeidsmarkedet.

Av spesifikasjonen av budsjettbetingelsen framgår det at vi ser bort fra mulighetene for å spare i form av andre verdipapirer enn rentebærende fordringer, for eksempel aksjer. Rentesatsen før skatt er lik for alle individer og uavhengig av om renten gjelder lån eller innskudd, og det ses bort fra at kredittrasjonering kan påvirke lånerenten. Utelatelsen av formuesskatt innebærer at vi ser bort fra at formuesskatten både har inntektseffekter via budsjettbetingelsen og at den påvirker marginalrenten etter skatt. Spesielt i perioder med lavt rentenivå kan formuesskatten ha relativt stor betydning for størrelsen på marginalrenten etter skatt. Det forutsettes også at husholdet betrakter arven det etterlater seg, som en eksogent bestemt størrelse.

3 Simulering - Perfekt sikkerhet

Et simuleringseksperiment består av følgende deler:

- Bestemme utvalg/populasjon.
- Tilrettelegge input-data, det vil si eksogene kjennetegn for enhetene i utvalget så som alder, kjønn, antall barn etter alder, lønnsprofil, rentesats og parameterne i skattesystemet.
- Trekke de stokastiske variablene som fanger opp heterogeniteten i preferansene for de ulike godene.
- Bruke modellen til å simulere de aktuelle variablene.

Valg av utvalg eller populasjon som skal brukes ved simuleringen, vil ofte være bestemt av problemstilling og hva som faktisk finnes av datasett.

Når det gjelder tilretteleggingen av input-dataene, er det i praksis et problem at visse variable kan være "missing" for enkelte av enhetene i utvalget. Avhengig av simuleringsmetode kan det også være slik at observasjoner av en eller flere variable mangler totalt. Det finnes flere måter å løse dette problemet på, for eksempel å forsøke å estimere verdiene på den utelatte variabelen. Gjør vi det, er det viktig å ta hensyn til eventuelle seleksjonsproblemer, men dette går vi ikke nærmere inn på, se Heckman (1979).

For å kunne trekke de stokastiske variablene knyttet til heterogeniteten i preferansene for fritid må man kjenne fordelingen til disse variablene. Kornstad (1993b) forutsetter at ε_t og η_t er binormalfordelt med forventning lik null, og den valgte estimeringsmetoden gir et estimat på variansene til ε_t og η_t for en bestemt periode. Estimeringen gir derimot ikke informasjon til å avgjøre hvorvidt variansene er konstante over tid, eller i hvilken grad ε_t og η_t er autokorrelerte. (Autokorrelasjonen er av interesse ved simuleringer basert på Euler betingelsene for fritid i avsnitt 3.1.1.) Ved simuleringene må vi med andre ord gjøre ytterligere forutsetninger om fordelingene til restleddene i de ulike periodene i livsløpet. Dersom betydningen av de uobserverbare variablene for preferansene for fritid er tilnærmet konstant over tid, er restleddene autokorrelerte og variansene er tilnærmet konstante over tid. Korrelasjonen mellom ε og η er det vanskelig å ta stilling til. (Vi tar ikke stilling til denne korrelasjonen da vi bare har simulert konsum under en antakelse om at $\theta = 1$.)

3.1 Simulering basert på førsteordensbetingelsene

I dette avsnittet antas det at skattesystemet er utformet slik at førsteordensbetingelsene (7) til (10) inklusive budsjettbetingelsene, tidsskrankene, og ikke-negativitetsbetingelsene på arbeidstilbud er tilstrekkelige betingelser for optimum. Dersom ekteparet tilpasser seg i et 30-års perspektiv, det vil si $T = 30$, har vi et simultant ligningssystem på 278 ligninger som skal løses for hvert enkelt ektepar som inngår i simuleringen. Simuleringene skal normalt gjennomføres for et større antall ektepar, og det er et problem at ligningene gir liten informasjon om hvordan man finner optimumspunktet, idet de bare gir (tilstrekkelig) informasjon om hva som kjennetegner optimum. Det er ikke mulig å finne en eksplisitt redusert form løsning for fordelingene til konsum og fritid/arbeidstid, og det faktum at fordelingene av marginalskattene på lønn er trappeformet og ikke en kontinuerlig funksjon av inntekten kompliserer løsningsalgoritmen ytterligere. Det finnes imidlertid standard programvare for løsning av simultane ligningssystemer (se for eksempel NAG-rutinene F04), men vi går ikke nærmere inn på bruken av disse her. I stedet skal vi se på to alternativer.

3.1.1 Euler-betingelser for konsum og arbeidstilbud

Et problem ved å utnytte førsteordensbetingelsene til simuleringer er at variabelen for pengenes grensenytte er endogen og ikke-observerbar. Dette problemet kan løses ved å uttrykke førsteordensbetingelsene (7) til (9) ved λ_0, det vil si pengenes grensenytte i *periode null.* Parameteren λ_0 kan ses på som en "fixed effect", og ved å uttrykke de λ_0-konstante etterspørselsfunksjonene på førsteordens differens form blir λ_0 eliminert. Dersom vi kan se bort fra hjørneløsninger i arbeidsmarkedet, får vi

$$\begin{aligned} \ln \frac{Z_t - z_0}{Z_{t-1} - z_0} &= \frac{1}{\sigma - 1} \ln \frac{p_t}{p_{t-1}} + \frac{1}{\sigma - 1} \ln \frac{1 + R_t}{1 + \rho} \\ &- \frac{\theta - 1}{\sigma - 1} \ln \frac{U_t}{U_{t-1}}, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \ln \frac{L_{ft}}{L_{ft-1}} &= \frac{1}{\gamma - 1} \ln \frac{m_{ft}}{m_{ft-1}} + \frac{1}{\gamma - 1} \ln \frac{1 + R_t}{1 + \rho} - (X_t - X_{t-1}) \frac{\phi_x}{\gamma - 1} - \varepsilon_t^* \\ &- \frac{\theta - 1}{\gamma - 1} \ln \frac{U_t}{U_{t-1}} \end{aligned} \tag{14}$$

og

$$\begin{aligned} \ln \frac{L_{mt}}{L_{mt-1}} &= \frac{1}{\omega - 1} \ln \frac{m_{mt}}{m_{mt-1}} + \frac{1}{\omega - 1} \ln \frac{1 + R_t}{1 + \rho} - (B_t - B_{t-1}) \frac{\phi_b}{\omega - 1} - \eta_t^* \\ &- \frac{\theta - 1}{\omega - 1} \ln \frac{U_t}{U_{t-1}}, \end{aligned} \tag{15}$$

hvor $\varepsilon_t^* = (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})/(\gamma - 1)$ og $\eta_t^* = (\eta_t - \eta_{t-1})/(\omega - 1)$.

Disse ligningene inkluderer bare variable som skal simuleres, parametre som er estimert, eksogene størrelser og de stokastiske restleddene ε_t^* og η_t^*. Simulering av endringene i konsum og fritid er imidlertid komplisert siden høyreside variablene R_t, m_{ft}, m_{mt} og U_t avhenger av venstreside variablene Z_t, L_{ft} og L_{mt} datert i samme periode.

Dersom θ er lik 1, er $(\theta - 1) \ln \frac{U_t}{U_{t-1}}$ lik 0. Ligningene (13) til (15) reduseres da til

$$\ln \frac{Z_t - z_0}{Z_{t-1} - z_0} = \frac{1}{\sigma - 1} \ln \frac{p_t}{p_{t-1}} + \frac{1}{\sigma - 1} \ln \frac{1 + R_t}{1 + \rho}, \tag{16}$$

$$(17) \qquad \ln \frac{L_{ft}}{L_{ft-1}} = \frac{1}{\gamma - 1} \ln \frac{m_{ft}}{m_{ft-1}} + \frac{1}{\gamma - 1} \ln \frac{1 + R_t}{1 + \rho} - (X_t - X_{t-1}) \frac{\phi_x}{\gamma - 1} - \varepsilon_t^*$$

og

$$(18) \qquad \ln \frac{L_{mt}}{L_{mt-1}} = \frac{1}{\omega - 1} \ln \frac{m_{mt}}{m_{mt-1}} + \frac{1}{\omega - 1} \ln \frac{1 + R_t}{1 + \rho} - (B_t - B_{t-1}) \frac{\phi_b}{\omega - 1} - \eta_t^*.$$

Hvis vi har proporsjonal beskatning av lønns- og renteinntekter, er R, m_f, m_m eksogene, og ligningene (16) til (18) kan brukes til å simulere *endringene* i henholdsvis konsum og fritid for kvinne og mann[5] over livsløpet[6]. Dersom vi observerer startverdiene på konsum og fritid (Z_{-1}, L_{f-1} og L_{m-1}), kan vi dermed simulere ekteparets fordeling av konsum og arbeidstilbud over livsløpet. Ved at vi gjør bruk av observerte startverdier på konsum og fritid er de simulerte fordelingene konsistente med observasjonene i basisåret, og modellen er på sett og vis kalibrert i basisåret. Hvorvidt vi observerer startverdiene varierer imidlertid fra datasett til datasett.

Dersom vi har progressiv beskatning av lønns- og renteinntekter, avhenger marginallønnen og -renten etter skatt av tilpasningen, og det kompliserer bruken av ligningene (16) til (18) siden vi nå har et simultant ligningssystem. Ser vi dette i sammenheng med Kornstad (1993a) som peker på at spesifikasjonen (18) også kan brukes ved simuleringer i tilfellet med progressiv beskatning av lønnsinntekter, har vi altså at selv om en spesifikasjon egner seg for estimering er den ikke nødvendigvis egnet ved simuleringer.

I Norge har vi fra og med 1992 tilnærmet proporsjonal beskatning av renter (28 prosent skatt på all inntekt utover klassefradraget ved kommuneskatteligningen på 22 600 kroner i skatteklasse 1 i 1994 ifølge Statistisk sentralbyrå 1994), mens beskatningen av lønnsinntekt har progressive elementer ved at marginalskattene er en trappeformet funksjon av inntekten. Antakelsen om proporsjonal inntektsbeskatning er således spesielt relevant ved simulering av konsumet, siden ligning (16) bare inneholder marginalskatten på renter og ikke marginalskatten på lønn. Også ved simulering av virkningene av ulike forslag til beskatning av renter er det aktuelt å ta utgangspunkt i proporsjonal beskatning. Dette skyldes blant annet at det er stor kapitalmobilitet over landegrensene, og for ikke å miste for mye kapital til utlandet er landene så og si tvunget til å ha (tilnærmet) proporsjonal kapitalbeskatning (og tilnærmet lik skattesats mellom landene).

