RAPPORTER 80/21

OPTIMAL KAPASITET OG FASTKRAFTPOTENSIAL I ET VANNKRAFTSYSTEM

AV
OLAV BJERKHOLT OG ØYSTEIN OLSEN

STATISTISK SENTRALBYRÅ
OSLO

RAPPORTER FRA STATISTISK SENTRALBYRÅ 80/21

OPTIMAL KAPASITET OG FASTKRAFTPOTENSIAL I ET VANNKRAFTSYSTEM

AV

OLAV BJERKHOLT OG ØYSTEIN OLSEN

OSLO 1980

ISBN 82-537-1154-9

ISSN 0332-8422

FORORD

Statistisk Sentralbyrå har i de seinere år arbeidet i betydelig omfang med analyse og forskning omkring energispørsmål. Denne rapporten er del av et forskningsprosjekt som hovedsakelig er finansiert av Norges Almenvitenskapelige Forskningsråd og Olje- og energidepartementet. Rapporten drøfter på teoretisk grunnlag en del sentrale problemstillinger i tilknytning til utbygging og kapasitetsutnytting av vannkraftproduksjonen.

Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 20. juni 1980

Petter Jakob Bjerve

INNHOLD

1. INNLEDNING

I et kraftforsyningssystem som domineres av en eller annen form for varmekraftproduksjon, er planleggingsproblemet i hovedsak å tilpasse effektinstallasjonen i kraftstasjonene til en etterspørsel som viser betydelige variasjoner over døgnet og over året. Etterspørselen kan deretter til enhver tid dekkes ved innsats av en tilstrekkelig mengde brensel.

Ved planleggingen av drift og utbygging av et elektrisitetsforsyningssystem basert helt ut på vannkraft, støter en derimot på en rekke problemer som er spesielle for denne formen for elektrisitetsproduksjon.

i) I og med at naturbestemte forhold, som nedbør etc. i noen grad er avgjørende for hvor mye kraft et vannkraftsystem kan levere, må usikkerhet og holdningen til usikkerhet få en mye større plass i planleggingsprosessen enn i et system basert på varmekraft. I Norge har dette forholdet fått følger både for omsetningsform, ved at det opereres med forskjellige kraftbegreper med ulik grad av leveringssikkerhet, og for dimensjoneringen av system ved at en ved fastlegging av produksjonskapasiteten også har tatt sikte på å sikre seg mot spesielt nedbørsfattige år.

ii) I utgangspunktet kan energitilbudet i et vannkraftsystem sies å være bestemt av vanntilsiget i systemet. Dette tilsiget varierer ikke i takt med etterspørselen etter effekt gjennom året, dessuten kan det være betydelige år-til-år-variasjoner i nedbørsforholdene. Usikkerheten på tilgangssiden i et vannkraftsystem kan reduseres ved å bygge magasiner av en viss størrelsesorden.

iii) Variasjoner i nedbørsforhold (både over året og fra år til år) skaper et særlig behov for å analysere hele kraftforsyningssystemet under ett. De aller fleste kraftverk i Norge er forbundet med et hovednett i et samkjørt system. En rasjonell drift av det samlede produksjonssystem tilsier derfor at de kraftstasjoner hvor vann ellers vil renne over eller forbi magasinene, kjøres for fullt. Denne avhengigheten mellom de ulike produksjonsenhetene har også konsekvenser for hvor stor kapasitet det er optimalt å bygge ut og for hvordan et prosjekt bør utformes, for eksempel med hensyn til forholdet mellom magasin- og effektkapasitet.

Formålet med denne rapporten er å foreta en prinsipiell drøfting av enkelte sider av de sentrale planleggingsproblemer som er knyttet til vannkraftproduksjonen. I avsnitt 2 skal vi forholdsvis kortfattet stille opp en dynamisk ikke-stokastisk modell for analyse av optimal investeringstakt i kraftforsyningen, og herunder redegjøre for innholdet i langtidsgrensekostnadskriteriet, et begrep som har stått sentralt i energidebatten i de seinere år. Dette avsnittet kan betraktes som et utgangspunkt for de resterende avsnitt i denne rapporten, som vil konsentrere seg om å analysere hvordan de beslutninger som må fattes i forbindelse med drift og utbygging av at vannkraftsystemet kan tenkes å bli påvirket av den usikkerhet som eksisterer fra naturens side i tilgangen på vann. Det skulle være kjent fra den seinere tids debatt om elektrisitetsprognoser og kraftutbygging at myndighetene til prognosene for etterspørselen etter såkalt fastkraft, plusser på et betydelig antall kWh. Disse tilleggene blir for en del begrunnet med usikkerheten i nedbørs- og tilsigsforhold. En vesentlig del av denne rapporten vil bli viet en drøfting og klargjøring av det teoretiske grunnlaget for en slik strategi. Innenfor en modell som tar eksplisitt hensyn til usikkerheten i vanntilsiget, vil samtidig fastkraftbegrepet bli drøftet og presisert.

Drøftingen av tilpasningen til usikkerhet vil bli foretatt ved bruk av forholdsvis enkle statiske modeller, som naturlig nok vil måtte baseres på en rekke forenklende forutsetninger. Men ved drøftingen av de ulike problemstillinger skal vi samtidig forsøke å trekke paralleller til den faktiske organiseringen av kraftmarkedet i Norge. De konklusjoner som i det følgende framkommer ut fra teoretiske og stiliserte modeller kan neppe umiddelbart gi hjelp til eller konkrete råd om hvordan organiseringen av kraftmarkedet faktisk bør foregå. Men enkelte av resultatene kan forhåpentligvis brukes som et utgangspunkt for videre, mer empirisk orienterte framstøt på dette området.

2. OPTIMAL UTBYGGINGSTAKT AV VANNKRAFTSYSTEMET. LANGTIDSGRENSEKOSTNADSKRITERIET

Planleggingen av et kraftforsyningssystem består av to hovedproblemer (som bl.a. omfatter de delproblemer som er nevnt innledningsvis):

I. Et dimensjoneringsproblem: Hvor mye kapasitet til å levere effekt og energi skal en ta sikte på å bygge ut i årene som kommer?

II. Et kapasitetsutnyttingsproblem: Hvordan skal en utnytte de eksisterende vannmagasiner, vannveier, maskininstallasjoner i kraftverkene og overføringsnettet slik at det ikke skjer noen form for overbelastning?[1)]

Hovedelementet i en optimal utnytting av eksisterende kapasiteter er å opprette en prisstruktur slik at kraftmarkedet blir klarert på ethvert tidspunkt. Ved samkjøring søker Norges vassdrags- og elektrisitetsvesen (NVE) i tillegg å fordele belastningen på de ulike kraftverk slik at minst mulig vann går til spille i systemet som helhet. Det kan vises (jfr. Strøm (1979)) at de optimale prisene bør bestå av både et energiledd og et effektledd som må variere over året på en slik måte at de gitte kapasiteter for systemet under ett blir akkurat utnyttet.

Lønnsomhetskalkyler av investeringsbeslutninger foretas ofte ved hjelp av nåverdiberegninger. En velferdsteoretisk begrunnelse for bruk av nåverdikriteriet er gitt i Johansen (1967). Med utgangspunkt i en viss klasse av preferansefunksjoner vises det der at en vurdering av om en bestemt utviklingsbane for økonomien er optimal kan foretas ved å plukke ut et vilkårlig "marginalt" prosjekt fra denne utbyggingsplanen og beregne <u>nåverdien</u> av denne investeringsendringen. Det utvalgte prosjektet kan sies å tilhøre den optimale investeringsbanen hvis nåverdien er større enn null.

Det sentrale elementet i nåverdiberegninger er sammenlikninger av framtidige inntekter og utgifter knyttet til et investeringsprosjekt. Disse inntekts- og utgiftsstrømmene vil vanligvis variere over tid; en dynamisk investeringsanalyse omfatter derfor ikke bare en beslutning <u>om</u> et fysisk avgrenset prosjekt skal gjennomføres eller ikke, vel så viktig er spørsmålet om <u>igangsettingstidspunktet</u> for en slik investering. Det er i første rekke denne problemstillingen som er relevant ved drøfting av optimal investeringstakt i elektrisitetssektoren. På grunn av at energiprisene trolig vil være relativt stigende i årene framover, vil mange vassdrag som i dag ikke er bygd ut før eller siden kunne bli økonomisk sett lønnsomme investeringsprosjekter. Men denne slutningen kan naturligvis ikke uten videre brukes som et argument for at "vi like godt kan bygge ut i dag"; hensynet til samfunnsøkonomisk lønnsomhet vil kunne innebære at investeringen bør utsettes et visst antall år. Naturverninteresser vil selvsagt kunne tilsi at vassdrag bør gis varig vern.

Konklusjoner og konsekvenser av å bruke nåverdikriteriet ved vurdering av investeringer i kraftforsyning er grundig behandlet i Rødseth (1975), og en prinsipiell drøfting av fastlegging av optimalt investeringstidspunkt er foretatt av Marglin (1963). I det følgende skal vi stort sett benytte oss av sistnevntes modellopplegg, som gir resultater som er forholdsvis greie å tolke. Som nevnt innledningsvis vil vi i dette avsnittet se bort fra eksistensen av usikkerhet både på etterspørsels- og tilgangssiden, mens stokastiske tilbudsforhold nettopp er det sentrale temaet som skal drøftes i de seinere avsnitt.

Problemstillingen er altså å etablere et kriterium for optimalt igangsettingstidspunkt for et investeringsprosjekt som er "marginalt", dvs. så lite at de priser som benyttes i kalkylen er upåvirket av om og eventuelt når prosjektet gjennomføres. Beslutningen om igangsetting skal fattes på grunnlag av nåverdien av prosjektet. Nåverdien vurdert på tidspunkt null av prosjektet iverksatt på tidspunkt t, N(t), er gitt ved

$$(2.1) \quad N(t) = \int_t^\infty p(s)\ X(s-t)e^{-rs}ds - Ce^{-rt}$$

---

1) I tillegg må en til enhver tid vurdere i hvilken rekkefølge kraftprosjektene bør bygges ut og hvorvidt en eller annen form for varmekraft skal supplere produksjonssystemet.

- $p(s)$ er tidsfunksjonen for kraftprisen, som forutsettes å være monotont ikke-avtakende, dvs. at $p'(s) \geqq 0$
- $X(s-t)$ er intensiteten i kraftproduksjonen spesifisert som en funksjon av prosjektets alder hvor $X(s-t)$ rimeligvis er lik null for $s-t < 0$. Spesielt vil $X(s-t)$ kunne være konstant for $s-t \geqq 0$.
- C er anleggskostnaden for prosjektet og forutsettes å være uavhengig av investeringstidspunktet. Både i dette og i etterfølgende avsnitt vil vi se bort fra kostnader til drift og vedlikehold av kraftprosjekter.
- r er kalkulasjonsrenten, som forutsettes å være konstant over tid.

Den aktuelle problemstillingen kan nå presiseres til et spørsmål om å bestemme t slik at $N(t)$ gitt ved (2.1) blir maksimal.

Den deriverte av $N(t)$ m.h.p. tiden, marginal endring i nåverdien som følge av å utsette prosjektet, finnes ved

$$N'(t) = -p(t)\, X(o)e^{-rt} - \int_t^{\infty} p(s)\, X'(s-t)e^{-rs}ds + rCe^{-rt}$$

som etter noe regning kan omformes til

$$(2.2) \qquad N'(t) = \int_t^{\infty} [p'(s) - rp(s)]e^{-rs}\, X(s-t)ds + rCe^{-rt}$$

Det andre leddet på høyre side i (2.2) kan tolkes som besparelser i rentekostnader som følge av en marginal utsettelse av prosjektet i form av frigjort realkapital som kan settes inn i annen virksomhet. For å lette tolkningen av det første leddet kan en legge merke til at

$$(2.3) \qquad [p'(s) - rp(s)]\, e^{-rs} = \frac{d[p(s)e^{-rs}]}{ds},$$

Marginalt neddiskontert inntektstap ved å utsette prosjektet finnes altså som integralet over prosjektets levetid av produktet mellom endringen i den neddiskonterte prisen på hvert enkelt tidspunkt og produksjonsintensiteten på samme tidspunkt.

Førsteordensbetingelsen for maksimal nåverdi finnes ved å sette $N'(t) = 0$, som gir

$$(2.4) \qquad -\int_t^{\infty} [p'(s) - rp(s)]e^{-rs}\, X(s-t)ds = rCe^{-rt}$$

Forutsatt at annenordensbetingelsen er oppfylt[1] er altså optimalt investeringstidspunkt bestemt ved at marginalt inntektstap ved å utsette prosjektet er lik besparelsen i rentekostnader.

Før vi går videre med tolkningen av optimalbetingelsen (2.4) er det verdt å legge merke til at den optimalitetstankegang som er anvendt ovenfor innebærer en mulighet for at igangsettingstidspunktet for et prosjekt med positiv nåverdi forskyves utover i det uendelige. Det framgår av (2.2) at hvis stigningstakten for kraftprisen er større enn kalkulasjonsrenten, vil endringen i neddiskontert inntekt som følge av en utsettelse av prosjektet være positiv. $N'(t)$ blir dermed også positiv. Hvis dette er tilfelle for alle t, ledes vi fram til det paradoksale resultat at samfunnet aldri vil "ha råd til" å gjennomføre investeringen fordi lønnsomheten øker så sterkt over tid! I praksis er det lite realistisk å anta at for eksempel energiprisene i all framtid vil stige sterkere (i forhold til andre priser) enn kalkulasjonsrenten, men en kraftig stigningstakt i kraftprisen over et visst tidsintervall vil kunne medføre at det er samfunnsøkonomisk lønnsomt å bremse investeringene i en mer begrenset periode.

1) Det kan vises at annenordensbetingelsen $N''(t) < 0$ er oppfylt hvis og bare hvis $d[p'(s)e^{-rs}]/ds < 0$; dvs. at endringstakten for prisstigningen er lavere enn kalkulasjonsrenten.

Av optimumsbetingelsen (2.4) ser vi at i det generelle tilfellet vil hele tidsforløpet til kraftprisen og kraftproduksjonen være av betydning for det optimale investeringstidspunkt. For å komme fram til en enklere tolkning av tilpasningsbetingelsen skal vi se nærmere på tilfellet hvor produksjonsintensiteten, $X(s-t)$, er konstant over prosjektets levetid $(s-t \geqq 0)$, en ikke urimelig antakelse når det gjelder vannkraftprosjekter. Marginal nåverdiendring finnes nå som

$$(2.5) \quad N'(t) = -p(t)e^{-rt}\bar{X} + rCe^{-rt},$$

som gir følgende betingelse for optimalt investeringstidspunkt:

$$(2.6) \quad p(t)\bar{X} = rC.$$

Denne betingelsen uttrykker at det optimale igangsettingstidspunktet for prosjektet er karakterisert ved at inntekten fra kraftproduksjonen det året er akkurat lik rentekostnadene. Renteutgiftene kan betraktes som en årskostnad. Ved å dividere gjennom (2.6) med $\bar{X}$ fås

$$(2.7) \quad p(t) = \frac{rC}{\bar{X}}$$

som uttrykker at på investeringstidspunktet skal kraftprisen være lik årlig gjennomsnittskostnad i det marginale kraftverket. Den sistnevnte størrelsen tas gjerne som en tilnærmelse til langtidsgrensekostnad i elektrisitetssektoren, og det resultatet som er uttrykt ved relasjon (2.7) betegnes ofte som <u>langtidsgrensekostnadskriteriet</u>: investeringene foregår i et for høyt, passe stort eller for lavt tempo, alt ettersom kraftprisen (i gjennomsnitt) er mindre, lik eller større enn langtidsgrensekostnaden.