I en del analyser kan det være fornuftig å anta at arbeidstakerne har kontraktfestet arbeidstid med små muligheter for overtidsarbeid, slik at arbeidstiden er gitt. Siden skattene i år t, $I_t(w_{ft}H_{ft}, w_{mt}H_{mt}, r_tF_{t-1})$, er en funksjon av den eksogene lønnsinntekten i år t og de predeterminerte renteinntektene som er bestemt ved rentesatsen i år t og formuen ved utgangen av år $t-1$, kan marginalrenten etter skatt i år t betraktes som eksogen ved simuleringene for år t selv om marginalskattene på renter ikke er proporsjonale. Gitt at man observerer startverdien på konsumet kan man dermed bruke ligning (16) til å simulere fordelingen av konsumet over livet selv om man har progressiv beskatning av renter. Dersom

[5] MaCurdy (1981) estimerer en funksjon som korresponderer til ligning (18), og denne tilnærmingen gir dermed estimater på parameterne i denne funksjonen inklusive et estimat på variansen til restleddet for en bestemt periode.

[6] Som nevnt over krever dette også at vi kjenner fordelingene til restleddene ε_t^* og η_t^* over tid.

man i tillegg observerer finansformuen i basisåret, kan man utnytte budsjettbetingelsene til å finne fordelingen av finanssparingen over livet,

$$(19) \qquad (F_t - F_{t-1}) = \sum_{j=f,m} w_{jt}H_{jt} + r_tF_{t-1} - I_t(w_{ft}H_{ft}, w_{mt}H_{mt}, r_tF_{t-1}) - p_tZ_t,$$

og fordelingene av ekteparets beholdning av rentebærende fordringer og renteinntekter/-utgifter over livsløpet.

Av ligningene (16) til (18) framgår det at man slipper å gjøre forutsetninger om ekteparets sluttformue F_T ved simuleringene. Det skyldes antakelsen om perfekt informasjon om framtidige priser, hvilket innebærer at Z_{t-1}, L_{ft-1} og L_{mt-1} fanger opp alle virkningene av sluttformuens betydning for henholdsvis Z_t, L_{ft} og L_{mt}. Når vi ved simuleringene observerer startverdiene på konsum og fritid, får vi dermed indirekte tatt hensyn til sluttformuen uten å gjøre noen (vilkårlige) forutsetninger om denne. Begrunnelsen for dette ligger i førsteordensbetingelsene (7) til (10), og det faktum at pengenes grensenytte generelt er en funksjon av alle eksogene størrelser i modellen inklusive start- og sluttformuen.

Ved simuleringer av konsum trenger vi heller ikke tallfeste startverdien F_{-1} på formuen idet konsumet i foregående periode fanger opp alle virkninger av den. For fritid har vi derimot at marginallønnen etter skatt er en funksjon av formuen ved utgangen av forrige periode, og virkningene av startformuen for etterspørselen etter fritid fanges opp både av fritiden i forrige periode og av marginallønnen etter skatt i inneværende periode. Vi har imidlertid tidligere pekt på at ligningene (17) og (18) best egner seg for simuleringer i tilfellet med proporsjonal beskatning av lønnsinntekt, og da er marginallønnene etter skatt uavhengig av startformuen. Ved proporsjonal beskatning av lønnsinntekt trenger vi med andre ord heller ikke observere startformuen ved simuleringer basert på ligningene (17) og (18). Mange datasett har ikke gode formuesopplysninger, og dersom datasettet som skal brukes ved simuleringene ikke har slike opplysninger, er dette en fordel med spesifikasjonene (16) til (18). Av gjennomgangen over framgår det imidlertid at metoden ikke tillater ikke-separable preferanser innen og/eller mellom de ulike periodene, og heller ikke innføringen av en monoton transformasjon (θ) av innen-periode nyttene.

3.1.2 NAG-rutinene E04

Rutinene E04 til Numerical Algorithms Group (NAG) kan også brukes til å løse optimeringsproblemet gitt ved førsteordensbetingelsene. Disse rutinene finner optimum ved hjelp av en Kvasi-Newton metode hvor førsteordensbetingelsene tilnærmes ved numerisk deriverte. Det innebærer at den optimale fordelingen av konsum og fritid over livet finnes ved hjelp av en iterasjonsprosedyre, og budsjettmengdene må dermed være konvekse.

Sammenligner vi denne metoden med metoden basert på Euler-betingelsene for konsum og fritid, merker vi oss at NAG-rutinene tillater muligheten for skranker i de ulike markedene, som for eksempel låneskranker og ikke-negativitetsskranker på konsum og fritid. Det gjør ikke spesifikasjonene basert på Euler-betingelsene. Bruken av NAG-rutinene tillater også progressiv beskatning av renter og lønnsinntekt, men marginalskattene på arbeidsinntekten må være en kontinuerlig funksjon av inntekten. Marginalskattene på renter kan imidlertid være trappeformete, som følge av at det er F_{t-1} og ikke F_t som inngår som argument i skattefunksjonen på tidspunkt t. Simuleringene basert på Euler-betingelsene kompliseres derimot dersom marginalskattene på arbeids- og/eller kapitalinntekter er ikke-konstante.

En annen mulig fordel med bruken av NAG-rutinene er at nyttefunksjonen kan være ikke-separabel både innen og mellom de ulike periodene. De aller fleste empiriske arbeider forutsetter a priori at preferansene er separable over tid, men det er ikke åpenbart at dette er tilfelle, kf Muellbauer (1986), Hotz, Kydland og Sedlacek (1988) og Bover (1991). Omfattende empiri tyder også på at vi bør være forsiktig med å anta at preferansene er separable innen de ulike periodene, se Blundell og Walker (1986), Blundell, Meghir og Neves (1993) og Blundell, Browning og Meghir (1994).

I motsetning til simuleringsprosedyren basert på Euler-betingelsene krever ikke bruken av NAG-rutinene tallfesting av startverdiene på konsum og fritid dersom man kjenner ekteparets start- og sluttformue. Som nevnt over har imidlertid mange datasett mangelfulle opplysninger om startformuen, og per i dag vet man ikke hvordan husholdene bestemmer sluttformuen. Eksperimenter knyttet til simulering av konsum basert på den forenklede modellen i avnitt 4 viser at valget av størrelsen på sluttformen sett i forhold til startformuen har stor betydning for simuleringsresultatene dersom planleggingshorisonten ikke er for langt unna. Ved evalueringer av virkningene av ulike økonomisk politiske tiltak kan det med andre ord være et problem å måtte gjøre bruk av anslag på sluttformuen.

Simuleringer basert på NAG-rutinene og Euler-betingelsene krever forholdsvis lite EDB-ressurser målt per ektepar det simuleres for.

3.2 Simulering basert på nyttefunksjonen

Som nevnt over er det slik at dersom skattesystemet skaper ikke-konvekse budsjettmengder, kan det være flere tilpasningspunkter som tilfredsstiller førsteordensbetingelsene. Da må vi sammenlikne nytten for alle de punktene som tilfredsstiller førsteordensbetingelsene, og velge det punktet som gir størst nytte. Dette faktumet kompliserer simuleringen betydelig siden førsteordensbetingelsene ikke gir noen oppskrift på hvordan man i praksis finner disse punktene. Siden skatte- og overføringssystemene ofte gir opphav til ikke-konvekse budsjettmengder, kan dette være et betydelig problem i praksis. I dette avsnittet presenteres en metode som tillater kompliserte skatte- og overføringssystemer samt muligheter for hjørneløsninger. Ekteparet forutsettes fortsatt å ha perfekt sikkerhet med hensyn til framtidige priser og variable som påvirker framtidige preferanser.

Ideen bak simuleringsmetoden er at den kontinuerlige fordelingen til hver av variablene Z_t, L_{ft}, L_{mt}, for $t = 0, 1, \ldots, T$, kan tilnærmes ved en diskret fordeling. La A_j være en bestemt kombinasjon av verdiene for elementene i vektoren $A = (Z_0, Z_1, \ldots, Z_T, L_{f0}, L_{f1}, \ldots, L_{fT}, L_{m0}, L_{m1}, \ldots, L_{mT})$. Siden fordelingene er diskrete, finnes det et endelig antall A_j-vektorer. Vi kan da regne ut samlet nytte over livet for alle mulige A_j-vektorer, teste om alle budsjettbetingelsene og de øvrige skrankene er oppfylt, og til slutt velge den vektoren som gir størst nytte gitt at skrankene er oppfylt. Beskrankninger av typen ikke-negativitetsbetingelser på arbeidstilbud kan enkelt tas hensyn til ved å forutsette at variabelen for fritid ikke kan overstige maksimal mengde fritid, og det er lett å legge inn separate tester i programmet som for eksempel fanger opp muligheten for kredittrasjonering.

For å konkretisere, anta at ekteparet planlegger over tre år og at arbeidstiden er eksogent gitt. Vi antar også at ekteparet bare kan velge mellom konsum på 100, 200 eller 300 enheter i de to første årene. Som vi skal se seinere er det hensiktsmessig å la budsjettbetingelsen bestemme konsumet i siste periode. En hovedskisse av dataprogrammet kan da se ut som følger:

Genererer alle eksogene størrelser

- Lønns-, rente- og skattesatser og konsumpriser for hver periode
- Arbeidstid for hver enkelt periode
- Start- (F_{-1}) og sluttverdien (F_2) på finansformuen
- Observerbare variable for modifisering av preferansene for fritid
- Ikke-observerbare (stokastiske) variable for modifisering av preferansene for fritid

De stokastiske restleddene skal bare trekkes *en* gang ved bestemmelsen av optimum siden heterogeniteten i preferansene antas å være konstant under hele simuleringen.