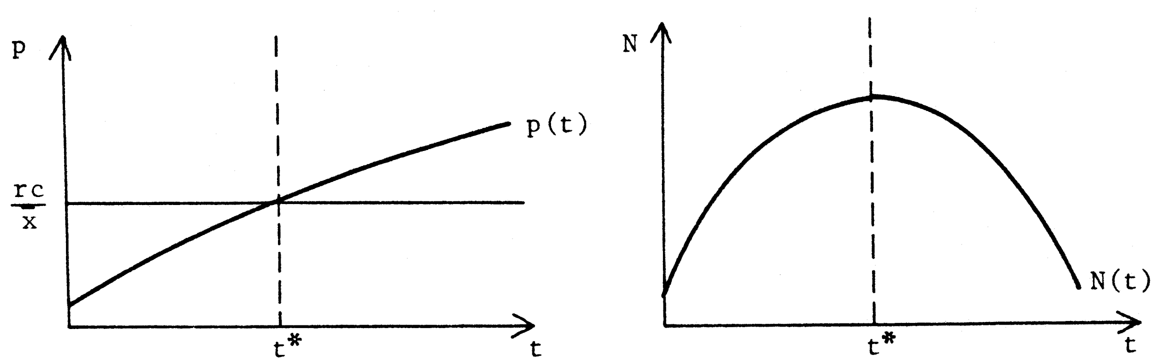
Annenordensbetingelsen er i dette tilfellet gitt ved

$$(2.8) \quad N''(t) = -rN'(t) - p'(t)e^{-rt} < 0$$

som er oppfylt i optimumspunktet, (hvor $N'(t) = 0$) hvis og bare hvis $p'(t) > 0$.

Som vanlig i optimumsproblemer av denne typen er det alltid en fare for at tilpassingsbetingelsen leder fram til et lokalt maksimumspunkt. Av relasjon (2.6) ses imidlertid at hvis prisbanen er monotont stigende, dvs. at $p'(t) > 0$ for alle t, er løsningspunktet entydig, og av annenordensbetingelsen følger at vi har kommet fram til det investeringstidspunktet som maksimerer nåverdien. Tilpassingen er antydet grafisk i figur 2.1.

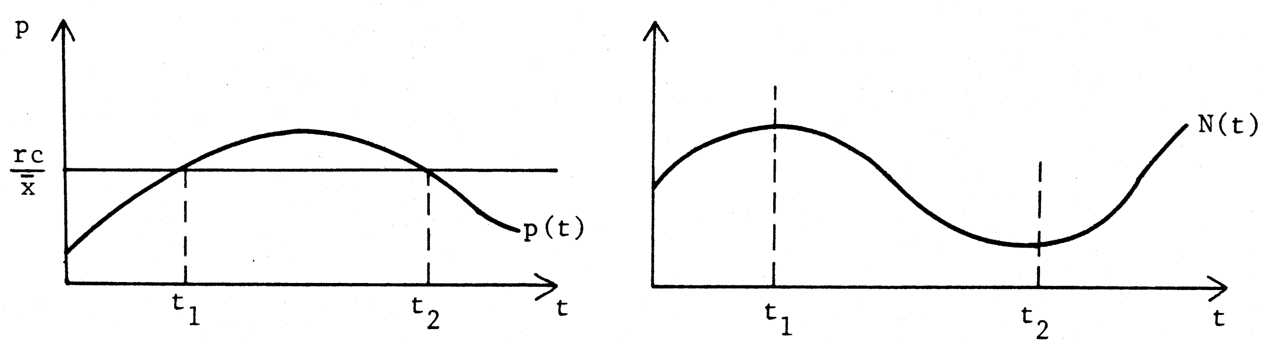
Figur 2.1



Vi antar at prisen på tidspunkt null er lavere enn grensekostnaden. Av (2.5) ses da at $N'(t)$ er positiv, dvs. at nåverdien kan økes ved å utsette prosjektet noe. Av (2.8) følger videre at marginal nåverdiøking er avtakende, slik at løsningen konvergerer mot optimumspunktet t^{*} hvor (2.6) er oppfylt. Det går her klart fram at en investeringsbeslutning som bare bygger på kriteriet at nåverdien skal være positiv kan føre galt av sted. Slik figuren er tegnet gjelder dette bl.a. for år null, men hvis prosjektet var igangsatt på dette tidspunkt, ville det ha gått med underskott et visst antall år. Nåverdien kan derfor økes ved å utsette prosjektet og blir maksimal på tidspunkt t^{*}. Beslutningen om igangsetting bør følgelig i dette tilfellet fattes på grunnlag av det tilsynelatende kortsiktige kriteriet om at inntekten fra kraftproduksjonen det første driftsåret skal være lik rentekostnadene.

Forutsetningen om monotont stigende pris på elektrisitet er helt avgjørende for de konklusjoner som her er gjort. Hvis kraftprisen er fallende over et visst tidsintervall, kan vi ikke være sikre på at nåverdien av prosjektet har et absolutt maksimum i det punktet som blir bestemt ved (2.6). I figur 2.2 har vi tegnet inn en alternativ prisbane med den tilhørende utvikling i nåverdien av prosjektet.

Figur 2.2



Vi antar at forløpet til $p(t)$ i en omegn rundt t_1 i figur 2.2, er slik at dette er et lokalt maksimumspunkt for nåverdien. Ved en ytterligere utsettelse av investeringen vil $N(t)$ være fallende, men i dette tilfellet bare over et visst tidsintervall. Fordi kraftprisen etter hvert tar til å gå ned vil $N(t)$-kurven etter et visst tidspunkt bli konveks ($N''(t) > 0$), og nå et punkt t_2 hvor (2.6) igjen er oppfylt. Dette er et lokalt minimumspunkt for nåverdien av prosjektet. Det framgår av dette resonnementet at hvis kraftprisen er fallende over et visst tidsrom slik at prisbanen skjærer linjen for rentekostnadene, vil en ikke være sikret at et punkt som t_1, er et globalt maksimumspunkt for nåverdien. Beslutningen om optimalt igangsettingstidspunkt for prosjektet kan da ikke fattes på grunnlag av marginale avveininger; en må i stedet vende tilbake til å vurdere selve nåverdiuttrykket i de ulike tilfelle.

I drøftingen har vi til nå antatt at det aktuelle prosjektet har uendelig lang levetid. Videre kan forutsetningen om konstant produksjon tolkes som at det heller ikke er utsatt for noen fysisk slitasje. Disse antakelsene er imidlertid ikke essensielle for argumentasjonen ovenfor, men med en spesifisert endelig levetid for prosjektet må det skilles mellom to ulike problemstillinger. For det første kan en ta utgangspunkt i det intuitivt rimelige resonnement om at hvis prisbanen er stigende og hvis det er lønnsomt å foreta investeringen på et tidspunkt t, vil det også være lønnsomt å erstatte prosjektet etter endt levetid. Problemet er i så fall å fastlegge det tidspunkt hvor en første gang bør iverksette en uendelig rekke av like prosjekter. Hvis T betegner prosjektets levetid, betyr dette at en skal maksimere

$$(2.9)\quad N(t) = \int_t^{\infty} p(s)\bar{X}e^{-rs}ds - \sum_{i=0}^{\infty} Ce^{-r(t+iT)} .$$

Ved å benytte formelen for en uendelig geometrisk rekke kan dette uttrykket omformes til

$$(2.10)\quad N(t) = \int_t^{\infty} p(s)\bar{X}e^{-rs}ds - Ce^{-rt}\frac{1}{1-e^{-rT}}\,.$$

Maksimal nåverdi finnes igjen ved å sette N'(t) = 0 som gir betingelsen

$$(2.11)\quad p(t)\bar{X} = \frac{rC}{1-e^{-rT}}\,.$$

Også i dette tilfellet er betingelsen for optimalt investeringstidspunkt at kraftprisen skal være lik en fast andel av anleggskostnadene. Faktoren $r/(1-e^{-rT})$ er en annuitetsfaktor som tar hensyn til at kostnadene ved prosjektet nå bare kan sammenliknes med inntekter fra produksjonen i et begrenset antall år. I forhold til (2.6) kreves det derfor en høyere pris for at prosjektet skal igangsettes.

Ved å dividere med $\bar{X}$ i relasjon (2.11) kan høyre side igjen tolkes som et uttrykk for langstidsgrensekostnad. Beregninger av grensekostnader i det norske vannkraftsystemet blir vanligvis foretatt etter annuitetsprinsippet med 40 års levetid for anleggene.

En litt annen problemstilling fås hvis det ikke forutsettes noe om at prosjektet skal erstattes etter endt levetid. Vurderingen går dermed bare på det økonomisk mest lønnsomme tidspunkt for en enkelt investering, dvs. at en skal maksimere

$$(2.12)\quad N(t) = \int_t^{t+T} p(s)\bar{X}e^{-rs}ds - Ce^{-rt}\,.$$

Marginal nåverdi er nå gitt ved

$$(2.13)\quad N'(t) = (p(t+T)e^{-r(t+T)} - p(t)e^{-rt})\bar{X} + rCe^{-rt}.$$

For å komme fram til et eksplisitt løsningsuttrykk forutsetter vi en eksponensielt stigende pris, dvs. at $p(t+s) = p(t)e^{\gamma s}$, som innsatt i relasjonen N'(t) = 0 gir optimumsbetingelsen

$$(2.14)\quad p(t)\bar{X} = \frac{rC}{1-e^{-(r-\gamma)T}}\,.$$

Uttrykket for årskostnaden [høyre side i (2.14)] er større enn i (2.11); som en kunne vente kreves det en høyere pris før en iverksetter en "engangsinvestering" enn hvis prosjektet forutsetningsvis skal erstattes etter endt levetid.

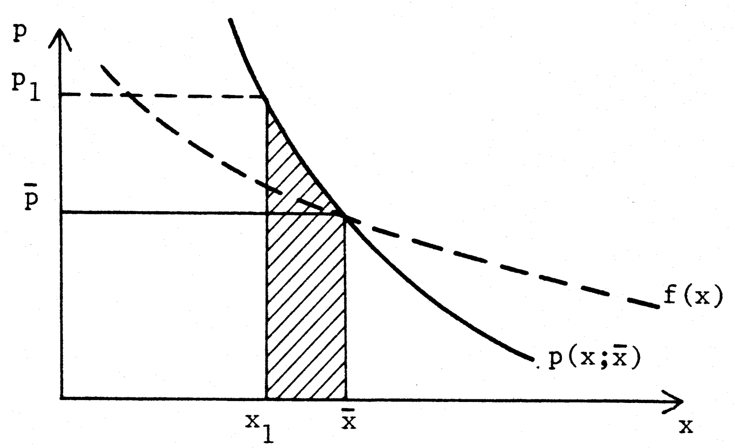
3. BETYDNINGEN AV USIKKERHET I VANNKRAFTPRODUKSJON. FORUTSETNINGER OM ETTERSPØRSELS- OG PRODUKSJONSSTRUKTUR

I planleggingen av kraftforsyningen kan en altså i prinsippet skille mellom et dimensjoneringsproblem og et kapasitetsutnyttingsproblem. Det er imidlertid klart at disse to problemene ikke er uavhengige av hverandre. For det første forutsetter bruken av langtidsgrensekostnadskriteriet at prisene som benyttes i kalkylen er klareringspriser, dvs. at de er optimale i relasjon til kapasitetsutnyttingsproblemet. På den annen side vil dimensjoneringen av systemet være bestemmende for hvilke priser som i framtida vil klarere kraftmarkedet. Et tredje avhengighetsforhold mellom de to planleggingsproblemene er forårsaket av usikkerheten i systemet, spesielt på tilbudssiden. Sannsynlighetsfordelingen til vannkraftproduksjonen og forbrukernes kortsiktige reaksjoner på prisendringer vil ha betydning for hvor sterkt det er lønnsomt både å utnytte og dimensjonere produksjonssystemet.

I det følgende skal vi foreta en prinsipiell drøfting av hvordan stokastiske nedbørsforhold påvirker den optimale utformingen av kraftforsyningssystemet innenfor en statisk modell. En statisk analyse innebærer i utgangspunktet at vi neglisjerer effekter av at de størrelser som inngår endres over tid. Med året som tidsenhet vil vi dermed se bort fra variasjoner i etterspørselen gjennom året. Modellen som vi vil benytte oss av er videre partiell, i den forstand at vi ikke vil trekke inn virkninger på andre deler av økonomien av de beslutninger som foretas i elektrisitetssektoren. I drøftingen vil vi forutsette lukket sektor, dvs. at vi ser bort fra betydningen av eksport og import av kraft. En siste sentral forutsetning for analysen er at det ses bort fra usikkerhet og tilfeldige variasjoner i etterspørselen.

På bakgrunn av disse forutsetningene kan etterspørselsstrukturen for elektrisitet beskrives ved en ikke-stokastisk relasjon for samlet energietterspørsel. Fordi vi i analysen skal benytte oss av partielle resonnementer, kan videre etterspørselen etter elektrisitet spesifiseres som en funksjon av kraftprisen alene. I planleggingen av kraftforsyningen er det viktig å skille mellom langsiktige og kortsiktige reaksjoner på kraftetterspørselen. Med langtidsetterspørselen menes det elektrisitetsforbruket konsumenter og produsenter vil ønske til en bestemt konstellasjon av priser og inntekter, når de over tid får tilpasset sine beholdninger av varige forbruksvarer og produksjonsutstyr. Korttidsetterspørselen uttrykker de mer momentane reaksjonene på endringer i priser og inntekter. Partielle korttids- og langtidsetterspørselskurver er skissert i figur 3.1.

Figur 3.1



Den stiplede kurven f(x) angir langtidsetterspørselen etter kraft. Til en på forhånd fastsatt eller forventet pris $\bar{p}$ vil forbrukerne "etterhvert" etterspørre et kvantum elektrisk kraft, x. Hvis derimot forbrukerne som har tilpasset seg en slik situasjon skulle bli stilt overfor en høyere eller lavere pris enn $\bar{p}$, vil den faktiske etterspørselen bli bestemt av den kortsiktige etterspørselsrelasjonen, $p(x;\bar{x})$. Det er rimelig å anta at forbrukernes korttidsreaksjoner overfor prisendringer vil være avhengig av den situasjonen de befinner seg i i utgangspunktet, som her er angitt ved at $\bar{x}$ er argument i p-funksjonen. Denne funksjonen vil rimeligvis være brattere enn f(x); etterspørselen er mer elastisk på lang sikt enn på kort sikt. I det følgende vil vi forutsette at enhver korttidskurve i sin helhet faller brattere enn langtidsfunksjonen, dvs. at relasjonen

(3.1) $\partial p(x;\bar{x})/\partial x < f'(x)$

er oppfylt for alle x.

Produksjonsstrukturen i et vannkraftsystem er blant annet karakterisert ved følgende forhold:

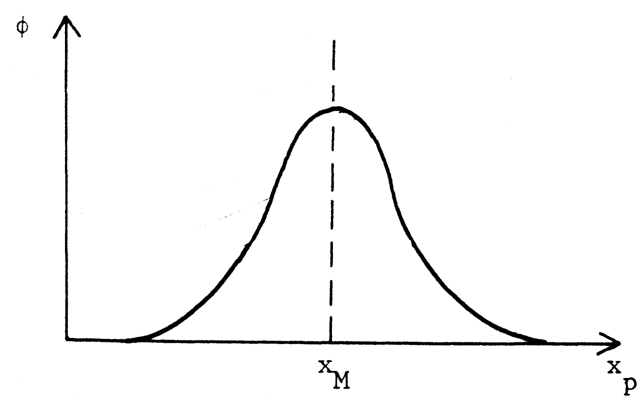
i) Realkapital er den klart viktigste produksjonsfaktor. Det er vanlig å anta at de løpende driftsutgifter utgjør om lag 10 prosent og årlige kapitalutgifter 90 prosent av totalkostnadene. I det følgende skal vi fortsatt se bort fra driftskostnadene.

ii) Ved en stadig ekspansjon av kraftproduksjonen vil en måtte bygge ut dyrere og dyrere vassdrag; i vanlig økonomisk terminologi betyr dette at den langsiktige grensekostnaden er stigende.

iii) Energiproduksjonen i et vannkraftsystem må som tidligere antydet betraktes som en stokastisk størrelse.

Sannsynlighetsfordelingen kan for eksempel være beskrevet ved en tetthetsfunksjon som i figur 3.2.

Figur 3.2



x_M er forventet energiproduksjon, som ofte blir betegnet som midlere årsproduksjon. Tetthetsfunksjonen i figur 3.2 er tegnet symmetrisk om forventningsverdien. Formen på denne sannsynlighetsfordelingen kan, som vi skal komme tilbake til, være avgjørende både for drift og dimensjonering av vannkraftsystemet. I det følgende er årlig middelproduksjon brukt som mål på kapasiteten i produksjonssystemet.

Formelt kan vi dermed beskrive produksjonsstrukturen i vannkraftsystemet ved følgende kostnadsfunksjon:

$$(3.2) \quad C = G(x_M) \; ; \; G' > 0, \; G'' > 0,$$

som altså har midlere årsproduksjon som argument. Også andre parametre i fordelingen kan tenkes å inngå i kostnadsfunksjonen.

4. FASTKRAFTBEGREPET. SAMFUNNSØKONOMISKE TAP VED LEVERINGSSVIKT

Som nevnt innebærer stokastiske nedbørsforhold at den faktiske energimengde som kan produseres i et vannkraftsystem vil variere betydelig fra år til år. Dette forhold vil ikke nødvendigvis medføre at det vil være behov for rasjonering i nedbørsfattige år; markedet kan i prinsippet klareres ved hjelp av prismekanismen. I Norge har en valgt ikke å nytte en slik prissettingstrategi fullt ut. Usikkerheten på tilgangssiden har i stedet medført at en i omsetningen av elektrisitet opererer med forskjellige kategorier av kraft med ulik grad av leveringssikkerhet. For enkelthets skyld kan det grovt sett skilles mellom to typer kraft. Mesteparten av produksjonen blir levert de ulike forbrukere som såkalt fastkraft, mens overskytende produksjon selges via samkjøringsnettet som tilfeldig kraft til priser som klarerer korttidsmarkedet over døgnet og over året. Fastkraftprisen blir derimot i praksis fastsatt av Stortinget.[1)]

Tidligere var fastkraftbegrepet knyttet til bestemte krav til fysisk leveringssikkerhet. Mengden av fastkraft som et gitt system var i stand til å levere ble satt lik produksjonsevnen i det tredje dårligste av 30 år (bestemmende årsproduksjon). Denne produksjonen var dermed avgjørende for hva de ulike kraftverk kunne inngå av fastkraftforpliktelser. Etterhvert som NVE og Samkjøringen utviklet metoder og modeller til å simulere driften av produksjonssystemet, ble fastkraftbegrepet løsrevet fra denne fysiske definisjonen, og i stedet koblet til beregninger av hva som uttrykkes å være en "økonomisk optimal dekning av etterspørselen". Nedenfor skal vi redegjøre nærmere for de prinsipper og framgangsmåter som i dag brukes til å anslå "fastkraftpotensialet" i vannkraftsystemet.

I den videre drøfting vil elektrisitet bli betraktet som et fysisk sett homogent gode, uavhengig av leveringssikkerheten som er knyttet til de ulike leveranser. Skillet mellom fastkraft og tilfeldig kraft kan i så fall betraktes som institusjonelt bestemt, og "etterspørselen etter fastkraft" kan rett og slett oppfattes som en betegnelse på den langsiktige etterspørselen etter kraft som følger av en på forhånd fastlagt og annonsert pris.[2)] I relasjon til den faktiske organiseringen av kraftmarkedet kan dermed funksjonen for langtidsetterspørselen, f(x) i figur 3.1, tolkes som etterspørselen etter fastkraft.

De forpliktelser av mer eller mindre bindende karakter som kraftverkene inngår når det gjelder fastkraftleveranser, gjør det tilsynelatende vanskelig å oppnå markedsklarering i et nedbørsfattig år. Men selv om fastkraftprisen ikke lar seg endre umiddelbart som følge av en knapp forsyningssituasjon, kan direkte rasjonering likevel unngås ved såkalt "tilbakekjøp av kraft". Anta for enkelthets skyld at alle fastkraftleveransene (til sammen lik $\bar{x}$ i figur 3.2) er kontraktfestet, og at den faktiske produksjonen et bestemt år blir x_1 i figur 3.1. Kraftleverandørene (for eksempel Statskraftverkene) kan i så fall tilby forbrukerne en pris på tilbakekjøp av kontraktsrettighetene som er noe høyere enn fastkraftprisen, $\bar{p}$. Hvis forbrukerne er optimalt tilpasset i utgangssituasjonen vil de (noen av dem) benytte seg av dette tilbudet. Denne prosessen kan tenkes å fortsette inntil prisen på tilbakekjøp er lik p_1 i figuren. Markedet er dermed klarert på samme måte som i en situasjon hvor hele kraftmengden blir omsatt i et korttidsmarked. I den stiliserte modellen vi har postulert vil nyttefunksjonen tolkes å referere seg til en "gjennomsnittskonsument". Nyttetapet for "samfunnet" ved leveringsinnskrenkning vil derfor være det samme ved direkte rasjonering som ved en tilbakekjøpsordning. I en mer realistisk modell vil inntektsfordelingen, og dermed samfunnets velferd, være påvirket av valget av rasjoneringsordning.

Under visse forutsetninger kan en etterspørselsfunksjon, spesifisert på prisform som i figur 3.1, tolkes som en relasjon for forbrukernes grensenytte av vedkommende gode. Totalnytten av å konsumere et kvantum $\bar{x}$ elektrisk kraft finnes i så fall som

$$(4.1) \qquad U^{*} = \int_{0}^{\bar{x}} f(x)dx$$

idet det er underforstått at forbrukerne er optimalt tilpasset m.h.t. forbruket av alle andre goder. Hvis nå tilgangen på kraft faktisk blir mindre enn det forbrukerne har regnet med i sin tilpasning, for eksempel lik x_1, sitter de plutselig inne med for store beholdninger av produksjonsutstyr og varige konsumgoder. Nyttetapet som følger av denne leveringsinnskrenkingen er gitt ved det skraverte arealet i figur 3.1, dvs. som

$$(4.2) \qquad \Delta U^{*} = \int_{\bar{x}}^{x_1} p(x;\bar{x})dx.$$

---

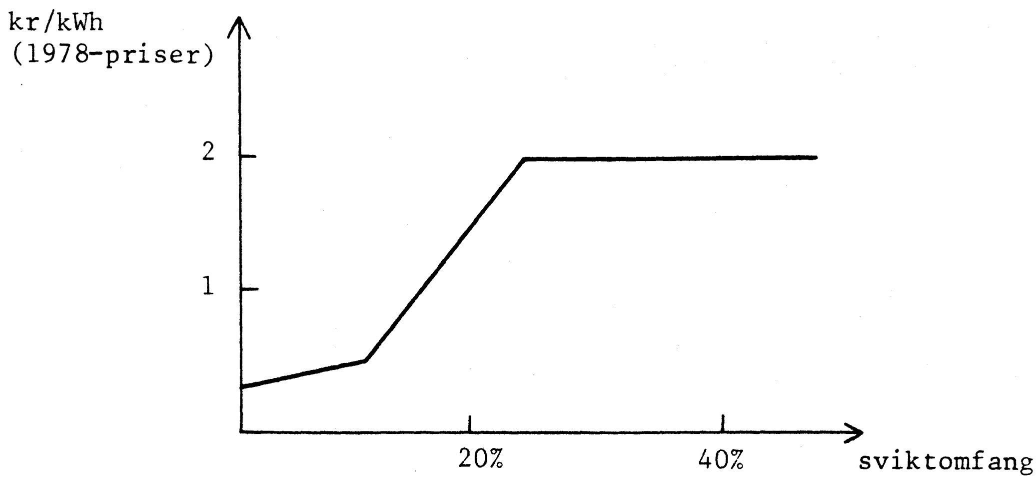
1) Nær 80 prosent av alle kraftverk her i landet er eid og blir drevet av det offentlige. I tillegg kan myndighetene påvirke prisene som forbrukerne betaler via elektrisitetsavgiften. 2) Malinvaud (1972) har argumentert for at en optimal ressursallokering i en situasjon med usikkerhet krever eksistensen av en rekke såkalte betingede markeder for vedkommende gode; ett marked for hver grad av leveringssikkerhet. I den videre drøftingen vil vi altså neglisjere dette problemet, og anta at "en kWh er en kWh".

Et fullstendig uttrykk for nytten av elektrisk kraft, som tar hensyn til forskjellen på langtids- og korttidstilpassing, kan etter dette spesifiseres som

$$(4.3)\quad U(x_p;\bar{x}) = \int_0^{\bar{x}} f(x)dx + \int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\bar{x})dx.$$

Når faktisk produksjon et bestemt år blir mindre enn etterspurt fastkraftkvantum, kan (4.2) tolkes som de samfunnsøkonomiske kostnadene av leveringssvikten. Et slikt ledd er innarbeidd i den kostnadsfunksjonen som er spesifisert i NVE's simuleringsmodell. Kostnadene ved leveringssvikt beregnes på grunnlag av en straffekurve utarbeidd av Tørrårskomitéen (1969). Som en forenkling antas det der at de samfunnsøkonomiske konsekvensene av en energisvikt[1] er en entydig funksjon av sviktomfanget. Funksjonen har et forløp som skissert i figur 4.1.

Figur 4.1



Det skulle være klart at en slik "straffekurve" for leveringssvikt i prinsippet kan konstrueres på grunnlag av den del av p(x)-funksjonen som ligger til venstre for $\bar{x}$ i figur 2. Videre er det selvfølgelig mulig at korttidsetterspørselskurven kan inneholde sprang og knekkpunkter som resulterer i en "straffekurve" med en form som i figur 4.1, men for en prinsipiell drøfting av tilpassingen er det hensiktsmessig å ta utgangspunkt i generell relasjon av typen p(x). Dette fører blant annet til en symmetrisk behandling av situasjoner med faktisk produksjon henholdsvis mindre og større enn etterspurt fastkraftkvantum, i motsetning til NVE's beregninger hvor straffekurven integreres for å anslå rasjoneringskostnadene, men hvor "nytten" ved overskottsproduksjon settes lik den reine inntekten fra salget av tilfeldig kraft.

Det er imidlertid klart at viktige problemer ved leveringsinnskrenkinger blir neglisjert med den modellformulering vi her har valgt. Det er for eksempel åpenbart at varigheten av en leveringssvikt er av vesentlig betydning for tilpassingen. Videre vil trolig det samfunnsøkonomiske tapet ved leveringssvikt i sterk grad være avhengig av hvilke forbruksgrupper som blir rammet av rasjoneringen. Disse aspektene er "forenklet bort" ved de forutsetninger som er spesifisert ovenfor.

1) Betegnelse på en leveringsinnskrenking som blir varslet på forhånd, i motsetning til kapasitetssvikt som defineres som en leveringssvikt som inntreffer plutselig.

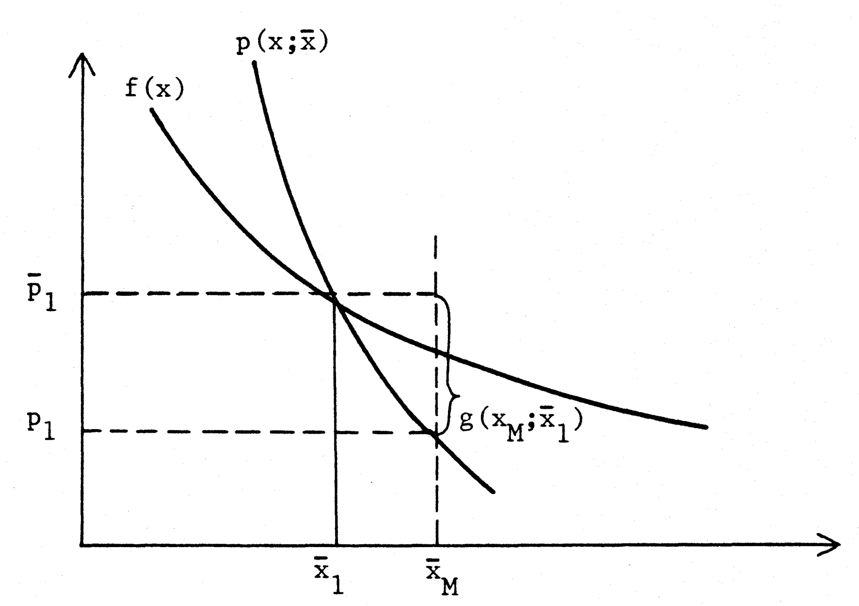
5. OPTIMALT FASTKRAFTSALG VED GITT PRODUKSJONSKAPASITET

Som et første skritt i retning av å analysere hvordan usikkerheten på tilgangssiden kan tenkes å påvirke planleggingen av kraftforsyningssystemet, skal vi i dette avsnittet søke om å komme fram til en beslutningsregel for hvor mye av kraftproduksjonen i et gitt system det er samfunnsøkonomisk optimalt å omsette som fastkraft. Utgangspunktet for drøftingen er den stiliserte modellen som ble stilt opp i forrige avsnitt. På et gitt tidspunkt kan produksjonskapasiteten i vannkraftsystemet målt som årlig middelproduksjon, x_M, betraktes som en gitt størrelse. Planleggingsproblemet består dermed i å organisere omsetningen i kraftmarkedet slik at denne produksjonskapasiteten blir utnyttet på en samfunnsøkonomisk optimal måte; i vår modell vil dette være ekvivalent med å maksimere forbrukernes totalnytte definert ved (4.3). I avsnitt 3 refererte vi en tilsynelatende grei løsning på kapasitetsutnyttingsproblemet, nemlig at prisene til en hver tid skal settes slik at de gitte kapasiteter blir akkurat utnyttet. I den modellen vi har postulert er det klart at en slik markedslikevekt vil kunne etableres som skjæringspunkt mellom korttidsetterspørselskurven på det aktuelle tidspunkt og det faktiske krafttilbudet (forutsatt at et slikt skjæringspunkt eksisterer). La oss først betrakte en situasjon uten usikkerhet hvor forbrukerne i utgangspunktet har tilpasset seg i punktet $(\bar{p}_1, \bar{x}_1)$ i figur 5.1. Da vil faktisk produksjon være lik produksjonskapasiteten i systemet gitt ved x_M, og maksimering av forbrukernes nytte vil innebære at denne kraftmengden bør omsettes til likevektsprisen p_1. Denne konklusjonen er imidlertid betinget av den gitte utgangssituasjonen $(\bar{p}_1, \bar{x}_1)$. Forbrukerne har tilpasset sine beholdninger av kapitalutstyr og varige konsumgoder til fastkraftprisen $\bar{p}_1$, og disse beholdningene er ikke optimale når den faktiske kraftprisen viser seg å bli p_1[1)]. Myndighetene kunne ha bidratt til å øke forbrukernes velferd ved å fastsette en lavere fastkraftpris.