Beregningene for periode 0

Gjør for $Z_0 = 100, 200, 300$:

Regn ut skatten:

(20) $$I_0 = I_0(w_{f0}H_{f0}, w_{m0}H_{m0}, r_0F_{-1})$$

Regn ut finansformuen:

(21) $$F_0 = w_{f0}H_{f0} + w_{m0}H_{m0} + (1+r_0)F_{-1} - I_0 - p_0Z_0$$

Regn ut periode-nytten:

(22) $$U_0 = \frac{(Z_0+z_0)^\sigma - 1}{\sigma} + \Gamma_0\frac{L_{f0}^\gamma - 1}{\gamma} + \Omega_0\frac{L_{m0}^\omega - 1}{\omega}$$

Siden arbeidsinntektene $w_{f0}H_{f0}$ og $w_{m0}H_{m0}$ og renteinntekten r_0F_{-1} er gitt, kan vi regne ut skatten (ligning 20) på basis av det spesifiserte skattesystemet. Finansformuen ved utgangen av periode 0 følger da direkte av budsjettbetingelsen (21) for gitt verdi på Z_0. Budsjettbetingelsen i denne perioden fungerer dermed bare som et bindeledd mellom de ulike periodene, og ikke som noen skranke når vi ser periode 0 isolert fra de andre periodene.

Siste regneoperasjon i periode 0 er å regne ut nytten i periode 0 ved de tre nivåene på konsumet, kf ligning (22).

Beregningene for periode 1

Bruk resultatene fra beregningene for periode 0 og gjør for $Z_1 = 100, 200, 300$:

Regn ut skatten:

(23) $$I_1 = I_1 \left(w_{f1} H_{f1}, w_{m1} H_{m1}, r_1 F_0 \right)$$

Regn ut finansformuen:

(24) $$F_1 = w_{f1} H_{f1} + w_{m1} H_{m1} + (1 + r_1) F_0 - I_1 - p_1 Z_1$$

Regn ut nytten:

(25) $$U_1 = \frac{(Z_1 + z_0)^\sigma - 1}{\sigma} + \Gamma_1 \frac{L_{f1}^\gamma - 1}{\gamma} + \Omega_1 \frac{L_{m1}^\omega - 1}{\omega}$$

Det eneste som skiller beregningene for periode 1 fra beregningene for periode 0, er at nå varierer den predeterminerte finansformuen (F_0 i skattefunksjonen og budsjettbetingelsen) med Z_0-verdiene i beregningene for foregående periode, mens den i periode 0 var konstant lik F_{-1}.

Beregningene for siste periode

Regn ut skatten:

(26) $$I_2 = I_2 \left(w_{f2} H_{f2}, w_{m2} H_{m2}, r_2 F_1 \right)$$

Siden sluttformuen er eksogent gitt kan vi ikke bruke budsjettbetingelsen til å bestemme sluttformuen. Vi løser i stedet budsjettbetingelsen med hensyn på konsumet, og lar dermed konsumet løse problemet med at alle budsjettbetingelsene sett under ett skal være konsistente med start- og sluttformuen F_{-1} og F_2:

(27) $$Z_2 = \frac{1}{p_2} \left[w_{f2} H_{f2} + w_{m2} H_{m2} + r_2 F_1 - I_2 - (F_2 - F_1) \right]$$

Tilsvarende som for de foregående periodene, regner vi så ut nytten:

(28) $$U_2 = \frac{(Z_2 + z_0)^\sigma - 1}{\sigma} + \Gamma_2 \frac{L_{f2}^\gamma - 1}{\gamma} + \Omega_2 \frac{L_{m2}^\omega - 1}{\omega}$$

Vi har nå løpt gjennom alle mulige kombinasjoner av Z_0, Z_1, Z_2 gitt at konsumet bare kan anta de tre verdiene 100, 200 og 300 i de to første årene, og gitt at alle budsjettbetingelsene er oppfylt. Til slutt beregnes samlet neddiskontert nytte over livet ifølge ligning (1) for alle de mulige konsumbanene, og vi velger den konsumbanen som gir størst nytte.

Skissen over viser både svakheten og styrken ved dette opplegget. Skattesystemene kan være kompliserte, og det er ikke noe problem om de innebærer at budsjettmengdene blir ikke-konvekse. Skranker av ulike typer er lett å legge inn, enten ved valget av mulige verdier for variablene i A-vektoren eller som separate tester i programmet. Preferansene kan være ikke-separable, både innen hver enkelt periode og mellom de ulike periodene. Dersom preferansene er ikke-separable over tid, må imidlertid beregningene organiseres på en annen måte enn i eksemplet over, som følge av at nytten av konsum i en bestemt periode avhenger av konsumet i andre perioder. Metoden krever at man tar stilling til start- og sluttformuen, men man behøver ikke observere startverdiene på konsum og fritid slik man måtte ved spesifikasjonen basert på Euler-betingelsene for konsum og fritid.

Et problem som oppstår i praksis er at konsumet i siste periode (Z_2) kan bli negativt og så stort i tallverdi at størrelsen $Z_2 + z_0$ i nyttefunksjonen blir negativ. Disse konsumbanene kastes ut, siden nyttefunksjonen ikke er definert for negative verdier av $Z_2 + z_0$. (Dersom Z er definert som konsum av ikke-varige goder, se ligning (3), bør alle banene hvor Z_2 er mindre enn null kastes ut.)

En svakhet ved simuleringsmetoden er at den er forholdsvis ressurskrevende med hensyn til datakraft, siden kombinasjonsmulighetene for verdiene til variablene i A-vektoren ofte blir mange. Dersom planleggingshorisonten er 11 år og variabelen for ekteparets konsum i eksemplet over kan anta 5 forskjellige verdier, får vi bortimot 10 millioner kombinasjonsmuligheter for konsumet i de 10 første årene. Programmet kan imidlertid organiseres slik at det bare er beregningene i nest siste og siste periode som utføres så mange ganger, men dersom vi ønsker å simulere flere variable, over flere år og for mange ektepar, blir simuleringene ressurskrevende.

Dersom det er store sprang i verdiene til de enkelte variablene i A-vektoren, kan dette gi forholdsvis store avvik i etterspørselen etter for eksempel konsum i forhold til hva førsteordensbetingelsene innebærer. I den forbindelse er det viktig å huske på at simuleringer av denne type modeller typisk har som formål å lage gjennomsnittstall for ulike grupper av ektepar. Det betyr at dersom vi klarer å lage forholdsvis gode simuleringer av gjennomsnittlig konsum i de ulike årene, behøver det ikke være så uheldig om vi ikke klarer å lage "helt riktige" konsumbaner for hvert enkelt ektepar.

En alternativ måte å velge verdiene på variablene i A-vektoren på er å trekke disse fra stokastiske sannsynlighetsfordelinger. Variablene ses nå på som kontinuerlige variable, og det antas at fordelingene til variablene kan beskrives ved (ulike) sannsynlighetsfordelinger. Ved å foreta et endelig antall trekninger får vi et endelig antall A_j-vektorer som nytten skal sammenlignes for. Dersom vi ikke a priori vet noe om fordelingene til de ulike variablene, kan vi anta at de er uniformt fordelt. Da er det like stor sannsynlighet for at alle verdiene til en variabel kan forekomme. I andre tilfeller kan vi ha en formening om at den enkelte variabel vil ligge innenfor et intervall, og at det er relativt liten sannsynlighet for verdier i nærheten av grensen på intervallet; Flavin (1981) viser for eksempel at under visse forutsetninger er konsumet lik permanent inntekt pluss et stokastisk restledd som representerer transitorisk konsum, og i dette tilfellet kan vi bruke en sannsynlighetsfordeling som fanger opp disse trekkene.

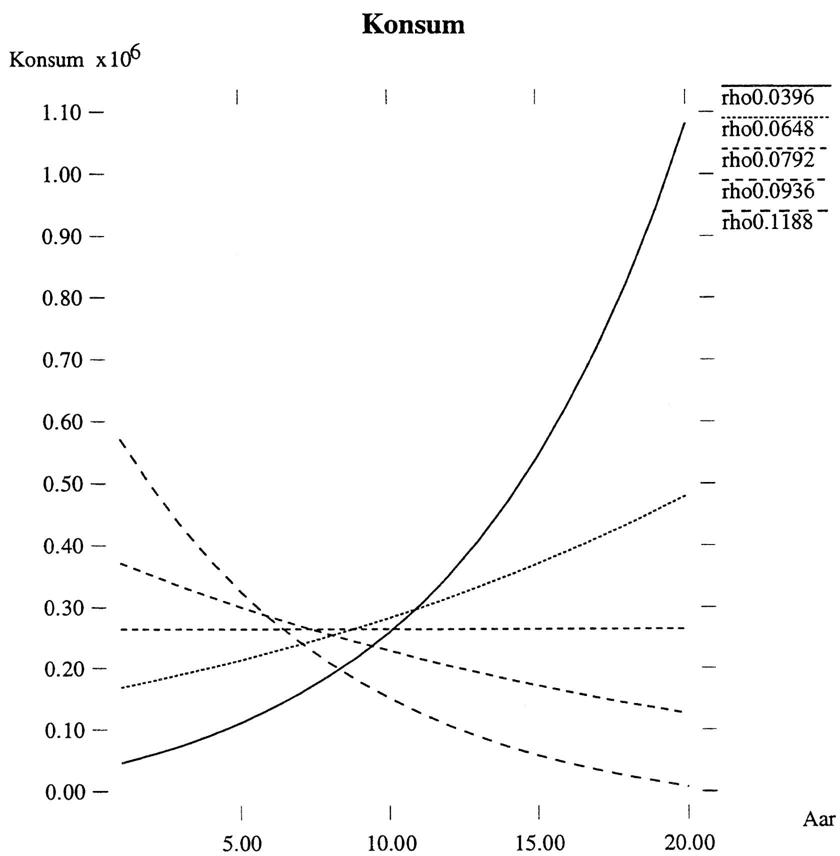
4 Simuleringsresultater

Dette avsnittet presenterer simuleringsresultater for en forenklet versjon av modellen presentert i avsnitt 2. Resultatene er hentet fra Kornstad og Wikestad (1995) og bygger på følgende forutsetninger. Arbeidstilbudet er eksogent gitt og arbeidsinntektene målt nominelt er konstante over tid. Den kvinnelige ektefellen har en arbeidsinntekt lik 150 000 kroner mens mannens arbeidsinntekt er 220 000 kroner, hvilket omtrent tilsvarer gjennomsnittsinntektene i dataene i Kornstad (1993b). Både arbeidsinntekter og renteinntekter/-utgifter skattlegges i henhold til skattesystemet i 1992, og spesielt innebærer det at renter skattlegges med en marginalskatt på 28 prosent dersom nettoinntekten ved kommuneskatteligningen overstiger klassefradraget i skatteklasse 1 på kroner 21 700. Prisen på ikke-varige goder er satt lik 1 i alle år, og nyttefunksjonen (1) er forenklet til

$$V_0 = \sum_{t=0}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t} \frac{(Z_t + z_0)^\sigma - 1}{\sigma}. \tag{29}$$

Denne forenklingen innebærer at parameteren θ er lik 1. Parameteren z_0 er i beregningene satt lik 50 000, hvilket er i samsvar med estimeringsresultatene i Kornstad (1993b).

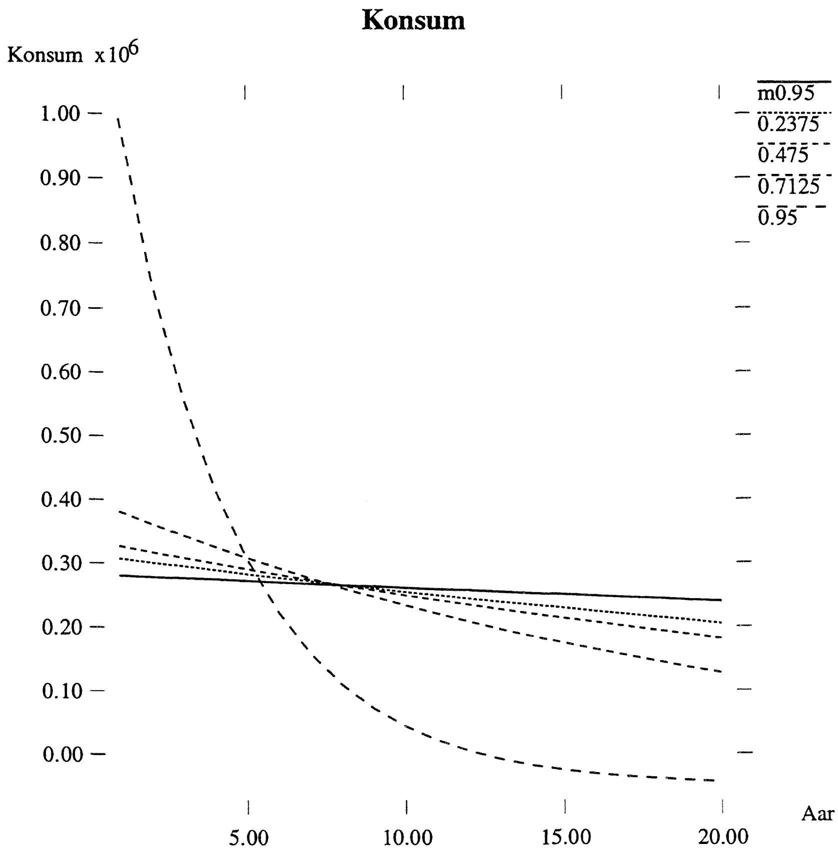
Figur 1. Fordelingen av konsumet over livet for ulike verdier av tidspreferanseraten ρ. Rente før skatt lik 11 prosent, $\sigma = 0{,}7125$ og $z_0 = 50\,000$.



Figur 1 viser fordelingen av konsumet over en planleggingsperiode på 20 år for ulike verdier av tidspreferanseraten (ρ lik 0,0396, 0,0648, 0,0792, 0,0936 og 0,1188). Konsumet er målt i millioner kroner, marginalrenten før skatt er 11 prosent og σ er lik 0,7125. Figuren gjenspeiler at fordelingen er avhengig av forholdet mellom marginalrenten etter skatt og tidspreferanseraten; Dersom marginalrenten etter skatt er lik tidspreferanseraten, er konsumet konstant over livet (den horisontale stiplete linjen med $\rho = 0{,}0792$) uansett størrelsen på σ. Dersom marginalrenten etter skatt er større enn tidspreferanseraten, er konsumet stigende over livsløpet, mens dersom marginalrenten etter skatt er mindre enn tidspreferanseraten, er konsumet fallende.

Av figuren framgår det også at nyttefunksjonen (29) kan fange opp fordelinger av konsumet over livsløpet som er følsomme for forholdet mellom marginalrenten etter skatt og tidspreferanseraten.

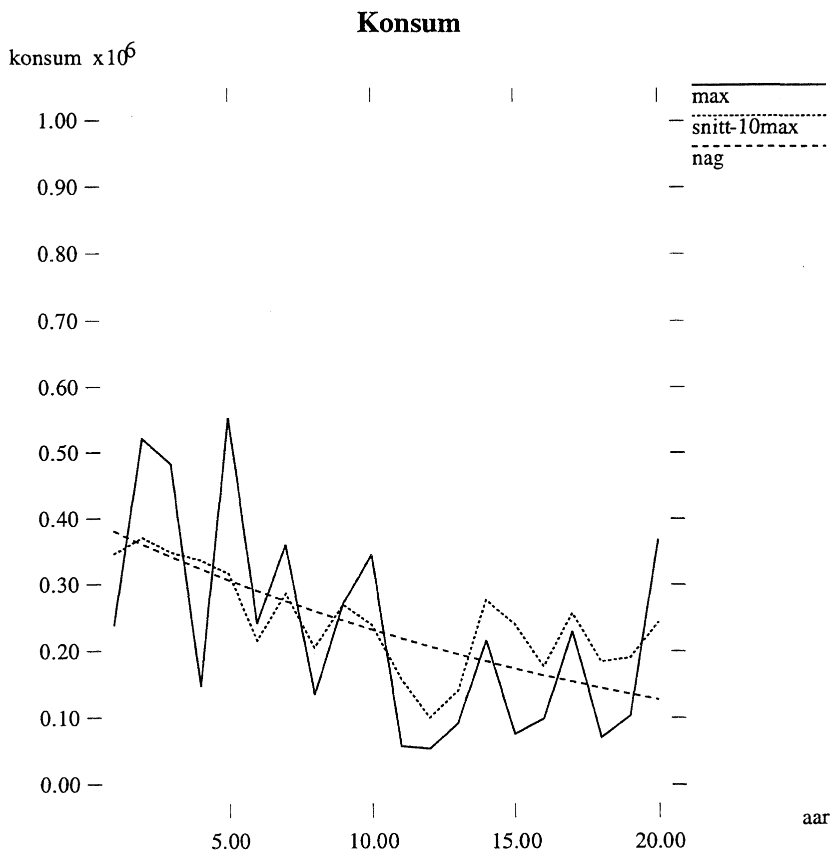
Figur 2. Fordelingen av konsumet over livet for ulike verdier av σ. Rente før skatt lik 9 prosent, tidspreferanseraten ρ lik 0,0792 og $z_0 = 50\,000$.



Figur 2 viser fordelingen av konsumet over planleggingsperioden på 20 år for ulike verdier på σ, når marginalrenten før skatt er 9 prosent og tidspreferanseraten er lik 0,0792. Den heltrukne linjen viser forelingen av konsumet i tilfellet at σ er lik -0,95, mens de stiplete linjene viser fordelingene i tilfellene at σ er henholdsvis 0,2375, 0,475, 0,7125 og 0,95. For at grensenytten av konsum skal være avtakende i konsumet må σ være mindre enn 1, og av figuren ser vi at konsumet faller bratt når σ er i nærheten av 1. At konsumet er fallende skyldes at marginalrenten etter skatt (=0,0648) er mindre enn tidspreferanseraten, og dersom marginalrenten etter skatt var større enn tidspreferanseraten, ville konsumet fått en tilsvarende sterk vekst. Dette betyr at dersom marginalrenten etter skatt fluktuerer rundt tidspreferanseraten, kan selv små endringer i rentenivået gi store utslag på vekstraten for konsumet. En slik atferd ser ikke ut til å være konsistent med empiri fra nasjonalregnskap og mikrodata, og det er dermed rimelig å konkludere at σ må være betydelig under 1. Det er dermed grunn til å sette spørsmålstegn ved Kornstads (1993b) estimat på σ lik 0,95.

Av figuren ser vi ellers at selv for σ lik 0,2375 skjer det en forholdsvis stor reduksjon i konsumet fra begynnelsen av planleggingsperioden til slutten av perioden på 20 år når marginalrenten etter skatt er omkring 1,5 prosentpoeng mindre enn tidspreferansraten.

Figur 3. Fordelingen av konsumet over livet ved tre forskjellige simuleringsprosedyrer. Rente før skatt lik 9 prosent, tidspreferanseraten $\rho = 0{,}0792$, $\sigma = 0{,}7125$ og $z_0 = 50\,000$.



Fordelingene i figurene 1 og 2 er beregnet ved hjelp av NAG-rutinen E04JAF, og denne rutinen er også brukt til å beregne konsumfordelingen gitt ved den grovstiplete linjen i figur 3. Disse fordelingene er de optimale fordelingene gitt de forutsetningene som ligger til grunn for beregningene, og kan således ses på som fasit for beregningene. I figur 3 har vi også presentert resultatene fra to alternative framgangsmåter basert på opplegget med global maksimering skissert i avsnitt 3.2. Den globale optimeringen er gjennomført ved at vi har foretatt 10 ulike simuleringseksperimenter. Ved hvert eksperiment har vi trukket stokastisk 1 million konsumbaner (A_j-vektorer). Fra hvert av disse ti eksperimentene har vi valgt ut den banen som gir størst nytte. Den heltrukne grafen i figur 3 er den banen blant disse ti beste som gir størst nytte. Den finstiplete grafen framkommer ved å ta gjennomsnittlig konsum i hvert enkelt år over de ti beste banene omtalt over. Denne banen kan assosieres med at man i et utvalg simulerer konsumet for 10 ektepar hvoretter man lager gjennomsnittlig konsum for disse ti ekteparene.