Selv om det å sørge for markedsklarering er det eneste riktige myndighetene kan gjøre i en gitt situasjon, bør en følgelig i planleggingsprosessen også ta stilling til de fastkraftforpliktelser som skal inngås med de ulike forbrukere; $\bar{p}$ (eller $\bar{x}$) må altså betraktes som frie variable i løsningen av kapasitetsutnyttingsproblemet.

Det skulle framgå av dette resonnementet, og det kan også vises formelt, at den absolutt beste situasjonen for forbrukerne når tilbudet er ikke-stokastisk inntreffer når fastkraftprisen alene klarerer markedet, dvs. at forbrukerne har tilpasset sine beholdninger av kapitalutstyr slik at $\bar{x} = x_M$ i figur 5.1.

Figur 5.1



Når det tas hensyn til usikkerheten i den faktiske krafttilgangen, blir den problemstillingen vi her drøfter mer komplisert. Tap ved leveringssvikt og nyttegevinst ved salg av overskottskraft blir i så fall forventede størrelser, og formen på etterspørselsrelasjonene og sannsynlighetsfordelingen i vannkraftproduksjonen vil være av betydning for nivået på det optimale fastkraftsalget.

1) Denne konklusjonen er basert på at korttidsetterspørselskurven $p(x;\bar{x})$ i sin helhet ligger under langtidsetterspørselskurven for verdier av x som er større enn $\bar{x}$. Med våre forutsetninger [jfr. relasjon (3.1)], er dette sikkert oppfylt.

Planleggingsmyndighetene forutsettes å kjenne etterspørselsstrukturen til forbrukerne. Myndighetenes målsetting er å bidra til at den forventede totalnytten i samfunnet blir så høy som mulig. Med vårt opplegg innebærer dette at

$$(5.1)\quad EU = E\{\int_0^{\bar{x}} f(x)dx + \int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\bar{x})dx\} = \int_0^{\bar{x}} f(x)dx + \int_0^{\infty}\int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\bar{x})dx\ \phi(x_p;x_M,\sigma)dx_p$$

skal maksimeres m.h.p. $\bar{x}$, som er den eneste handlingsparameter i modellen. $\phi(x_p;x_M,\sigma)$ er sannsynlighetsfunksjonen i vannkraftproduksjonen, som antas å være fullstendig karakterisert ved forventningen, x_M og variansen, σ^2. For løsning av dette problemet viser det seg hensiktsmessig å definere en relasjon for differansen mellom den kortsiktige og den langsiktige etterspørselen:

$$(5.2)\quad g(x;\bar{x}) = p(x;\bar{x}) - f(\bar{x})$$

Denne relasjonen vil selvsagt ha $\bar{x}$ som argument i likhet med korttidsetterspørselsfunksjonen (jfr. figur 5.1 for en grafisk illustrasjon).

Differanserelasjonen g pålegges videre følgende egenskap

$$(5.3)\quad g(x-\alpha;\ \bar{x}-\alpha) = g(x;\ \bar{x}).$$

En absolutt like stor forskyvning av begge argumentene forutsettes altså ikke å endre funksjonsverdien for g-funksjonen.

Av (5.3) kan vi videre utlede en egenskap som vi vil ha nytte av nedenfor[1],

$$(5.4)\quad \frac{\partial g}{\partial x} = -\frac{\partial g}{\partial \bar{x}}.$$

Innsetting av (5.2) i (5.1) gir etter litt regning

$$(5.5)\quad EU = \int_0^{\bar{x}} f(x)dx + f(\bar{x})(x_M-\bar{x}) + \int_0^{\infty}\int_{\bar{x}}^{x_p} g(x;\bar{x})dx)\ \phi(x_p)dx_p.$$

Førsteordensbetingelsen for maksimering av forventet nytte finnes ved å sette $\partial EU/\partial\bar{x} = 0$

$$\frac{\partial EU}{\partial \bar{x}} = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})\ (x_M-\bar{x}) - f(\bar{x}) + \int_0^{\infty}(-g(\bar{x};\bar{x}) + \int_{\bar{x}}^{x_p} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}}\ dx)\phi(x_p)dx_p = 0.$$

Ved å benytte (5.4) samt at $g(\bar{x};\bar{x}) = 0$ kan denne betingelsen forenkles til

$$(5.6)\quad \int_0^{\infty} g(x_p;\bar{x})\ \phi(x_p)dx_p = f'(\bar{x})\ (x_M-\bar{x}).$$

Uttrykket på venstre side i (5.6) er det forventede avviket mellom klareringsprisen p og en fastkraftpris $\bar{p} = f(\bar{x})$. Ved igjen å benytte (5.2) fås dermed at betingelsen for optimalt fastkraftsalg er gitt ved

$$(5.7)\quad Ep = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})\ (x_M-\bar{x}).$$

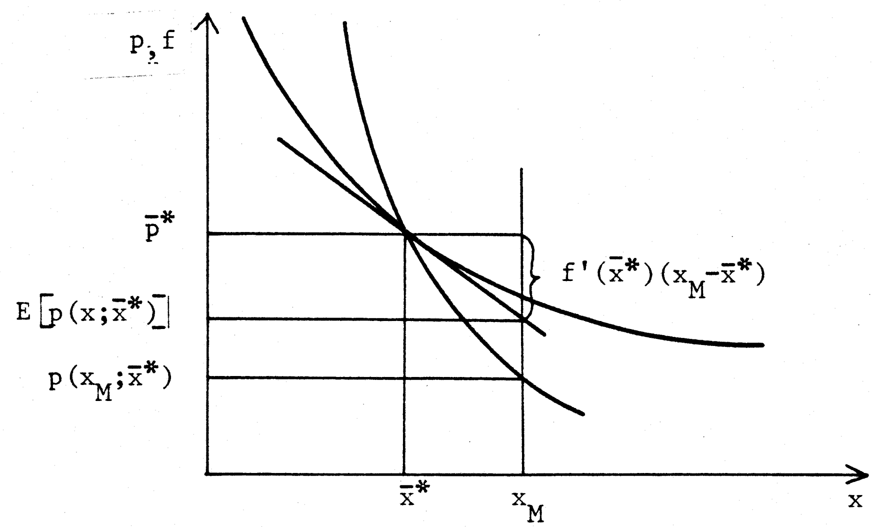
---

1) Ved å differensiere (5.3) fås: $\frac{\partial g}{\partial x}\,dx + \frac{\partial g}{\partial \bar{x}}\,d\bar{x} = \frac{\partial g}{\partial x}\,(dx - d\alpha) + \frac{\partial g}{\partial \bar{x}}\,(d\bar{x}-d\alpha) \iff$

$$\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial \bar{x}} = 0 \iff (5.4).$$

Fastkraftsalget skal altså innrettes slik at den forventede klareringsprisen, Ep, blir lik fastkraftprisen fratrukket et ledd som er differensialet til langtidsetterspørselskurven f(x) i $\bar{x}$. En grafisk illustrasjon av tilpassingen er gitt i figur 5.2.

Figur 5.2



Anta at det optimale fastkraftpunktet er $(\bar{p}^*,\bar{x}^*)$ i figuren. Ved å bevege oss langs tangenten til f(x) i $\bar{x}$ kommer vi fram til punktet $(x_M, f(\bar{x}^*) + f'(\bar{x}^*)\ (x_M-\bar{x}^*))$. Det optimale fastkraftsalget er karakterisert ved at ordinatverdien i dette punktet er lik den forventede klareringsprisen $E[p(x_p;\bar{x}^*)]$. Hvis f(x) er lineær eller tilnærmet lineær, uttrykker tilpasningsbetingelsen (5.7) at i optimumspunktet er den forventede klareringsprisen, Ep, lik $f(x_M)$, dvs. fastkraftprisen for omsetting av årlig middelproduksjon.

Beliggenheten av optimumspunktet i forhold til $\bar{x} = x_M$ (som er tilpassingspunktet i en tilsvarende modell uten usikkerhet) vil rimeligvis være avhengig av formen på den langsiktige og den kortsiktige etterspørselsfunksjonen foruten sannsynlighetsfordelingen til vannkraftproduksjonen. Vi skal i den følgende drøfting søke å komme fram til forholdsvis generelle konklusjoner som er knyttet til enkelte klasser av funksjonsformer for $p(x;\bar{x})$ og f(x).

(i) Horisontal (uendelig elastisk) etterspørselskurve for fastkraft.

Problemstillingen i utgangspunktet vil nå være å tilpasse salget av fastkraft til en gitt fastkraftpris på en samfunnsøkonomisk optimal måte. I prinsippet er dette den problemstillingen som NVE søker å løse ved sine driftssimuleringer av det totale system (se for eksempel Fagerberg (1979)). Betingelsen (5.7) reduseres i dette tilfellet til

(5.8) $E[p(x_p;\bar{x})] = \bar{p}$.

Usikkerheten i vannkraftsystemet innebærer at en med utgangspunkt i en gitt tilpassing av fastkraftetterspørselen i enkelte år vil oppleve leveringsinnskrenkninger og nyttetap som indikert ved det skraverte arealet i figur 3.1 og andre år tilsvarende nyttegevinster. Forventet rasjoneringstap framkommer ved å veie sammen en rekke slike arealer på grunnlag av en spesifisert sannsynlighetsfordeling. Det optimale fastkraftsalget er ifølge (5.8) karakterisert ved at den tilhørende, forventede klareringsprisen (marginalt forventet rasjoneringstap) er lik fastkraftprisen (marginal nytteendring for fastkraft).

Beliggenheten av dette optimumspunktet vil bli drøftet i tilknytning til figur 5.3 nedenfor. Vi skal skille mellom to spesifikasjoner av $p(x;\bar{x})$-funksjonen:

a) korttidsetterspørselsfunksjonen (skaren av slike relasjoner) er lineær i (p,x)-planet

b) korttidsetterspørselsfunksjonen er konveks/konkav

a) Korttidsetterspørselsrelasjonen antas altså i dette tilfellet å være av formen

(5.9) $p_a(x;\bar{x}) = \bar{p} + b(x-\bar{x})$, hvor $b < 0$.

Den forventede klareringsprisen kan dermed beregnes eksplisitt som

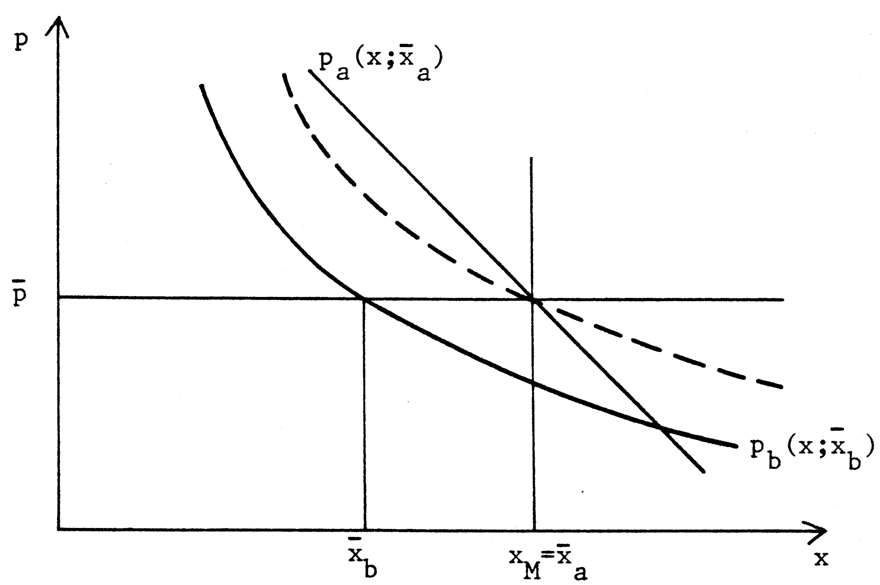
(5.10) $E[p(x_p;\bar{x})] = \bar{p} + b(Ex_p-\bar{x}) = p(x_M;\bar{x})$.

Ved innsetting i (5.8) kommer vi fram til at følgende relasjon skal være oppfylt:

(5.11) $p(x_M;\bar{x}) = \bar{p} + b(x_M-\bar{x}) = \bar{p}$.

Formelt er dette nøyaktig den samme betingelsen som i det ikke-stokastiske tilfellet. Når den kortsiktige etterspørselskurven er lineær kan usikkerhet sies å virke nøytralt på de optimale beslutningene; fastkraftsalget bør innrettes slik at klareringsprisen for produksjonskapasiteten, i dette tilfelle målt som årlig middelproduksjon, blir lik fastkraftprisen. Denne egenskapen er bare oppfylt når $\bar{x} = x_M$ i figur 5.3, dvs. at en kraftmengde svarende til årlig middelproduksjon omsettes som fastkraft.

Figur 5.3



b) Korttidsetterspørselskurven forutsettes nå å være konveks eller krummet mot origo slik at $\partial^2 p(x;\bar{x})/(\partial x)^2 > 0$ [jfr. relasjonen $p_b(x;\bar{x}_b)$ i figur 5.3)]. Betingelsen for optimalt fastkraftsalg er gitt ved (5.8). Konveksitetsegenskapen ved p-funksjonen innebærer at

(5.12) $E[p(x_p;x_M)] > \bar{p}$.

Det er dermed klart at $\bar{x} = x_M$ med den tilhørende stiplede etterspørselskurven i figur 5.3 ikke kan representere et optimalt fastkraftsalg med de antakelser som her er gjort. Av (5.12) og ved en figurbetraktning kan vi derimot slutte at det optimale fastkraftsalget, når korttidsetterspørselsfunksjonen er krummet mot origo, er mindre enn årlig middelproduksjon; for eksempel som $\bar{x} = \bar{x}_b$ i figur 5.3. Når etterspørselsfunksjon er krummet som i figur 5.3 vil nemlig marginalt forventet rasjoneringstap avta (eller gevinsten øke) etter som fastkraftforpliktelsen avtar, på grunn av at den kortsiktige betalingsvilligheten for kraft synker med avtakende takt. I optimumspunktet, $\bar{x}_b$, balanserer igjen forventet marginalt rasjoneringstap akkurat mot fastkraftprisen (marginal nytteendring for fastkraft).