Av figuren ser vi at så lenge vi ikke lager gjennomsnitt over ulike simuleringer/ektepar, bommer vi ganske mye på fordelingen av konsumet selv når vi trekker 10 millioner baner i alt. Banen basert på gjennomsnitt over ektepar treffer bedre, men også denne gir ganske store avvik. Som følge av at antall kombinasjonsmuligheter for elementene i konsumvektoren A stiger progressivt med antall år det simuleres over, vil man gjennomgående få bedre tilnærminger til den optimale konsumbanen jo færre år det simuleres over. Per i dag har vi imidlertid lite kunnskap om hvor mange år det er rimelig å tenke seg at husholdene planlegger over, og vi konkluderer dermed med at angrepsmåten med global maksimering slik den er beskrevet foran ikke er tilfredsstillende. Siden det i mange problemstillinger kan være urimelig å anta at budsjettmengdene er konvekse, er det altså grunn til å arbeide videre både med simuleringsalgoritmene for ikke-stokastiske budsjettmengder og bestemmelsen av lengden på planleggingsperioden. Simuleringsmetoder for ikke-konvekse budsjettmengder er også relevant for statiske modeller.

5 Simulering - Ufullkommen informasjon

Dette avsnittet slakker på antakelsen om at ekteparet har perfekt sikkerhet med hensyn til framtidige priser og preferanser, og viser hvordan man kan utnytte dynamisk programmering ved simuleringene. Kornstad (1993b) tar hensyn til at ekteparet står overfor usikkerhet med hensyn til framtidige priser ved spesifikasjonen av modellen i avsnitt 2, men dynamisk programmering er ikke egnet til å løse den modellspesifikasjonen. I stedet skal vi se på en enklere spesifikasjon hvor arbeidstilbudet tas som eksogent gitt, og hvor usikkerheten er begrenset til å gjelde framtidige arbeidsinntekter etter skatt.

5.1 Modellspesifikasjoner

For å forenkle utledningen[7] av uttrykkene for fordelingen av konsumet over livet antas det at nytten av konsum i hver enkelt periode er en kvadratisk funksjon av konsumet i perioden.

[7]Det faktum at førsteordensbetingelsen for konsum kan løses eksplisitt med hensyn på konsumet er en gunstig egenskap ved den additivt separable og kvadratiske nyttefunksjonen. Dette forenkler utledningen av banen for fordelingen av konsumet over livet idet budsjett- og Euler-betingelsene for konsum blir lineære i konsumet. Ved bruk av Box-Cox spesifikasjonen blir derimot førsteordensbetingelsen lineær i *logaritmen* til konsumet, mens budsjettbetingelsen er lineær i konsumet.

Denne spesifikasjonen er mye brukt i empiriske livsløpsmodeller for konsum, kf Hall (1978), Flavin (1981), Hall og Mishkin (1982) og Campbell og Mankiw (1991), og ekteparets samlete neddiskonterte nytte av konsum over livet på tidspunkt t kan da skrives som

$$V_t = \sum_{k=t}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^{k-t}} \left[-\frac{1}{2} (\overline{z} - Z_k) \right]^2, \tag{30}$$

hvor $\overline{z}$ er den maksimale verdien på konsumet.

Arbeidsinntekten etter skatt ($\tilde{H}$) antas å være eksogent bestemt, og den eneste usikkerheten i modellen skyldes at denne inntekten er ukjent i framtiden. På tidspunkt t er med andre ord $\tilde{H}_{t+1}, \tilde{H}_{t+2}, \ldots, \tilde{H}_T$ ukjent, mens ekteparet kjenner $\tilde{H}_t$, F_{t-1}, F_T, $p_t, p_{t+1}, \ldots, p_T$, $r_t, r_{t+1}, \ldots, r_T$ og alle nåværende og framtidige skattesystemer med perfekt sikkerhet. Det antas også at vi har proporsjonal beskatning av renter, og budsjettbetingelsene kan da skrives som

$$\tilde{H}_k + R_k F_{k-1} = p_k Z_k + (F_k - F_{k-1}), \qquad k = t, t+1, \ldots, T, \tag{31}$$

hvor beskatningen av renter fanges opp av R, som er marginal- og gjennomsnittsrenten etter skatt. Siden ekteparet kjenner skattesystemet, og marginalskatten på renter er uavhengig av inntekten, er $R_t, R_{t+1}, R_{t+2}, \ldots, R_T$ kjent på tidspunkt t.

Tilpasningen i periode t antas å være bestemt ved at ekteparet maksimerer forventningsverdien av samlet neddiskontert nytte over livet (30) med hensyn på $Z_t, Z_{t+1}, \ldots, Z_T$, gitt budsjettbetingelsene (31) og initial- og sluttformuen F_{t-1} og F_T. Førsteordensbetingelsen for konsum i inneværende periode (t) er gitt ved

$$\overline{z} - Z_t = \lambda_t p_t, \tag{32}$$

mens Euler-betingelsen for pengenes grensenytte nå modifiseres til

$$\lambda_t = \frac{1 + R_{t+1}}{1+\rho} E_t \lambda_{t+1}, \tag{33}$$

siden marginalrenten etter skatt er ikke-stokastisk. Tilpasningen tilfredsstiller også budsjettbetingelsene (31).

Forventningsoperatoren E_t indikerer at ekteparet tar hensyn til all tilgjengelig informasjon på tidspunkt t ved beregningen av forventningsverdien $E_t \lambda_{t+1}$. Etter hvert som tiden går og ekteparet får ny informasjon om framtiden, lager det nye anslag på $\lambda_t = \frac{1+R_{t+1}}{1+\rho} E_t \lambda_{t+1}$, og endrer tilpasningen i konsummarkedet siden λ_t inngår i førsteordensbetingelsen for konsum. Det betyr at vi over livsløpet får et sett med førsteordensbetingelser som er lik de tilsvarende betingelsene i tilfellet med perfekt sikkerhet, med unntak av at Euler-betingelsen for pengenes grensenytte nå inneholder *forventningen* til λ_{t+1}. Euler-betingelsen for pengenes grensenytte sier nå at ekteparet skal tilpasse sparingen slik at grensenytten av penger i dag er lik forventet nytte av å spare pengene til neste periode.

Sett i forhold til tilfellet med perfekt sikkerhet får vi to nye problemer knyttet til simulering av konsum (og arbeidstilbud). Det første gjelder spesifiseringen av usikkerheten.

Som nevnt innledningsvis har vi liten erfaring med å bruke livsløpsmodellen til å simulere konsum og arbeidstilbud, og dette betyr at vi har liten erfaring med hvordan man bør spesifisere usikkerheten knyttet til framtidige priser inklusive rente- og skattesatsene, og preferansene. Prisene kan være korrelerte over tid på forskjellige måter, og det er mulig at løsningsalgoritmen i praksis avhenger av spesifikasjonene av fordelingene til prisene og preferansene.

Det andre problemet knyttet til tilfellet med usikkerhet, er at løsningsalgoritmen normalt kompliseres betydelig. Dette skyldes at vi normalt ikke klarer å regne ut $E_t\lambda_{t+1}$. Dersom vi ikke kan det, ser det ikke ut til å være mulig å utnytte Euler-betingelsen for pengenes grensenytte ved simuleringene.

5.2 Simulering basert på dynamisk programmering

Ved utledningen av førsteordensbetingelsene (32) og (33) utnytter man at ekteparets optimeringsproblem kan sees på som et dynamisk programmeringsproblem. Det er dermed naturlig å ta utgangspunkt i standard løsningsprosedyre for slike problemer ved simulering av livsløpsmodeller med usikkerhet. I grove trekk går prosedyren ut på at man starter med å maksimere forventet nytte i siste periode (periode T) med hensyn på Z_T gitt budsjettbetingelsen for denne perioden, sluttformuen F_T og initialformuen F_{T-1} i periode T. Tilpasningen er dermed en funksjon av blant annet F_{T-1} og F_T. Man nøster seg så bakover og gjennomfører tilsvarende maksimeringer for periodene $T-1, T-2, \ldots, t$. I perode t er tilpasningen en funksjon av blant annet F_{-1} og F_t, hvor F_{-1} er eksogent gitt. Til slutt velges de banene for konsum og fritid som tilfredsstiller alle budsjettbetingelsene og start- og terminalverdien på finansformuen.

Appendikset viser i detalj hvordan man kan utnytte dynamisk programmering til å finne løsningen på optimeringsproblemet. Der vises det at fordelingen av konsumet over livsløpet er gitt ved

$$\begin{aligned}
Z_{T-j} &= X_{T-j}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-j}) + a_{T-j} \\
&\times X_{T-j+1}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-j+1}) + a_{T-j+1} \\
&\times X_{T-j+2}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-j+2}) + a_{T-j+2} \\
&\vdots \\
&\times X_{T-2}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-2}) + a_{T-2} \\
&\times X_{T-1}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-1}) + a_{T-1} \\
&\times X_T\Big[E_{T-1}(\tilde{H}_T) + \sum_{k=1}^{j-1}\Big(D_{T-k+1}E_{T-k-1}(\tilde{H}_{T-k})\Big) + D_{T-j+1}\tilde{H}_{T-j} \\
&+ D_{T-j}F_{T-j-1} - F_T\Big]\Big\}\Big\}\ldots\Big\}\Big\}\Big\}, \qquad (34)
\end{aligned}$$

for $1 \leq j \leq T-t$, mens

$$Z_T = X_T\left[\tilde{H}_T + (1+R_T)F_{T-1} - F_T\right]. \tag{35}$$

Variabelen a_{T-k} kan tolkes som den tidspreferanserate-korrigerte relative prisen på konsum i periode $T-k$ diskontert opp til periode $T-k+1$ sett i forhold til prisen i periode $T-k+1$, og er definert som

$$a_{T-k} = \frac{(1+R_{T-k+1})}{(1+\rho)}\frac{p_{T-k}}{p_{T-k+1}}, \qquad k = 1,2,\ldots,T-t. \tag{36}$$

Størrelsene D_{T-k} er de inverse av diskonteringsratene etter skatt, og er definert ved

$$D_{T-k} = (1+R_T)(1+R_{T-1})(1+R_{T-2})\cdots(1+R_{T-k}), \qquad k = 0,1,\ldots,T-t, \tag{37}$$

mens X_{T-k} er en funksjon av konsumpriser, marginalrenter etter skatt og tidspreferanseraten, definert ved

$$X_{T-k} = \begin{cases} \frac{1}{p_T} & \text{for } k=0 \\ \frac{1}{1+\frac{D_{T-k+1}p_{T-k}}{(1+\rho)^k p_T}X_T X_{T-1}X_{T-2}\cdots X_{T-k+1}D_{T-k+1}p_{T-k}} & \text{for } k = 1,2,\ldots,T-t. \end{cases} \tag{38}$$

Konsumprisene, tidspreferanseraten og marginalrentene etter skatt er ikke-stokastiske og eksogent bestemte størrelser. Siden a_{T-k}, D_{T-k} og X_{T-k} utelukkende er en funksjon av disse variablene følger det at a_{T-k}, D_{T-k} og X_{T-k} kan betraktes som eksogent gitte og ikke-stokastiske ved simuleringer basert på ligning (34). Parameteren $\overline{z}$ er gitt siden dette er en parameter knyttet til preferansene. Av ligning (34) ser vi at dersom vi også kjenner

$$E_{T-1}(\tilde{H}_T) + \sum_{k=1}^{j-1}\left(D_{T-k+1}E_{T-k-1}(\tilde{H}_{T-k})\right) + D_{T-j+1}\tilde{H}_{T-j} + D_{T-j}F_{T-j-1} - F_T, \tag{39}$$

kan vi simulere konsumet i periode $T-j$ og dermed fordelingen av konsumet over hele livsløpet. Konsumet i periode T følger av ligning (35).