Med de forutsetninger vi har gjort i det tilfellet vi her drøfter, er det altså samfunnsøkonomiske optimalt å sikre seg mot nedbørsfattige år og innrette de samlede fastkraftforpliktelser lavere enn det forventet produksjon tilsier. Den totale produksjonskapasiteten i systemet (x_M) kan dermed sies å bestå av to ledd

- et bestemt <u>fastkraftpotensial</u>, $\bar{x}$, og
- <u>en potensiell mengde tilfeldig kraft</u>, $x_M-\bar{x}$.

Faktisk produksjon av henholdsvis fast og tilfeldig kraft et bestemt år vil naturligvis kunne avvike fra disse potensielle størrelsene.

Ut fra liknende resonnementer som de vi her har gjennomgått, er det lett å vise at hvis korttidsetterspørselskurven er konkav $(\partial^2 p(x;\bar{x})/(\partial x)^2 < 0)$, vil det være samfunnsøkonomisk optimalt å innrette seg slik at de samlede fastkraftforpliktelser overskrider årlig middelproduksjon. Fastkraftpotensialet i systemet vil i så fall være større enn den forventede produksjonskapasiteten, og potensialet av tilfeldig kraft vil være negativt.

(ii) Fallende etterspørselskurve for fastkraft

Ved planlegging av forsyningssystemer må myndighetene nå også ta hensyn til at betalingsvilligheten for fastkraft er synkende, og optimumsbetingelsen er dermed gitt ved (5.7). Det viser seg at formen på korttidsetterspørselsfunksjonen igjen er avgjørende for konklusjonene.

a) En <u>lineær</u> kortsiktig etterspørselsfunksjon kan i dette tilfellet spesifiseres ved

(5.13) $p(x;\bar{x}) = f(\bar{x}) + b(x-\bar{x})$, hvor $b < 0$.

Av betingelsen for optimalt fastkraftsalg fås dermed at

(5.14) $b(x_M-\bar{x}) = f'(\bar{x})\ (x_M-\bar{x})$.

Av forutsetningen om at korttidsetterspørselsfunksjonen på ethvert punkt faller brattere enn langtidsetterspørselen, dvs. at $b < f'(x)$ for alle x (jfr. avsnitt 3), kan vi igjen konkludere med at det optimale fastkraftsalget er lik årlig middelproduksjon. Konklusjonen om at usikkerhet virker nøytralt på de optimale beslutninger når den kortsiktige etterspørselsfunksjonen er lineær, har altså gyldighet også når fastkraftetterspørselen er fallende.

b) Drøftingen av en situasjon hvor korttidsetterspørselsfunksjonen er <u>konveks</u> blir nå ytterligere komplisert.

På grunnlag av egenskapen (5.12) noterer vi først at tilpassingen igjen må være karakterisert ved at det optimale salget av fastkraft er mindre enn forventet produksjon (til høyre for x_M i figur 5.2 vil venstresiden i (5.7) være større enn tilvekstformelen på høyre side). Vi er imidlertid også interessert i å undersøke hvordan en fallende langsiktig etterspørselskurve virker på tilpassingen i forhold til en situasjon med gitt fastkraftpris.

På et rent intuitivt grunnlag skulle en anta at en synkende betalingsvillighet for fastkraft isolert sett fører til at de planleggende myndigheter bør være ytterligere "forsiktig" ved inngåelser av sine fastkraftforpliktelser. At denne følelsen stemmer overens med den modellen vi har postulert, framgår av følgende resonnement:

Anta at en som et første skritt har tilpasset fastkraftsalget i overensstemmelse med relasjon (5.8) (med $\bar{p} = f(\bar{x})$). Vi innser lett at den tilhørende forventede klareringsprisen er for høy i relasjon til optimumsbetingelsen (5.7). Ved å redusere fastkraftsalget ytterligere reduseres $E[p(x_p;\bar{x})]$. Hvis etterspørselsfunksjonen for fastkraft er konveks $(\partial^2 f(x)/(\partial x)^2 > 0)$, reduseres samtidig høyresiden i (5.7) - som vi i det følgende vil betegne med $h(\bar{x})$. Av 2. ordensbetingelsene for maksimum av (5.1) følger imidlertid

$$(5.15) \quad \frac{\partial^2 EU}{(\partial \bar{x})^2} = \frac{\partial h(\bar{x})}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial E[p(x;\bar{x})]}{\partial \bar{x}} < 0$$

som vi vil forutsette er oppfylt for alle verdier av $\bar{x}$ (og som sikkert gjelder hvis kurven for fastkraftetterspørselen er konkav). Det følger av denne betingelsen at ved en reduksjon av fastkraftforpliktelsene vil den forventede klareringsprisen avta raskere enn uttrykket $h(\bar{x})$.

Ved en tilstrekkelig sterk reduksjon i fastkraftsalget i forhold til en utgangssituasjon hvor relasjon (5.8) gjelder vil vi derfor nå et punkt $\bar{x}^*$ i figur 5.2 hvor den mer generelle optimumsbetingelsen (5.7) er oppfylt.

6. OPTIMAL DIMENSJONERING AV VANNKRAFTSYSTEMET I EN SITUASJON MED USIKKERHET

I foregående avsnitt utledet vi fastkraftpotensialet i et vannkraftsystem med gitt produksjonskapasitet. Fastkraftpotensialet ble her definert som den optimale mengde av fastkraft ved maksimering av etterspørrernes nytte av kraftforbruket under forutsetning av markedsklarering og en kjent usikkerhet i kraftproduksjonen. Neste skritt er da naturlig nok å forsøke å bestemme den optimale produksjonskapasitet, målt som årlig middelproduksjon, ut fra den samme optimaliseringstankegang.

Nyttemaksimeringsproblemet, slik det ble stilt opp i foregående avsnitt, må imidlertid modifiseres ved at kostnadene ved å bygge ut en bestemt årlig middelproduksjon trekkes fra nytteverdien av energiforbruket. Kostnadsfunksjonen i den modellen vi har postulert ble definert ved relasjon (3.2). Maksimering av den forventede totalnytte fratrukket produksjonskostnadene gir følgende optimaliseringsproblem:

$$(6.1) \quad EU = \int_0^{\bar{x}} f(x)dx + E\left[\int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\, \bar{x})dx\right] - G(x_M)$$

skal maksimeres m.h.p. x_M og $\bar{x}$. Vi ser umiddelbart at den ene tilpassingsbetingelsen må være identisk med optimalbetingelsen (5.7) i foregående avsnitt. Ved differensiering av (6.1) m.h.p. x_M fåes

$$(6.2) \quad G'(x_M) = \int_0^{\infty}\int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\, \bar{x})dx \, \frac{\partial \phi(x_p;x_M)}{\partial x_M} \, dx_p \, .$$

Denne relasjonen kan tolkes som et kriterium for optimal utbygging av vannkraftsystemet. Venstresiden i (6.7) gir uttrykk for langtidsgrensekostnaden i kraftproduksjon. Betingelsen for optimal utbyggingstakt uttrykker dermed at langtidsgrensekostnaden er lik et funksjonsuttrykk i fastkraftmengde, $\bar{x}$, og årlig middelproduksjon, x_M. Mellom disse to størrelsene må det i optimumspunktet gjelde den funksjonssammenheng som ble utledet som (5.7) i foregående avsnitt. Ved å skrive denne sammenhengen som

$$(6.3) \quad \bar{x} = F(x_M)$$

kan vi sette inn $\bar{x}$ i (6.2) og få fram et langtidsgrensekostnadskriterium som entydig bestemmer årlig middelproduksjon ut fra de gitte etterspørselsforhold og egenskaper ved den stokastiske produktfunksjonen.

For å kunne gi en nærmere tolkning av tilpassingsbetingelsen (6.2) skal vi i det følgende gjøre visse forutsetninger om formen på ϕ-funksjonen. I første omgang skal vi forutsette at sannsynlighetstettheten i vannkraftproduksjonen avhenger av årlig middelproduksjon bare gjennom differansen mellom x_p og x_M. En slik egenskap oppfylles for eksempel av normalfordelingen hvis variansen er uavhengig av x_M. Av denne egenskapen ved tetthetsfunksjonen følger det at

$$(6.4) \quad \frac{\partial \phi(x_p;x_M)}{\partial x_M} = - \frac{\partial \phi(x_p;x_M)}{\partial x_p} \, .$$

En antakelse om at variansen i vannkraftproduksjonen er uavhengig av middelproduksjonen, dvs. av systemets størrelse, kan umiddelbart virke noe restriktiv. Fra sannsynlighetsteorien vet vi at variansen til en sum av stokastiske variable er summen av de enkelte varianser pluss en rekke ledd som uttrykker kovariansen mellom de ulike variable. Hvis derfor en utvidelse av produksjonskapasiteten ikke skal påvirke variansen i det totale system, må energiproduksjonen fra det nye kraftverket være negativt korrelert med produksjonen fra de allerede eksisterende anlegg. Selv om nedbørs- og tilsigsforhold kan variere betydelig mellom de ulike deler av landet (korrelasjonen er ikke perfekt), kan en eksplisitt antagelse om negativ samvariasjon i energiproduksjonen virke urealistisk. Det er imidlertid her verdt å minne om at vesentlige trekk ved organiseringen og tilpassingen i kraftmarkedet ikke kommer eksplisitt til uttrykk i den modellen vi har postulert. Et av formålene med magasinering av vann er nettopp å redusere usikkerheten i systemet. Det samme gjelder samkjøring av produksjonssystemet, som innebærer at de ulike kraftverk er koplet til et felles overføringsnett. Vanntilsiget kan dermed i større grad utnyttes "der det kommer" enn hvis ulike regioner skulle være selvforsynt med elektrisk kraft. En utvidelse av et slikt system kan skje på flere måter. En utbygging av nye nedbørsområder vil trolig øke variansen i systemet under ett, selv om bygging av magasiner kan bidra til å dempe år-til-år-variasjonene. Men produksjonskapasiteten i systemet kan også økes ved at nye vannveier og tilsig ledes inn i eksisterende vannmagasiner. Hvis det i utgangspunktet er ledig magasinkapasitet i systemet, vil årlig middelproduksjon i så fall kunne øke samtidig som variansen i det totale systemet er uendret eller til og med noe lavere enn før. Alt i alt vil vi konkludere med at ved analyse av optimal dimensjonering av vannkraftsystemet vil en antakelse om konstant varians kunne benyttes som en brukbar tilnærmelse over et begrenset variasjonsområde for middelproduksjonen. Seinere i dette avsnittet vil denne forutsetningen bli modifisert i retning av en positiv avhengighet mellom variansen og middelproduksjonen.

Egenskapen (6.4) ved tetthetsfunksjonen kan benyttes til å integrere (6.2) ved delvis integrasjon. Vi får da

$$(6.5)\qquad G'(x_M) = -\int_o^{\infty}\int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\bar{x})dx \frac{\partial\phi(x_p;x_M)}{\partial x_p}\, dx_p = -\Big|_o^{\infty}\int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\bar{x})dx\phi(x_p;x_M) + \int_o^{\infty} p(x_p;\bar{x})\ \phi(x_p;x_M)dx_p$$

$$= Ep(x;\bar{x}).$$

Vi ser dermed at vi har kommet fram til en tilsvarende betingelse for optimal kapasitet som i det ikke-stokastiske tilfellet, nemlig at langtidsgrensekostnaden skal være lik den forventede klareringsprisen i korttidsmarkedet. (Det må her tas i betraktning at "korttidsmarkedet" også omfatter situasjoner hvor kraftproduksjonen er mindre enn fastkraftvolumet, og hvor følgelig rasjonering eller en tilbakekjøpsordning må iverksettes.) Som vanlig vil vi forutsette at 2. ordensbetingelsene som sikrer at vi faktisk har havnet i et maksimumspunkt er oppfylt.

Ved å benytte (5.7) kan vi skrive langtidsgrensekostnadskriteriet på en form som også får fram sammenhengen mellom langtidsgrensekostnad og fastkraftpris og fastkraftetterspørsel.

$$(6.6)\qquad G'(x_M) = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})\ (x_M - \bar{x}).$$

I det foregående avsnitt fant vi at hvis korttidsetterspørselen er lineær, er optimal fastkraftsmengde og årlig middelproduksjon sammenfallende. Det følger da umiddelbart av (6.6) at optimal utbygging i dette tilfellet tilsier at langtidsgrensekostnaden skal være lik likevektsprisen for fastkraft. Hvis korttidsetterspørselskurven derimot er konveks, vil det - som vist i foregående avsnitt - være lønnsomt å dimensjonere systemet så sterkt at årlig middelproduksjon er større enn fastkraftvolumet. Av (6.6) følger det da umiddelbart at langtidsgrensekostnaden skal være mindre enn fastkraftprisen.

Avviket i optimumspunktet på den ene side mellom årlig middelproduksjon og fastkraftvolum og på den annen side mellom fastkraftpris og langtidsgrensekostnad er altså positive hvis korttidsetterspørselskurven er konveks, null hvis den er lineær og negativ hvis den er konkav. Størrelsene av avvikene er avhengig av formen på etterspørselskurven, dvs. at hvor mye den avviker fra linearitet. En konveks etterspørselskurve vil trolig kunne anses som det mest sannsynlige eller "normale" tilfellet.

Når det gjelder det relative størrelsesforhold mellom avvikene i pris og kraftmengde, så er det avhengig av formen på langtidsetterspørselskurven. Av (6.6) kan vi lett avlede

$$(6.7) \qquad \frac{(x_M-\bar{x})/\bar{x}}{(G'(x_M)-f(\bar{x}))/f(\bar{x})} = \frac{f(\bar{x})}{f'(\bar{x})} = \frac{1}{\bar{x}} = \varepsilon_L$$

der ε_L er elastisiteten av fastkraftvolumet m.h.p. fastkraftpris, altså den langsiktige priselastisitet for kraftetterspørselen. Vi innfører betegnelsene <u>overkapasitet</u> for det som årlig middelproduksjon overstiger fastkraftvolumet med i prosent i optimumspunktet og <u>overpris</u> for det relative avvik mellom langtidsgrensekostnad og fastkraftpris. I overensstemmelse med relasjon (6.7) kan vi konkludere med at ved optimal utbygging skal forholdet mellom overkapasitet og overpris være lik tallverdien av priselastisiteten for fastkraft. Dette kan benyttes som et kriterium for å fastslå om omfanget av kraftproduksjonen er optimal.