Leddene som inneholder $\tilde{H}$ i uttrykket (39), er samlet forventet arbeidsinntekt etter skatt fra og med periode $T-j$ og ut livsløpet diskontert opp til periode T. For å lage et anslag på den må vi spesifisere alle de betingete forventningsverdiene $E_{T-k-1}(\tilde{H}_{T-k})$ over hele det gjenværende livsløpet til hvert enkelt ektepar. I tillegg må vi trekke de realiserte verdiene på $\tilde{H}_{T-j}$ for hvert ektepar.

Variabelen $D_{T-j}F_{T-j-1}$ er verdien av finanformuen ved inngangen til periode $T-j$ diskontert opp til periode T. For å simulere ekteparenes konsum i periode $T-j$ må vi kjenne den og sluttformuen F_T, eventuelt finanssparingen $D_{T-j}F_{T-j-1} - F_T$ fra år $T-j-1$ til år T. Dersom vi ønsker å simulere fordelingen av konsumet over flere år, må vi imidlertid i praksis kjenne finansformuen både ved begynnelsen og slutten av planleggingsperioden. Det skyldes at vi ikke kan lage eksogene anslag for utviklingen i finanssparingen $D_{T-j}F_{T-j-1} - F_T$ over tid som er konsistente med optimeringsproblemet. Kjenner vi derimot formuen ved begynnelsen og slutten av planleggingsperioden, kan vi beregne utviklingen i F_{T-j-1} ved en rekursiv bruk av ligning (34) og budsjettbetingelsene innsatt de optimale verdiene på konsumet.

Gitt at vi kjenner finansformuen ved begynnelsen av planleggingsperioden og sluttformuen, og har beregnet forventningsverdiene til, og de realiserte verdiene på, alle arbeidsinntektene over resten av livsløpet, kan vi altså bruke ligningene (34) og budsjettbetingelsene innsatt optimalt konsum til å nøste opp fordelingen av konsumet over livet. Konsumet i siste periode er gitt ved ligning (35). Mens løsningsprosedyren for optimeringsproblemet innebærer at vi starter med siste periode, se appendikset, starter vi med inneværende periode (periode t) ved simuleringene.

Vi konkluderer dermed med at i det enkle tilfellet med kvadratisk nytte og hvor usikkerheten er begrenset til å gjelde framtidige arbeidsinntekter etter skatt, er det mulig å utnytte dynamisk programmering til å finne et eksplisitt uttrykk for fordelingen av konsumet over livet. Simuleringene krever anslag på samlet forventet arbeidsinntekt etter skatt fra og med inneværende periode og ut livsløpet, og finansformuen ved begynnelsen og slutten av planleggingsperioden. Sluttformuen observeres typisk ikke, og tilsvarende til simuleringene basert på Nag-rutinene og nyttefunksjonene må vi gjøre forutsetninger om den for hvert enkelt ektepar. Slik ligning (34) er utledet i appendikset krever bruken av dynamisk programmering at vi kan se bort fra mulige hjørneløsninger og andre typer skranker. Når det gjelder beskatningen av kapitalinntekter, har vi forutsatt proporsjonal beskatning, men som det er gjort rede for foran er ikke denne forenklingen så urealistisk. Av utledningen i appendikset er det imidlertid klart at det kan være komplisert å utnytte dynamisk programmering til løsning av livsløpsmodeller med andre og mer generelle spesifikasjoner av preferanser, hjørneløsninger og usikkerheten knyttet til framtidige priser og preferanser.

6 Avslutning

Livsløpsmodellen for konsum og arbeidstilbud fanger opp viktige trekk ved husholdenes tilpasning i arbeids-, konsum- og kredittmarkedene. Kornstad (1993a) viser at det er vanskelig å estimere realistiske spesifikasjoner av livsløpsmodellen for konsum og arbeidstilbud gitt det datamaterialet man har tilgjengelig i dag. Som følge av manglende paneldata må man typisk gjøre sterkt forenklende forutsetninger som ved nærmere ettertanke ofte viser seg å være urealistiske. Man forutsetter typisk at preferansene er separable mellom de ulike periodene, og mange arbeider forutsetter også intratemporal separabilitet. Inntektsskatter behandles ofte overfladisk, og man ser normalt bort fra formuesskatter og systemene for inntektsoverføringer så som arbeidsledighetstrygd, overgangsstønad for enslige forsørgere og sosialstøtte.

I inneværende studie har vi vist at selv om man skulle klare å estimere en tilfredsstillende spesifikasjon av livsløpsmodellen for konsum av varige og ikke-varige goder og fritid, er det vanskelig å bruke denne type modeller til simuleringseksperimenter under realistiske antakelser om skattesystem og informasjon om framtidige priser og preferanser. Dersom vi tillater usikkerhet med hensyn til framtidige priser og preferanser, er det et problem at vi har liten erfaring med hvordan man bør spesifisere usikkerheten. Innføringen av usikkerhet kompliserer også typisk løsningen av optimeringsproblemet, siden vi vanligvis ikke klarer å utnytte Euler-betingelsen for pengenes grensenytte. Eksemplet med kvadratisk nytte viser at dersom usikkerheten begrenses til å gjelde framtidige priser, er det i visse tilfeller mulig å bruke dynamisk programmering til å løse optimeringsproblemet. Denne metoden blir imidlertid ofte komplisert i praksis, og av utledningen i appendikset er det åpenbart at den er uegnet for mange mer generelle spesifikasjoner av preferansene og usikkerheten. Slik den er framstilt i appendikset har den også den svakhet at den ikke tillater skatte- og overføringssystemer som gir ikke-konvekse budsjettmengder, og det er også sett bort fra mulige skranker som for eksempel kredittrasjonering.

Dersom vi kan anta at husholdet har perfekt sikkerhet med hensyn til framtidige priser og preferanser, har vi sett at det finnes flere alternative simuleringsprosedyrer. Metoden basert på Euler-betingelsene for konsum og fritid krever at preferansene er separable både innen og mellom de ulike periodene, og at marginalskattene på rente og lønn er konstante. Metoden krever også at vi kan se bort fra hjørneløsninger, og at vi kjenner startverdiene på konsum og fritid.

Hvis vi i stedet kjenner finansformuen ved begynnelsen og slutten av planleggingsperioden, kan vi bruke maksimeringsprosedyrene til for eksempel NAG ved simuleringene. Disse rutinene er mer fleksible med hensyn til utformingen av skattesystemet og tillater ikke-separable preferanser både innen og mellom de ulike periodene. Hjørneløsninger er også tillatt.

Med tanke på at skatte- og overføringssystemene ofte gir ikke-konvekse budsjettmengder er kravet om konvekse budsjettmengder en mulig svakhet både ved bruken av NAG-rutinene og Euler-betingelsene for konsum og fritid. Som et forsøk på å løse dette problemet har vi sett på en prosedyre hvor man regner ut samlet nytte over livet for alle mulige kombinasjoner av konsum og fritid, hvoretter man til slutt velger de banene for konsum og fritid som gir størst nytte og som tilfredsstiller alle bibetingelsene. Denne metoden er fleksibel med hensyn til spesifikasjoner av skattesystem, skranker og preferanser, men krever store EDB-ressurser. En annen mulig svakhet er at den kan gi en forholdsvis grov tilnærming til den optimale konsumbanen, spesielt dersom man simulerer over en lang planleggingsperiode.

Vi har ellers sett at simuleringsresultatene er følsomme for valg av verdiene på parameterne i den antatte nyttefunksjonen. Det er grunn til å tro at dette er et generelt problem, og vi konkluderer at det fortsatt gjenstår en del arbeid før vi kan tilby politiske beslutningstakere et godt modellverktøy som tar hensyn til at husholdene tilpasser seg i et livsløpsperspektiv.

Appendiks

A Optimal konsumbane

Dette appendikset utleder den optimale fordelingen av konsumet over livet (ligning 34 og 35) for modellen med kvadratisk nytte presentert i avsnitt 5.

Til bruk i utledningen trenger vi et uttrykk for sammenhengen mellom konsumet i to påfølgende perioder. Av førsteordensbetingelsene for konsum (32) og Euler-betingelsen for pengenes grensenytte (33) følger det at

$$\frac{\bar{z} - Z_k}{p_k} = \frac{1 + R_{k+1}}{1 + \rho} E_k \left(\frac{\bar{z} - Z_{k+1}}{p_{k+1}} \right), \tag{40}$$

for $k = t, t+1, \ldots, T-1$. Siden $\bar{z}$ og p_{k+1} er ikke-stokastiske, kan dette uttrykket omskrives til

$$\frac{\bar{z} - Z_k}{p_k} = \frac{(1 + R_{k+1})\bar{z}}{(1 + \rho)p_{k+1}} - \frac{1 + R_{k+1}}{(1 + \rho)p_{k+1}} E_t Z_{t+1}. \tag{41}$$

Ved å isolere Z_k på venstresiden av likhetstegnet får vi

$$Z_k = \bar{z}(1 - a_k) + a_k E_k Z_{k+1}, \qquad k = t, t+1, \ldots, T-1, \tag{42}$$

hvor

$$a_k = \frac{(1 + R_{k+1})}{(1 + \rho)} \frac{p_k}{p_{k+1}} \tag{43}$$

er en eksogen og ikke-stokastisk variabel.