Hvis det ikke er usikkerhet i kraftproduksjonen, finner vi åpenbart at den optimale tilpassingen innebærer null overkapasitet og null overpris. De samme egenskaper har den optimale tilpassingen - som vi har sett - hvis korttidsetterspørselskurven er lineær. Disse to tilfellene gir altså samme tilpassing og i begge innebærer grensekostnadskriteriet at langtidsgrensekostnaden i optimumspunktet skal være lik fastkraftprisen. Den samfunnsmessige nytten av kraftproduksjonen påvirkes imidlertid av usikkerheten og er rimeligvis størst i det ikke-stokastiske tilfellet. Forskjellen i samfunnsmessig nytte kan etter vårt optimalitetskriterium (6.1) uttrykkes ved

$$(6.8) \qquad EU_1 - EU_2 = E\left[\int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\bar{x})dx\right] = E\left[f(\bar{x})(x_p-\bar{x}) + \tfrac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}(x_p-\bar{x})^2\right] = \tfrac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\sigma^2$$

der EU_1 er den forventede samfunnsmessige nytte i tilfellet <u>med</u> usikkerhet og lineær korttidsetterspørsel og EU_2 er tilfellet <u>uten</u> usikkerhet. σ^2 er variansen i årlig produksjon. Vi kan også skrive dette som

$$(6.9) \qquad \frac{EU_1 - EU_2}{px_M} = \tfrac{1}{2}\frac{\left(\frac{\sigma}{x_M}\right)^2}{\varepsilon_K}$$

der ε_K er priselastisiteten av korttidsetterspørselskurven. Vi finner altså at den samfunnsmessige kostnaden ved usikkerhet i kraftproduksjonen ved denne sammenlikningen, der langtidsetterspørselskurven er forutsatt å være den samme i begge tilfeller, øker som andel av samlet kraftforbruk proporsjonalt med kvadratet av variasjonskoeffisienten $(\frac{\sigma}{x_M})$ og omvendt proporsjonalt med elastisiteten i korttidsetterspørselen. Dette viser at avkastningen av tiltak som kan redusere variasjonen av kraftproduksjonen, f.eks. magasinering, kan være betydelig.

En hovedkonklusjon i det foregående er at med en konveks korttidsetterspørselskurve innebærer optimal tilpassing positiv overkapasitet og overpris, slik det framgår av (6.7). Vi kan betrakte dette som et uttrykk for de samfunnsmessige kostnader ved å etablere den form for sikkerhet som fastkraftmarkedet gir, med en stokastisk forsyningssituasjon. Tilsvarende får vi ved konkav etterspørselskurve at overkapasitet og overpris begge er negative! Det er altså optimalt å inngå fastkraftforpliktelser som overstiger årlig middelproduksjon og å omsette fastkraft til en pris under langtidsgrensekostnad. Konkav korttidsetterspørselskurve innebærer at verdien av overskottskraft faller relativt sterkere enn verdien av kraftunderskott.

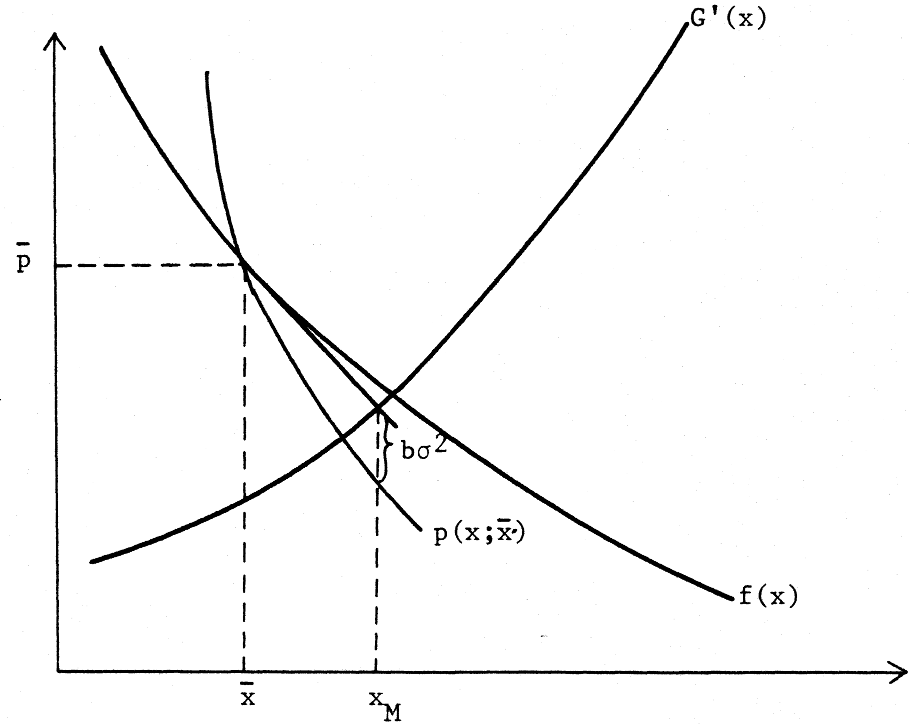
Krummingen av etterspørselskurven er altså av sentral betydning for bestemte egenskaper ved den optimale tilpassing. De resultater vi har kommet fram til kan illustreres nærmere ved å approksimere korttidsetterspørselskurven med et polynom av 2. grad som samtidig har den symmetriegenskapen som ble postulert i foregående avsnitt

(6.10) $p = p(x;\bar{x}) = f(\bar{x}) + a(x - \bar{x}) + b(x - \bar{x})^2, \ a < 0, \ b > 0, \ a + 2b(x - \bar{x}) < 0.$

Vi finner da

(6.11) $Ep(x;\bar{x}) = p(x_M;\bar{x}) + b\sigma^2.$

Figur 6.1



På figur 6.1 er det tegnet inn et eksempel på optimal tilpassing med konveks korttidsetterspørselskurve. En ser av figuren av hvis $b\sigma_M^2$ øker, dvs. økt konveksitet i etterspørselen eller økt varians i kraftproduksjonen, forskyves både $\bar{x}$ og x_M til venstre, mens avstanden mellom dem øker. Dette gjelder hvis langtidsetterspørselen, f(x), er konveks (som på figuren). Hvis f(x) er konkav, forskyves $\bar{x}$ og x_M fra hverandre i hver sin retning.

Det kan være av interesse å studere hvordan den optimale tilpassingen av fastkraftpotensial og middelproduksjon avhenger av usikkerheten i systemet målt ved variansen eller standardavviket. En slik problemstilling kan drøftes formelt ved å differensiere tilpassingsbetingelsene (5.7) og (6.5) m.h.p. σ. I denne utledningen og i resten av dette avsnittet er det hensiktsmessig å forutsette at tetthetsfunksjonen for sannsynlighetsfordelingen kan beskrives ved normalfordelingen, dvs. at

(6.12) $\phi(x;x_M,\sigma) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\dfrac{(x-x_M)^2}{\sigma^2}}.$

I tillegg til symmetriegenskapen (6.4) gjelder for denne fordelingen at

$$(6.13)\quad \frac{\partial\phi}{\partial\sigma} = \phi\frac{1}{\sigma}\left(\frac{(x-x_M)^2}{\sigma^2} - 1\right) = -\frac{\partial\left[\frac{x-x_M}{\sigma}\phi\right]}{\partial x}.$$

Denne egenskapen ved normalfordelingen kommer til nytte i utledningen nedenfor. Differensiering av tilpassingsbetingelsen (6.5) med hensyn på standardavviket gir nå

$$G''(x_M)\frac{dx_M}{d\sigma} = \int_0^\infty p(x;\bar{x})\left(-\frac{\partial\left[\frac{x-x_M}{\sigma}\phi\right]}{\partial x}\right)dx + \int_0^\infty p(x;\bar{x})\left(-\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)dx\,\frac{dx_M}{d\sigma} + \int_0^\infty \frac{\partial p(x;\bar{x})}{\partial\bar{x}}\phi dx\,\frac{d\bar{x}}{d\sigma}.$$

Ved å anvende delvis integrasjon på de to første leddene og utvikle $\frac{\partial p}{\partial\bar{x}}$ som $(f'(\bar{x})+\frac{\partial g}{\partial\bar{x}})$ gir dette følgende likning mellom de to ukjente $\frac{dx_M}{d\sigma}$ og $\frac{d\bar{x}}{d\sigma}$

$$(6.14)\quad (G''(x_M) - Ep')\frac{dx_M}{d\sigma} + (Ep' - f'(\bar{x}))\frac{d\bar{x}}{d\sigma} = E\left[p'\,\frac{x-x_M}{\sigma}\right].$$

Tilsvarende får vi ved å differensiere betingelsen (5.7) og ordne leddene

$$(6.15)\quad (f'(\bar{x}) - Ep')\frac{dx_M}{d\sigma} + (f''(\bar{x})(x_M-\bar{x}) + Ep' - f'(\bar{x}))\frac{d\bar{x}}{d\sigma} = E\left[p'\,\frac{x-x_M}{\sigma}\right].$$

Likningssystemet (6.14) og (6.15) løst m.h.p. $\frac{dx_M}{d\sigma}$ og $\frac{d\bar{x}}{d\sigma}$ gir

$$(6.16)\quad \begin{cases} \dfrac{dx_M}{d\sigma} = \dfrac{f''(\bar{x})(x_M-\bar{x})\,E\left[p'\,\frac{x-x_M}{\sigma}\right]}{H} \\[2ex] \dfrac{d\bar{x}}{d\sigma} = \dfrac{(G''(x_M)-f'(\bar{x}))E\left[p'\,\frac{x-x_M}{\sigma}\right]}{H} \end{cases},$$

hvor $H = G''(x_M)f''(\bar{x})(x_M-\bar{x}) + Ep'(g''(x_M) - f''(\bar{x})(x_M-\bar{x}) - f'(\bar{x})) - G''(x_M)f'(\bar{x}) + (f'(\bar{x}))^2$.
Nevneren H kan antas å være negativ da 2. ordensbetingelsene for maksimum av forventet nytte nettopp uttrykker at $H < 0$. Fortegnet på løsningsuttrykkene i (6.16) avhenger derfor av fortegnet på forventningsuttrykket $E\left[p'\,\frac{x-x_M}{\sigma}\right]$. Når fordelingen er symmetrisk om forventningen, er dette leddet null hvis korttidskurven er lineær, positivt hvis den er konveks og negativt hvis den er konkav. Vi kan derfor konkludere med at i det vi betrakter som det "normale" tilfellet, dvs. at korttidskurven er konveks, innebærer en øking i variansen i vannkraftproduksjonen at det er optimalt med et lavere nivå både for middelproduksjonen og fastkraftsalget. Det er videre lett å vise ved å approksimere f(x) med et annengradspolynom at avstanden mellom disse to størrelsene øker, som uttrykker at økt usikkerhet medfører at det er lønnsomt "å sikre seg" ytterligere i form av et relativt lavere fastkraftsalg.

I den drøftingen som hittil er foretatt i dette avsnittet har vi forutsatt at fordelingsfunksjonen for kraftproduksjon oppfyller (6.4). For normalfordelingen innebærer dette at variansen er uavhengig av forventningen. Som nevnt tidligere kan denne forutsetningen være urealistisk ved betydelige endringer i middelproduksjonen. I det følgende skal vi analysere tilpassingen under forutsetning av en monotont stigende funksjonssammenheng mellom standardavviket og middelproduksjonen, dvs. at

$$(6.17)\quad \sigma = h(x_M),\ \frac{\partial h}{\partial x_M} = h' > 0.$$

Betingelsen for optimal kapasitet (relasjon (6.2)) blir dermed

$$G'(x_M) = \int_{0}^{\infty}\int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\bar{x})dx \left[\frac{\partial\phi}{\partial\xi} \cdot 1 + \frac{\partial\phi}{\partial\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dx_M}\right] dx_p$$

hvor $\frac{\partial\phi}{\partial\xi}$ er den partielle deriverte av sannsynlighetstettheten m.h.p. forventningen under forutsetning av at $\sigma = h(x_M)$ er konstant. Ved å anvende relasjon (6.13) samt at $\frac{\partial\phi}{\partial\xi} = -\frac{\partial\phi}{\partial x}$ (i samsvar med (6.4)) kan denne relasjonen på samme måte som ved utledningen av (6.5) omformes til

$$(6.18)\quad G'(x_M) = Ep(x;\bar{x}) + \frac{h'(x_M)}{h(x_M)} \int_0^{\infty} p(x;\bar{x})(x-x_M)\ \phi(x;x_M,h(x_M))dx.$$

Vi kan legge merke til at det siste leddet på høyre side i (6.18) er negativt, slik at tilpassingen i dette tilfellet innebærer at $G'(x_M) < Ep(x;\bar{x})$: En positiv samvariasjon mellom varians og middelproduksjon i vannkraftsystemet tilsier altså at systemet bør dimensjoneres slik at langtidsgrensekostnaden er lavere enn forventet klareringspris. I tillegg til denne dimensjoneringsregelen gjelder fortsatt relasjon (5.7) som gir uttrykk for hvordan en gitt kapasitet bør utnyttes m.h.p. fastkraftsalget. I den situasjonen vi her drøfter gjelder altså

$$(6.19)\quad G'(x_M) < f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x_M - \bar{x}).$$

På grunnlag av (6.19) kan vi konkludere med at vi i dette avsnittet har pekt på to momenter som kan tilsi at langtidsgrensekostnaden skal være lavere enn fastkraftprisen i punktet for optimal produksjonskapasitet:

(i) en konveks kortsiktig etterspørselsfunksjon kombinert med en fallende etterspørselsrelasjon for fastkraft

(ii) en økende usikkerhet i vannkraftproduksjonen presisert ved relasjon (6.17).

Vi er interessert i hvilken effekt dette sistnevnte momentet isolert sett har for den optimale dimensjoneringen av vannkraftssystemet. En slik drøfting vil bli foretatt i tilknytning til den generelle annenordensapproksimasjonen til korttidsetterspørselskurven (6.10). Ved innsetting i (6.18) fås tilpassingsbetingelsen[1)]

$$(6.20)\quad G'(x_M) = Ep(x;\bar{x}) + (a + 2b(x_M-\bar{x}))hh' = Ep(x;\bar{x}) + p'(x_M;\bar{x})hh'.$$

Betydningen av sammenhengen mellom varians og middelproduksjon i vannkraftproduksjonen kan nå analyseres ved å spesifisere σ^2 som en lineær funksjon

$$(6.21)\quad \sigma^2 = h_o + h_1 x_M,\ h_o, h_1 > 0$$

og derivere tilpassingsbetingelsene (5.7) og (6.20) implisitt m.h.p. h_1 i punktet $h_1 = 0$. Ved å benytte (6.11) leder dette fram til

$$(6.22)\quad \begin{cases} \dfrac{dx_M}{dh_1} = \dfrac{bx_M f''(\bar{x})(x_M-\bar{x}) + p'(x_M)(f''(\bar{x})(x_M-\bar{x}) + p'(x_M) - f'(\bar{x}))}{H} \\[2ex] \dfrac{d\bar{x}}{dh_1} = \dfrac{bx_M(G''(x_M) - f'(\bar{x})) + p'(x_M)(p'(x_M) - f'(\bar{x}))}{H} \end{cases}.$$

1) For å komme fram til (6.20) har vi benyttet at tredjeordensmomentet i normalfordelingen er lik null.

Ved å betrakte disse uttrykkene ses lett at $\frac{d\bar{x}}{dh_1} < 0$. Videre følger det av relasjon (5.15) (2. ordensbetingelsen for optimalisering m.h.p. fastkraftsalget for gitt middelproduksjon) at $f''(\bar{x})(x_M-\bar{x}) < f'(\bar{x}) - p'(x_M)$. Dermed innser vi at med de forutsetninger vi har gjort er også $\frac{dx_M}{dh_1} < 0$. Vi kan altså konkludere med at en positiv avhengighet mellom variansen og middelproduksjonen innebærer et lavere nivå både på det optimale fastkraftsalg og middelproduksjon i forhold til en situasjon med konstant varians.

7. REDUKSJON AV USIKKERHET VED MAGASINERING

En måte å redusere eller tilpasse seg usikkerheten i et vannkraftsystem på er ved magasinering av vann; en hovedaktivitet i kraftforsyningen som ikke er eksplisitt behandlet i foregående avsnitt, men som vi nå skal analysere noe nærmere. Innledningsvis kan det være særlig grunn til å peke på at dette aspektet ved vannkraftproduksjonen ikke kan drøftes i sin fulle bredde innenfor den enkle modellen som vi har postulert ovenfor. Mye av grunnlaget for magasineringsaktiviteten skyldes at variasjoner i tilsiget gjennom året ikke er korrelert med variasjonene i effektetterspørselen. For å hindre at en betydelig del av vanntilsiget renner forbi kraftstasjonene i visse perioder av året bygges det følgelig magasiner av en viss størrelsesorden.

Ved å samle opp en større del av vanntilsiget i et bestemt avgrenset område vil en vanligvis oppnå at den midlere energiproduksjonen i systemet øker. I den statiske modellen vi arbeider innenfor ser vi bort fra variasjoner i tilsig og etterspørsel gjennom året. Vi skal videre forutsette at den samlede tunnel- og maskinkapasiteten i produksjonssystemet er dimensjonert så sterkt at energiproduksjonen alltid kan omsettes i sin helhet. Med en slik tolkning eller presisering av "vår modell" vil det ikke være noen fare for at "vann går til spille", og magasinering av vanntilsiget vil derfor ikke påvirke middelproduksjonen i vannkraftsystemet. Vi går altså ikke inn på problemer i tilknytning til tilpassing av effektkapasitet i vannkraftsystemet. En gitt øvre grense for effektkapasitet i systemet vil medføre at sannsynlighetsfordelingen for vannkraftproduksjon får en "avkortet" hale.

I tråd med drøftingen i foregående avsnitt vil dermed problemstillingen i det følgende avgrenses til å analysere hvordan bygging av magasiner kan virke til å redusere usikkerhet i vannkraftsystemet m.h.t. år til år variasjoner i nedbørs- og tilsigsforhold.

I relasjon til den modellen som er stilt opp i avsnittene foran vil magasineringsvirksomheten påvirke forbrukernes forventede nyttetap eller nyttegevinster. Vi vil i det følgende forutsette at myndighetenes strategi alltid innebærer akkumulering til randen av magasinet før salg i korttidsmarkedet og at en eventuell magasinreserve brukes opp før en går til leveringsinnskrenkinger (eventuelt ved tilbakekjøpsordninger). Strategien kan virke noe skjematisk, men den er ikke urimelig dersom det ikke er positiv autokorrelasjon i årlig tilsig.

Forbrukernes forventede nytte kan i så fall spesifiseres ved relasjonen

$$(7.1)\quad EU = \int_0^{\bar{x}} f(x)dx + \int_0^{\bar{x}-kM} \left(\int_{\bar{x}}^{x_p+kM} p(x;\bar{x})dx \right) \phi(x_p;x_M,\sigma)dx_p$$

$$+ \int_{\bar{x}+(1-k)M}^{\infty} \left(\int_{\bar{x}}^{x_p-(1-k)M} p(x;\bar{x})dx \right) \phi(x_p;x_M,\sigma)dx_p + f(\bar{x}) \cdot s(\bar{x};k).$$

I dette uttrykket må nå x_p tolkes som faktisk tilsig målt i energienheten kWh. Tilsiget er som tidligere en stokastisk størrelse med sannsynlighetstettshetsfunksjon $\phi(x_p;x_M,\sigma)$. M er et uttrykk for magasinets størrelse målt i kWh og k er vannivået i magasinet i utgangssituasjonen ($0 \leq k \leq 1$). $s(\bar{x};k)$ er et uttrykk for forventet endring i magasinet som funksjon av $\bar{x}$ og k og som et resultat av akkumuleringsstrategien nevnt ovenfor. $s(\bar{x};k)$ kan uttrykkes som følger

$$(7.2)\quad s(\bar{x};k) = (-kM) \int_0^{\bar{x}-kM} \phi(x_p)dx_p + \int_{\bar{x}-kM}^{\bar{x}+(1-k)M} (x_p-\bar{x})\, \phi(x_p)dx_p + (1-k)\, M \int_{\bar{x}+(1-k)M}^{\infty} \phi(x_p)dx_p.$$

Det andre leddet på høyre side i (7.1) er et uttrykk for forventet nyttetap ved leveringssvikt i en situasjon med muligheter for magasinering. Det innerste integralet gir nyttetapet som følger av et tilsig $x_p < \bar{x}$, under antagelsen om at en først benytter seg av den tilgjengelige vannmengden i magasinene, kM. Ved beregning av forventet tap er det av samme grunn bare relevant å inkludere verdier av x_p som tilhører intervallet $[0, \bar{x}-kM]$. Ved et liknende resonnement framgår det at det tredje leddet i (7.1) er et uttrykk for forventet nyttegevinst ved "overproduksjon" med de forutsetninger vi nå har gjort. Det siste leddet gir uttrykk for nytten (verdien) av magasinendringen. Med utgangspunkt i uttappings-/fyllingsstrategien nevnt ovenfor har vi på et reint intuitivt grunnlag forutsatt at denne "vannverdien" blir vurdert til fastkraftprisen.

Problemstillingen for myndighetene antas fortsatt å være maksimering av forbrukernes nettovelferd (EU fratrukket totale utbyggingskostnader), m.h.p. de variable de har rådighet over. Vi vil imidlertid begrense drøftingen i dette avsnittet til kun å omfatte en drøfting av hvordan muligheten for magasinering av vanntilsiget påvirker kapasitetsutnyttingsproblemet, dvs. tilpassingen av optimalt fastkraftsalg ved gitt produksjonskapasitet. x_M og M kan dermed betraktes som gitte størrelser. Videre kan nivået i magasinet antas å være gitt fra forrige periode, og dermed oppfattes som en predeterminert størrelse i optimaliseringen.

Det må innledningsvis også understrekes at de resultater som utledes i det følgende ikke uten videre kan sammenliknes eller settes opp mot de resultater som ble utledet i avsnitt 5. Usikkerheten i systemet, representert ved en bestemt sannsynlighetsfordeling, refererer seg i det ene tilfellet til selve kraftproduksjonen og i det andre tilfellet til vanntilsiget. Noe av poenget med å bygge ut en viss magasinkapasitet er nettopp å redusere variasjonene i kraftproduksjonen. Parameteren σ i tetthetsfunksjon ϕ vil være identisk i de to tilfellene hvis drøftingen i avsnitt 5 presiseres til en analyse av tilpassingen i en hypotetisk situasjon uten muligheter for magasinering. Men en like naturlig og mer realistisk tolkning av problemstillingen i avsnitt 5 vil være å anta at det i den "gitte produksjonskapasiteten" også er inkludert en viss magasinstørrelse. De konklusjoner vi der kom fram til er dermed ikke (nødvendigvis) rokket av drøftingen i dette siste avsnittet, som snarere kan betraktes som en mer detaljert analyse av hvordan eksistensen av magasiner isolert sett påvirker tilpassingen av det optimale fastkraftsalget.

På samme måte som i avsnitt 5 er altså myndighetenes oppgave å tilpasse fastkraftsalget slik at den forventede nytten hos forbrukerne, gitt ved (7.1), blir størst mulig.

Ved å derivere (7.1) m.h.p. $\bar{x}$ fås førsteordensbetingelsen

$$(7.3)\quad \frac{\partial EU}{\partial \bar{x}} = f(\bar{x}) + f'(\bar{x}) \cdot (x_M-\bar{x}) - \int_0^{\bar{x}-kM} p(x_p+kM;\bar{x})\, \phi(x_p)dx_p - \int_{\bar{x}+(1-k)M}^{\infty} p(x_p-(1-k)M;\bar{x})\, \phi(x_p)dx_p + f(\bar{x}) \frac{ds(\bar{x};k)}{d\bar{x}} .$$

Fra (7.2) finner vi lett ut

$$(7.4)\quad \frac{ds(\bar{x};k)}{d\bar{x}} = \int_{\bar{x}-kM}^{\bar{x}(1-k)M} \phi(x_p)dx_p$$

og betingelsen for optimalt fastkraftsalg blir dermed:

$$(7.5)\quad f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x_M-\bar{x}) = \int_0^{\bar{x}-kM} p(x_p+k_M;\bar{x})\, \phi(x_p)dx_p + f(\bar{x}) \int_{\bar{x}-kM}^{\bar{x}+(1-k)M} \phi(x_p)dx_p + \int_{\bar{x}+(1-k)M}^{\infty} p(x_p-(1-k)M;\bar{x})\, \phi(x_p)dx_p.$$

Vi kan tolke (7.5) i relasjon til tilpassingsbetingelsen uten magasinering (5.7) ved at magasineringsstrategien har transformert korttidsetterspørselsfunksjonen $p(x;\bar{x})$ til en funksjon $\tilde{p}(x;\bar{x})$ der

$$(7.6)\quad \tilde{p}(x;\bar{x}) = \begin{cases} p(x+k_M;\bar{x}) & x \leq \bar{x} - kM \\ f(\bar{x}) & \bar{x} - kM \leq x \leq \bar{x} + (1-k)M \\ p(x-(1-k)M;\bar{x}) & x \geq \bar{x} + (1-k)M \end{cases}$$

(7.5) kan skrives analogt med (5.7) som

$$(7.7)\quad E\tilde{p} = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x_M-\bar{x})$$

$E\tilde{p}$ kan ifølge (7.5) og (7.6) tolkes som en transformert forventet klareringspris.

I resonnementet ovenfor er altså magasinutnyttingskoeffisienten, k, betraktet som en konstant i maksimeringen. Det er klart at dette innfører en viss vilkårlighet i analysen, og en sammenlikning av resultatet (7.7) med en situasjon uten muligheter for magasinering vil være avhengig av størrelsen på k. For dette formål skal vi i det følgende anta at k har en slik verdi, k^*, at forventet endring i magasinet er lik null. Dette innebærer at k^* blir en funksjon av $\bar{x}$ bestemt av

$$(7.8)\quad s(\bar{x};k^*) = 0.$$

(7.8) kan altså oppfattes som en likevektsbetingelse som innebærer at forventet magasinfylling i en periode er lik det realiserte nivået på magasinet i foregående periode.

Ved jamføring av relasjon (7.5) med tilpassingsbetingelsen uten magasinering (5.7) skal vi først se på tilfellet hvor $p(x;\bar{x})$ er lineær, dvs.

$$(7.9)\quad p(x;\bar{x}) = f(\bar{x}) + a(x-\bar{x}).$$

Vi får da lett at

$$(7.10)\quad E\tilde{p}(x;\bar{x}) = Ep(x;\bar{x}) - s(\bar{x};k).$$

Følgelig har vi at

$$(7.11)\quad E\tilde{p}(x;\bar{x}) = Ep(x;\bar{x}) \text{ for } k = k^*.$$

Ved lineær korttidsetterspørsel vil optimalt fastkraftvolum i vår modell ikke bli påvirket av magasineringsmuligheter. Fordelen ved magasineringsmulighetene kommer i dette tilfellet bare til uttrykk ved redusert varians om $\bar{x}$ i den omsatte kraftmengde som kan uttrykkes ved

$$(7.12)\quad \tilde{\sigma}^2_{\bar{x}} = \int_0^{\bar{x}-k^*M} (x_p+k^*M-\bar{x})^2\phi(x_p)dx_p + \int_{\bar{x}-k^*M}^{\bar{x}+(1-k^*)M} (\bar{x}-\bar{x})^2\,\phi(x_p)dx_p + \int_{\bar{x}+(1-k^*)M}^{\infty} (x_p-(1-k^*)M-\bar{x})^2\,\phi(x_p)dx_p$$

$$= \sigma^2_{\bar{x}} - \sigma^2_M - 2\zeta\sigma_M\tilde{\sigma}_{\bar{x}} \qquad \zeta > 0$$

der $\sigma^2_{\bar{x}}$ er bruttovariansen om $\bar{x}$ av kraftproduksjonen, dvs. $\sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2 + (x_M-\bar{x})^2$, og σ^2_M er variansen for tilveksten i magasinet. ζ er korrelasjonskoeffisienten for magasintilvekst og tilførsel til korttidsmarkedet og er åpenbart positiv.

Nyttegevinsten av magasinet kan i dette tilfellet beregnes som differensen mellom forventet nytte (med $k=k^*$) med magasin, EU_M, ifølge (7.1) og forventet nytte uten magasin, EU_U, ifølge (5.1).

Vi får

$$(7.13)\quad EU_M - EU_U = \int_0^{\bar{x}-k^*M} \int_{x_p}^{x_p+k^*M} p(x;\bar{x})dx\ \phi(x_p)dx_p - \int_{\bar{x}-k^*M}^{\bar{x}+(1-k^*)M} \int_{\bar{x}}^{x_p} p(x;\bar{x})dx\ \phi(x_p)dx_p -$$

$$- \int_{\bar{x}+(1-k^*)M}^{\infty} \int_{x_p-(1-k^*)M}^{x_p} p(x;\bar{x})\phi(x_p)dx_p$$

$$= \tfrac{1}{2}p'(\tilde{\sigma}_{\bar{x}}^2 - \sigma_{\bar{x}}^2) \quad .$$

Nyttegevinsten er altså proporsjonal med reduksjonen i variansen om $\bar{x}$ og større jo brattere korttidsetterspørselskurven er.