For å finne den eksplisitte løsningen av ekteparets optimeringsproblem tenker vi oss i første omgang at ekteparet befinner seg i siste periode. Da er F_T, F_{T-1} og $\tilde{H}_T$ kjente, og med unntak av konsumet i periode T inneholder budsjettbetingelsen for denne perioden bare kjente størrelser. Konsumet følger dermed av budsjettbetingelsen, som gir

$$Z_T = X_T \left[\tilde{H}_T + (1 + R_T)F_{T-1} - F_T \right], \tag{44}$$

der variabelen $X_T = 1/p_T$ er innført for å lette sammenligningen av uttrykkene for konsumet i ulike perioder.

For å finne det optimale konsumet i periode $T-1$ utnytter vi Euler-betingelsen (42) for konsumet for periode $T-1$, det vil si

$$Z_{T-1} = \bar{z}(1 - a_{T-1}) + a_{T-1} E_{T-1} Z_T. \tag{45}$$

På tidspunkt $T-1$ er $E_{T-1} Z_T$ ukjent, og for å løse dette problemet elimineres Z_T ved hjelp av budsjettbetingelsen for periode T. Dette gir

$$Z_{T-1} = \bar{z}(1 - a_{T-1}) + a_{T-1} E_{T-1} \left\{ X_T \left[\tilde{H}_T + (1 + R_T)F_{T-1} - F_T \right] \right\}. \tag{46}$$

Siden F_{T-1} er endogen på tidspunkt $T-1$ elimineres F_{T-1} ved hjelp av budsjettbetingelsen for periode $T-1$, og vi får

$$\begin{aligned} (47) Z_{T-1} &= \bar{z}(1 - a_{T-1}) + a_{T-1} \\ &\times X_T E_{T-1} \left\{ \tilde{H}_T + (1 + R_T) \left[\tilde{H}_{T-1} + (1 + R_{T-1})F_{T-2} - p_{T-1} Z_{T-1} \right] - F_T \right\}. \end{aligned}$$

Dette uttrykket kan omskrives til

$$
\begin{aligned}
Z_{T-1} &= \overline{z}(1-a_{T-1}) + a_{T-1} \\
&\times X_T \left[E_{T-1}(\tilde{H}_T) + (1+R_T)\tilde{H}_{T-1} + (1+R_T)(1+R_{T-1})F_{T-2} - F_T\right] \\
&- a_{T-1}X_T(1+R_T)p_{T-1}Z_{T-1}, \qquad (48)
\end{aligned}
$$

siden $\tilde{H}_{T-1}$ er kjent på tidspunkt $T-1$. Ved å isolere Z_{T-1} på venstresiden av likhetstegnet får vi følgende uttrykk for det optimale konsumet i periode $T-1$,

$$
\begin{aligned}
Z_{T-1} &= X_{T-1}\Big\{ \overline{z}(1-a_{T-1}) + a_{T-1} \\
&\times X_T \Big[E_{T-1}(\tilde{H}_T) + D_T\tilde{H}_{T-1} + D_{T-1}F_{T-2} - F_T\Big]\Big\}, \qquad (49)
\end{aligned}
$$

der X_{T-1} er definert i ligning (58) mens D_{T-k}, for $k=0,1$, er definert[8] i ligning (57).

For å finne konsumet i periode $T-2$ tar vi utgangspunkt i Euler-betingelsen (42) for konsum for periode $T-2$. Ved også å utnytte uttrykket for optimalt konsum i periode $T-1$ finner vi

$$
\begin{aligned}
Z_{T-2} &= \overline{z}(1-a_{T-2}) + a_{T-2}E_{T-2}\Big\{ X_{T-1}\Big\{ \overline{z}(1-a_{T-1}) + a_{T-1} \\
&\times X_T \Big[E_{T-1}(\tilde{H}_T) + D_T\tilde{H}_{T-1} + D_{T-1}F_{T-2} - F_T\Big] \Big\}\Big\}. \qquad (50)
\end{aligned}
$$

Siden F_{T-2} er endogen på tidspunkt $T-2$ eliminerer vi F_{T-2} ved hjelp av budsjettbetingelsen for periode $T-2$, og får

$$
\begin{aligned}
Z_{T-2} &= \overline{z}(1-a_{T-2}) + a_{T-2}E_{T-2}\Big\{ X_{T-1}\Big\{ \overline{z}(1-a_{T-1}) + a_{T-1} \\
&\times X_T \Big[E_{T-1}(\tilde{H}_T) + D_T\tilde{H}_{T-1} \\
&+ D_{T-1}\Big(\tilde{H}_{T-2} + (1+R_{T-2})F_{T-3} - p_{T-2}Z_{T-2}\Big) - F_T\Big]\Big\}\Big\}. \qquad (51)
\end{aligned}
$$

Løser vi opp parentesen knyttet til forventningsoperatoren E_{T-2}, får vi

$$
\begin{aligned}
Z_{T-2} &= \overline{z}(1-a_{T-2}) + a_{T-2}X_{T-1}\Big\{ \overline{z}(1-a_{T-1}) + a_{T-1} \\
&\times X_T \Big[E_{T-1}(\tilde{H}_T) + D_T E_{T-2}(\tilde{H}_{T-1}) + D_{T-1}\tilde{H}_{T-2} + D_{T-2}F_{T-3} - F_T\Big]\Big\} \\
&- a_{T-1}a_{T-2}X_{T-1}D_{T-1}p_{T-2}Z_{T-2}, \qquad (52)
\end{aligned}
$$

siden $\tilde{H}_{T-2}$ er kjent på tidspunkt $T-2$. Ved å isolere Z_{T-2} på venstresiden av likhetstegnet, får vi at konsumet i periode $T-2$ er gitt ved

$$
\begin{aligned}
Z_{T-2} &= X_{T-2}\Big\{\overline{z}(1-a_{T-2}) + a_{T-2}X_{T-1}\Big\{\overline{z}(1-a_{T-1}) + a_{T-1} \\
&\times X_T \Big[E_{T-1}(\tilde{H}_T) + D_T E_{T-2}(\tilde{H}_{T-1}) + D_{T-1}\tilde{H}_{T-2} \\
&+ D_{T-2}F_{T-3} - F_T\Big]\Big\}\Big\}, \qquad (53)
\end{aligned}
$$

[8] Fra et simuleringssynspunkt merker vi oss at alle X_{T-j}- og D_{T-j}-variablene er eksogent bestemte og ikke-stokastiske variable.

der X_{T-2} er definert i ligning (58).

Dersom vi gjennomfører tilsvarende regning for periodene $T-3$ og $T-4$, får vi

$$\begin{aligned}
Z_{T-3} &= X_{T-3}\Bigg\{\bar{z}(1-a_{T-3})+a_{T-3} \\
&\times X_{T-2}\Bigg\{\bar{z}(1-a_{T-2})+a_{T-2}X_{T-1}\Bigg\{\bar{z}(1-a_{T-1})+a_{T-1} \\
&\times X_T\Bigg[E_{T-1}(\tilde{H}_T)+D_TE_{T-2}(\tilde{H}_{T-1})+D_{T-1}E_{T-3}(\tilde{H}_{T-2})+D_{T-2}\tilde{H}_{T-3} \\
&+ D_{T-3}F_{T-4}-F_T\Bigg]\Bigg\}\Bigg\}\Bigg\} \qquad (54)
\end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned}
Z_{T-4} &= X_{T-4}\Bigg\{\bar{z}(1-a_{T-4})+a_{T-4}X_{T-3}\Bigg\{\bar{z}(1-a_{T-3})+a_{T-3} \\
&\times X_{T-2}\Bigg\{\bar{z}(1-a_{T-2})+a_{T-2}X_{T-1}\Bigg\{\bar{z}(1-a_{T-1})+a_{T-1} \\
&\times X_T\Bigg[E_{T-1}(\tilde{H}_T)+\sum_{k=1}^{3}\Big(D_{T-k+1}E_{T-k-1}(\tilde{H}_{T-k})\Big)+D_{T-3}\tilde{H}_{T-4} \\
&+ D_{T-4}F_{T-5}-F_T\Bigg]\Bigg\}\Bigg\}\Bigg\}\Bigg\}, \qquad (55)
\end{aligned}$$

der X_{T-3} og X_{T-4} er definert i ligning (58).

Ved å sammenligne formlene (44), (49), (53), (54) og (55) ser vi at det avtegner seg et mønster. Sammenligner vi for eksempel uttrykkene for Z_{T-2} og Z_{T-3}, ser vi at uttrykket for Z_{T-3} inneholder leddet $X_{T-3}\{\bar{z}(1-a_{T-3})+a_{T-3}$ som skal "henges på" foran (i den forstand at a_{T-3} skal multipliseres med X_{T-2}) en modifisert versjon av uttrykket for Z_{T-2}. Modifikasjonen skyldes at vi nå har gått en periode bakover i tid (til periode $T-3$) og dermed endres blant annet uttrykket for forventet arbeidsinntekt fra og med inneværende periode og ut livsløpet. I periode $T-2$ er denne arbeidsinntekten gitt ved

$$E_{T-1}(\tilde{H}_T)+D_TE_{T-2}(\tilde{H}_{T-1})+D_{T-1}\tilde{H}_{T-2}$$

mens den er

$$E_{T-1}(\tilde{H}_T)+D_TE_{T-2}(\tilde{H}_{T-1})+D_{T-1}E_{T-3}(\tilde{H}_{T-2})+D_{T-2}\tilde{H}_{T-3}$$

i periode $T-3$.

I periode $T-3$ er $\tilde{H}_{T-2}$ ukjent, og $E_{T-3}(\tilde{H}_{T-2})$ inngår dermed i uttrykket for Z_{T-3}, mens $\tilde{H}_{T-2}$ er kjent på tidspunkt $T-2$. I periode $T-3$ skal også arbeidsinntekten $\tilde{H}_{T-3}$ i periode $T-3$ inngå i uttrykket for nåværende og framtidig arbeidsinntekt, og denne arbeidsinntekten inngår dermed i uttrykket for Z_{T-3}, men ikke i Z_{T-2}.

Modifikasjonen som skyldes at vi har gått en periode bakover i tid, innebærer også at uttrykket for finansformuen ved utgangen av forrige periode oppdiskontert til periode T endres. I periode $T-2$ skal formuen oppdiskonteres over 2 år med faktoren D_{T-2} og formuen har da verdien $D_{T-2}F_{T-3}$, mens i perioden $T-3$ skal formuen oppdiskonteres over 3 år med faktoren D_{T-3} og formuen har da verdien $D_{T-3}F_{T-4}$.

Med unntak av disse to modifikasjonene og leddet $X_{T-3}\{\bar{z}(1-a_{T-3})+a_{T-3}$ er uttrykkene for Z_{T-2} og Z_{T-3} like. Sammenligner vi for eksempel uttrykkene for Z_{T-3} og Z_{T-4}, finner vi samme mønster. Ved hjelp av induksjon kan det vises at det optimale konsumet i periode $T-j$, for $1 \le j \le T-t$, er gitt ved

$$
\begin{aligned}
Z_{T-j} &= X_{T-j}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-j})+a_{T-j} \\
&\times X_{T-j+1}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-j+1})+a_{T-j+1} \\
&\times X_{T-j+2}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-j+2})+a_{T-j+2} \\
&\vdots \\
&\times X_{T-2}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-2})+a_{T-2} \\
&\times X_{T-1}\Big\{\bar{z}(1-a_{T-1})+a_{T-1} \\
&\times X_T\Big[E_{T-1}(\tilde{H}_T)+\sum_{k=1}^{j-1}\Big(D_{T-k+1}E_{T-k-1}(\tilde{H}_{T-k})\Big)+D_{T-j+1}\tilde{H}_{T-j} \\
&+ D_{T-j}F_{T-j-1}-F_T\Big]\Big\}\Big\}\ldots\Big\}\Big\}\Big\}, \qquad (56)
\end{aligned}
$$

hvor a_{T-k} er definert i ligning (43),

$$D_{T-k}=(1+R_T)(1+R_{T-1})(1+R_{T-2})\cdots(1+R_{T-k}), \qquad k=0,1,\ldots,T-t \qquad (57)$$

og

$$X_{T-k}=\begin{cases}\frac{1}{p_T} & \text{for } k=0\\ \frac{1}{1+\frac{D_{T-k+1}p_{T-k}}{(1+\rho)^k p_T}X_TX_{T-1}X_{T-2}\cdots X_{T-k+1}D_{T-k+1}p_{T-k}} & \text{for } k=1,2,\ldots,T-t.\end{cases} \qquad (58)$$

Referanser

Alessie, R. og A. Kapteyn (1991): Habit Formation, Interdependent Preferences and Demographic Effects in the Almost Ideal Demand System, *The Economic Journal* **101**, 404-419.

Altonji, J.G. (1986): Intertemporal Substitution in Labour Supply: Evidence from Micro Data, *Journal of Political Economy* **94**, 176-215.

Blomquist, N.S. (1993): Interdependent Behaviour and the Effect of Taxes, *Journal of Public Economics* **51**, 211-218.

Blundell, R. og I. Walker (1986): A Life-Cycle Consistent Empirical Model of Family Labour Supply Using Cross-Section Data, *Review of Economic Studies* **53**, 539-558.

Blundell, R. (1987): Econometric Approaches to the Specification of Life-Cycle Labour Supply and Commodity Demand Behaviour, *Econometric Reviews* **5**, 1, 103-165.

Blundell, R.W., C. Meghir og P. Neves (1993): Labour Supply and Intertemporal Substitution, *Journal of Econometrics* **59**.

Blundell, R., M. Browning og C. Meghir (1994): Consumer Demand and the Life-Cycle Allocation of Household Expenditures, *Review of Economic Studies* **61**, 57-80.

Bover, O. (1989): Estimating Intertemporal Labour Supply Elasticities Using Structural Model, *The Economic Journal* **99**, 398, 1026-1039.

Bover, O. (1991): Relaxing Intertemporal Separability: A Rational Habits Mode of Labor Supply Estimated from Panel Data, *Journal of Labor Economics* **9**, 1, 85-100.

Browning, M.J., A.S. Deaton og M. Irish (1985): A Profitable Approach to Labor Supply and Commodity Demands over the Life-Cycle, *Econometrica* **53**, 503-544.

Campbell, J.Y. og N.G. Mankiw (1991): The Response of Consumption to Income. A Cross-Country Investigation, *European Economic Review* **35**, 723-756.

Finans- og tolldepartementet (1991-1994): *Nasjonalbudsjettet*, St. meld. nr. 1 (1991-92) - (1993-94).

Flavin, M.A. (1981): The Adjustment of Consumption to Changing Expectations about Future Income, *Journal of Political Economy* **89**, 5, 974-1009.

Hall, R.E. (1978): Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence, *Journal of Political Economy* **86**, 6, 971-988.

Hall, R.E. og F.S. Mishkin (1982): The Sensitivity of Consumption to Transitory Income: Estimates from Panel Data on Households, *Econometrica* **50**, 2, 461-481.

Heckman, J.J. (1979): Sample Selection Bias as a Specification Error, *Econometrica* **47**, 153-161.

Heckman, J.J. og T.E. MaCurdy (1980): A Life Cycle Model of Female Labour Supply, *Review of Economic Studies* **47**, 47-74.

Hotz, V.J., F.E. Kydland og G.L. Sedlacek (1988): Intertemporal Preferences and Labor Supply, *Econometrica* **56**, 2, 335-360.

Kornstad, T. (1993a): Empirical Approaches for Analysing Consumption and Labour Supply in a Life Cycle Perspective, Discussion Papers 95, Statistisk sentralbyrå.

Kornstad, T. (1993b): An Empirical Life Cycle Model of Savings, Labour Supply and Consumption without Intertemporal Separability, Discussion Papers 96, Statistisk sentralbyrå.

Kornstad, T. og R.H.P. Wikestad (1995): "Simulering av strukturelle livsløpsmodeller for konsum" i *Skatteforum 1995. Nasjonalt forskermøte i skatteøkonomi,* Rapport nr. 42, Forskning om skatteøkonomi, 189-211, Oslo: Norges Forskningsråd.

MaCurdy, T.E. (1981): An Empirical Model of Labor Supply in a Life-Cycle Setting, *Journal of Political Economy* **89**, 6, 1059-1084.

MaCurdy, T.E. (1983): A Simple Scheme for Estimating an Intertemporal Model Labor Supply and Consumption in the Presence of Taxes and Uncertainty, *International Economic Review* **24**, 2, 265-289.

Muellbauer, J. (1986): Habits, Rationality and Myopia in the Life-Cycle Consumption Function, Discussion Paper 112, Centre for Economic Policy Research, London.

Statistisk sentralbyrå (1994): *Skatter og overføringer til private*, Rapporter 94/21.

Utkommet i serien Notater fra Forskningsavdelingen

94/11 *E. Holmøy og B. Strøm (1994):* Virkningsberegninger på MGS-5, 1991-versjonen.

94/12 *K.Ø. Sørensen (1994):* En databank med fylkesfordelte nasjonalregnskapstall.

94/13 *B. Holtsmark (1994):* Tjenesteytende virksomhet i Norge. Revidert versjon, august 1994.

94/15 *T. Eika, S.I. Hove og L. Haakonsen (1994):* KVARTS i praksis. Macro-systemer og rutiner.

94/17 *E. Bowitz og I. Holm (1995):* Nye relasjoner i MODAG, januar 1994. Teknisk dokumentasjon.

94/18 *Y. Vogt (1995):* Innføring i FAME.

94/22 *M.W. Arneberg (1995):* LOTTE-TRYGD. Teknisk dokumentasjon.

95/5 *D. Fredriksen (1995):* MOSART Teknisk dokumentasjon.

95/7 *K. Olsen (1995):* Nytte- og kostnadsvirkninger av en norsk oppfyllelse av nasjonale utslippsmålsettinger.

95/15 *T. Karlsen (1995):* Opptimal karbonbeskatning og virkningen på norsk petroleumsformue.

95/17 *Å. Cappelen, T. Skjerpen og J. Aasness (1995):* Konsumetterspørsel, tjenesteproduksjon og sysselsetting. En mikro til makroanalyse.

95/24 *H.T. Mysen (1995):* Nordisk energimarkedsmodell. Dokumentasjon av delmodell for energietterspørsel i industrien.

95/26 *I. Aslaksen, T. Fagerli og H.A. Gravningsmyhr (1995)*: Produksjon og konsum i husholdningene.

95/29 *B.E. Naug (1995):* Eksport- og importlikninger i KVARTS.

95/31 *B.E. Naug (1995):* Etterspørsel etter arbeidskraft — en litteraturoversikt.

95/35 *T.J. Klette (1995):* Vekst og produktivitet i norsk industri. Hovedrapport fra et NFR-prosjekt.

95/40 *L. Lerskau (1995):* Oversikt over konjunkturindikatorer i databasen NORMAP og FAME.

95/46 *B.E. Naug (1995):* Estimering av eksportrelasjoner på disaggregerte kvartalsdata.

95/47 *K. Moum (1995):* Beregning av bruttoproduksjon og eierinntekt i boligsektoren i nasjonalregnskapet - noen metodiske synspunkter.

95/52 *T. Kornstad (1995):* Simulering av konsum og arbeidstilbud i et livsløpsperspektiv.

Statistisk sentralbyrå

Oslo
Postboks 8131 Dep.
0033 Oslo

Telefon: 22 86 45 00
Telefaks: 22 86 49 73

Kongsvinger
Postboks 1260
2201 Kongsvinger

Telefon: 62 88 50 00
Telefaks. 62 88 50 30

ISSN 0806-3745

Statistisk sentralbyrå
Statistics Norway