Vi skal til slutt vise at når korttidsetterpørselen er konveks, vil magasineringsmuligheter også medføre at optimalt fastkraftvolum øker. I det følgende lar vi $\bar{x}$ være optimalt fastkraftvolum uten magasineringsmuligheter. Vi skal vise at $E\tilde{p}(x;\bar{x}) < Ep(x;\bar{x})$. Annenordensbetingelsen for optimum medfører da at optimalt fastkraftvolum må økes forat (7.8) skal bli oppfylt.

$$(7.14)\quad E\tilde{p}(x;\bar{x}) - Ep(x;\bar{x}) = \int_0^{\bar{x}-k^*M} (p(x_p+k^*M;\bar{x}) - p(x_p;\bar{x}))\ \phi(x_p)dx_p - \int_{\bar{x}-k^*M}^{\bar{x}+(1-k^*)M} g(x_p;\bar{x})\phi(x_p)dx_p$$

$$+ \int_{\bar{x}+(1-k^*)M}^{\infty} (p(x_p-(1-k^*)M;\bar{x}) - p(x_p;\bar{x}))\ \phi(x_p)dx_p.$$

Vi betegner $p'(\bar{x};\bar{x})$ som b. Når $p(x;\bar{x})$ er konveks innebærer dette følgelig at

$$(7.15)\quad p'(x;\bar{x}) \begin{cases} \leq b & x < \bar{x} \\ \geq b & x > \bar{x} \end{cases}$$

og videre at

$$(7.16)\quad p(x;\bar{x}) \geq p(\bar{x};\bar{x}) + b(x-\bar{x}).$$

Vi benytter sekantsetningen på (7.14) og får

$$(7.17)\quad E\tilde{p}(x;\bar{x}) - Ep(x;\bar{x}) \leq \int_0^{\bar{x}-k^*M} k^*Mb\ \phi(x_p)dx_p - \int_{\bar{x}-k^*M}^{\bar{x}+(1-k^*)M} g(x_p;\bar{x})\ \phi(x_p)dx_p$$

$$- \int_{\bar{x}+(1-k^*)M}^{\infty} (1-k^*)Mb\ \phi(x_p)dx_p.$$

Ved å benytte at $s(\bar{x};k^*) = 0$ får vi videre at

$$(7.18)\quad E\tilde{p}(x;\bar{x}) - Ep(x;\bar{x}) \leq \int_{\bar{x}-k^*M}^{\bar{x}+(1-k^*)M} [b(x_p-\bar{x}) - g(x_p;\bar{x})]\ \phi(x_p)dx_p.$$

$$\leq 0.$$

Med dette er det altså vist at magasineringsmuligheter gir nyttegevinst pga. lavere varians i omsatt kraftvolum og fordi optimalt fastkraftvolum normalt vil bli større. Resonnementet her bygger på forutsetningen, som nevnt innledningsvis, at kraftmengden - målt ved x_p - ikke er påvirket av magasinets størrelse. En tredje fordel ved magasinering vil imidlertid i alminnelighet være at en større del av vanntilsiget kan utnyttes i kraftproduksjonen.

I dette avsnittet har vi betraktet både årlig middelproduksjon og magasinvolumet som konstant. Analysen kan imidlertid enkelt utvides til å omfatte simultan optimal bestemmelse av fastkraftvolum, årlig middelproduksjon og magasinvolum.

8. GEVINSTER VED SAMKJØRING

Modellene behandlet foran beskriver tilpassing i et vannkraftsystem. Flere slike systemer kan tenkes å eksistere samtidig. Produksjonsmulighetene gitt ved vanntilsig og topografiske forhold vil være fordelt mellom systemene ved hjelp av konsesjoner o.a. Markedet for avsetning av kraft kan på en tilsvarende måte være fordelt på systemene etter regionale eller andre kjennetegn, men markedet kan også tenkes å være felles for to eller flere vannkraftsystemer.

Med samkjøring av to eller flere vannkraftsystemer menes at drift og eventuelt også utbygging foretas som om det dreide seg om ett vannkraftsystem. I praksis kan flere produksjonsenheter være samordnet, men i mindre grad enn det perfekt samkjøring tilsier. Begrensninger av teknisk, institusjonell og administrativ art kan stille seg hindrende i veien for perfekt samkjøring. Vi skal i det følgende se bort fra slike begrensninger i et forsøk på å gi uttrykk for gevinster ved samkjøring med utgangspunkt i de samfunnsmessige nyttebetraktninger som vi tidligere har anvendt. For dette formålet skal vi sammenlikne tilpassingen og resultat for to vannkraftsystemer uten og med samkjøring. Vi skal forutsette at tilpassingen i de to vannkraftsystemer er slik at fastkraftprisen er den samme i utgangssituasjonen. For å forenkle framstillingen skal vi i dette avsnittet holde oss til det lineære tilfellet for korttidsetterspørselskurven, hvor det forholdsvis greit lar seg gjøre å komme fram til et eksplisitt uttrykk for samkjøringsgevinsten.

Med den notasjon vi har innført tidligere kan tilpassingen ved gitt produksjonskapasitet skrives:

$$(8.1) \qquad f_i'(\bar{x}_i)(x_{Mi} - \bar{x}_i) = E_i g_i(x_i;\bar{x}) \qquad i=1,2.$$

Notasjonen E_i betyr forventning med sannsynlighetstetthet $\phi_i(x_i;x_{Mi},\sigma_i)$. For enkelthets skyld skal vi forutsette at produksjonen er normalfordelt, dvs. at x_{pi} er normalfordelt med forventning x_{Mi} og varians σ_i^2. Da følger at produksjonen i det samkjørte system er normal med forventning $x_M = x_{M1} + x_{M2}$ og varians $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2\rho$, der ρ er korrelasjonskoeffisienten for produksjon i de to systemene.

I tilfellet med lineære korttidsetterspørselsfunksjoner kan vi altså skrive

$$(8.2) \qquad g_i(x_i;\bar{x}_i) = a_i(x_i - \bar{x}_i) \quad a_i < 0 \qquad i=1,2\ .$$

Den aggregerte korttidsetterspørselsfunksjonen vil også være lineær og kan skrives

$$(8.3) \qquad g(x;\bar{x}) = a(x - \bar{x})$$

der $\frac{1}{a} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}$.

I det lineære tilfellet gir den optimale tilpassing

$$(8.4) \qquad \bar{x}_i = x_{Mi}.$$

Fastkraftpotensialet i det samkjørte system blir

$$(8.5)\quad \bar{x} = x_M = x_{M1} + x_{M2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2.$$

Altså ingen samkjøringsgevinst i form av større fastkraftpotensial. Samkjøring kan likevel gi fordeler. Vi skal se på uttrykket for den samfunnsmessige nytte med (EV_2) og uten (EV_1) samkjøring.

$$(8.6)\quad \begin{aligned} EV_1 &= \int_0^{\bar{x}_1} f_1(x_1)dx_1 + \int_0^{\bar{x}_2} f_2(x_2)dx_2 + \int\int_{o\bar{x}_1}^{\infty x_{p1}} (\bar{p}+g_1(x_1;\bar{x}_1))dx_1\phi_1(x_{p1})dx_{p1} + \\ &+ \int\int_{o\bar{x}_2}^{\infty x_{p2}} (\bar{p}+g_2(x_2;\bar{x}_2))dx_2\phi_2(x_{p2})dx_{p2}. \end{aligned}$$

$$(8.7)\quad EV_2 = \int_0^{\bar{x}} f(x)dx + \int\int_{o\bar{x}}^{\infty x_p} (\bar{p}+g(x;\bar{x}))dx\phi(x_p)dx_p.$$

Vi får

$$(8.8)\quad EV_2 - EV_1 = \tfrac{1}{2}(a\sigma^2 - a_1\sigma_1^2 - a_2\sigma_2^2) = \tfrac{1}{2}\,\frac{a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2 - 2a_1\sigma_1a_2\sigma_2\rho}{-(a_1+a_2)}.$$

Nyttegevinsten er større jo lavere korrelasjonen er. Selv ved full korrelasjon ($\rho = 1$) er nyttegevinsten positiv, med mindre $a_1\sigma_1 = a_2\sigma_2$, dvs. at de etterspørselsveide standardavvikene er identiske . Vi ser videre at nyttegevinsten øker med variansene og med brattheten av etterspørselskurvene.

I det lineære tilfellet finner vi altså at samkjøring ikke gir større fastkraftpotensial, men samkjøring vil likevel gi gevinst ved at det samkjørte systemet får mindre varians enn summen av variansene i de to delsystemene og derfor relativt sett mindre omsetning i korttidsmarkedet. Endelig vil aggregering av korttidskurvene innebære en "flatere" etterspørselskurve. Vår forutsetning om samme fastkraftpris i utgangssituasjonen innebærer at vi har sett bort fra de potensielle samkjøringsgevinster som ligger i overgang til et marked med prishomogenitet, noe som normalt vil gi en nyttemessig gevinst.

9. KONKLUSJONER

I dette arbeidet har vi forsøkt å analysere noen sentrale problemstillinger ved utbygging og kapasitetsutnytting av et vannkraftsystem. Analysen er rent teoretisk, men orientert mot å oppnå empirisk tolkbare konklusjoner. En tallfesting av innholdet i konklusjonene vil måtte kreve en omfattende empirisk analyse og trolig også en utvidelse av den teoretiske modellen skissert i arbeidet.

Den teoretiske analysen bygger på en rekke forenklede forutsetninger både i virkelighetsbeskrivelsen og om de funksjonelle sammenhenger som er postulert. Det er sett bort fra variasjoner i produksjon og etterspørsel innen året, og beskrivelsen av markedet for fastkraft og tilfeldig kraft er sterkt forenklet, bl.a. er det ikke skilt mellom ulike grupper av etterspørrere.

Det viktigste formålet med analysen er å få tatt eksplisitt hensyn til usikkerheten i vannkraftproduksjon på en mer tilfredsstillende måte enn ved påplussing av usikkerhetsmarginer e.l. De innledende avsnitt skisserer begreper og innhold i den teoretiske modellen. I avsnitt 5 drøftes kapasitetsutnyttingsproblemet, dvs. hvor store fastkraftforpliktelser det er samfunnsøkonomisk optimalt å inngå ved et gitt produksjonsnivå når det tas hensyn til forventet samfunnsmessig kostnad av avvik mellom det fastsatte fastkraftvolum og faktisk produksjon bestemt av tilsiget i det enkelte år. Det vises hvordan de optimale fastkraftforpliktelser - fastkraftpotensialet - avhenger av egenskaper ved etterspørselskurven for fastkraft og ved korttidsetterspørselskurven som uttrykker såvel avsavns- og rasjoneringskostnader som verdien av tilfeldig kraft. En hovedkonklusjon er at fastkraftpotensialet er mindre desto mindre elastisk etterspørselen etter fastkraft er og desto mer konveks korttidsetterspørselskurven er, eks. jo høyere avsavns- og rasjoneringskostnadene i korttidsmarkedet er. Disse intuitivt rimelige resultatene er nærmere presisert og drøftet i avsnitt 5.

I avsnitt 6 drøftes dimensjoneringsproblemet, dvs. hvor stor kraftforsyningskapasitet som bør bygges ut for å dekke etterspørselen. Det er her utledet hva en optimal tilpassing leder til når det gjelder sammenhengen mellom langstidsgrensekostnad, fastkraftetterspørsel og egenskaper ved korttidsetterspørselen. Det er her bl.a. vist at hvis den optimale tilpassing tilsier at systemet skal ha en overkapasitet ved at midlere produksjonsevne er større enn fastkraftpotensialet, så skal fastkraftetterspørselen være tilpasset en pris som er høyere enn langtidsgrensekostnaden og desto høyere jo mindre elastisk etterspørselen etter fastkraft er. Det er også vist i avsnittet at større stokastisk variasjon i produksjon innebærer samfunnsmessig nyttetap og trekker den optimale tilpassing i retning av lavere produksjonsnivå og lavere fastkraftpotensial. Nytten av å redusere usikkerheten i produksjonen er således åpenbar. Effektiv bruk av magasiner og samkjøring kan bidra til dette. I avsnitt 7 og 8 er det sett på noen sider ved henholdsvis magasinering og samkjøring.

Hensikten med dette arbeidet har først og fremst vært å klargjøre visse teoretiske sammenhenger. Det er utvilsomt behov for mer inngående undersøkelser av teoretisk art, men framfor alt er det ønskelig med empiriske studier. Den samfunnsmessige betydning av de problemstillinger som er drøftet i rapporten er meget stor. Arbeidet har i særlig grad pekt på betydningen av bedre kunnskap om etterspørselsforhold. Disse spiller en stor rolle for den optimale tilpassing. Det er kanskje særlig grunn til å understreke korttidsetterspørselens betydning, fordi kunnskapen om denne er mest mangelfull. Avsavns- og rasjoneringskostnader spiller her en stor rolle. Hvis disse vurderes for høyt innebærer det underutnytting av produksjonsevnen i vannkraftsystemet, eller, sett fra en annen synsvinkel, at det overinvesteres for å dekke en "gitt fastkraftetterspørsel". I planleggingen av det norske kraftforsyningssystemet benyttes det, som nevnt i avsnitt 4, en "straffekurve" som gir anslag på de samfunnsøkonomiske konsekvensene av energisvikt. Det er grunn til å peke på at den korttidsetterspørsel som i prinsippet kan avledes av en slik "straffekurve" må kunne karakteriseres som svært konveks.

Referanser

Fagerberg, A.O. (1979): Prinsippiellt grunnlag for økonomisk evaluering og optimal utforming av vannkraftprosjekter. Notat fra NVE-Elektrisitetsdirektoratet, 15. mai 1979.

Johansen, L. (1967): Investeringskriterier fra et samfunnsøkonomisk synspunkt. Planleggingsavdelingen, Finansdepartementet, 1967.

Malinvaud, E. (1972): Lectures on Microeconomic Theory. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1972.

Marglin, S.A. (1963): Approaches to dynamic investment planning. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1963.

Rødseth, A. (1975): Vurdering av investeringar i kraftforsyning. Memorandum fra Sosialøkonomisk Institutt, 7. mai 1975.

Strøm, S. (1979): Elektrisitetsøkonomi. Memorandum fra Sosialøkonomisk Institutt, 20. september 1979.

Tørrårskomiteen (1969): Rapport fra studiegruppen for tørrårssikring, Oslo, januar 1969.

Utkommet i serien Rapporter fra Statistisk Sentralbyrå (RAPP) - ISSN 0332-8422

Trykt 1980

Nr. 80/1 Svein Longva, Lorents Lorentsen and Øystein Olsen: Energy in a Multi-Sectoral Growth Model Energi i en flersektors vekstmodell ISBN 82-537-1082-8

" 80/2 Viggo Jean-Hansen: Totalregnskap for fiske- og fangstnæringen 1975 - 1978 ISBN 82-537-1080-1

" 80/3 Erik Biørn og Hans Erik Fosby: Kvartalsserier for brukerpriser på realkapital i norske produksjonssektorer ISBN 82-537-1087-9

" 80/4 Erik Biørn and Eilev S. Jansen: Consumer Demand in Norwegian Households 1973 - 1977 A Data Base for Micro-Econometrics ISBN 82-537-1086-0

" 80/5 Ole K. Hovland: Skattemodellen LOTTE Testing av framskrivingsmetoder ISBN 82-537-1088-7

" 80/6 Fylkesvise elektrisitetsprognoser for 1985 og 1990 En metodestudie ISBN 82-537-1091-7

" 80/7 Analyse av utviklingen i elektrisitetsforbruket 1978 og første halvår 1979 ISBN 82-537-1129-8

" 80/8 Øyvind Lone: Hovedklassifiseringa i arealregnskapet ISBN 82-537-1104-2

" 80/9 Tor Bjerkedal: Yrke og fødsel En undersøkelse over betydningen av kvinners yrkesaktivitet for opptreden av fosterskader Occupation and Outcome of Pregnancy ISBN 82-537-1111-5

" 80/10 Statistikk fra det økonomiske og medisinske informasjonssystem Alminnelige somatiske sykehus 1978 ISBN 82-537-1119-0

" 80/12 Torgeir Melien: Ressursregnskap for jern ISBN 82-537-1138-7

" 80/15 Den statistiske behandlingen av oljevirksomheten ISBN 82-537-1150-6

" 80/16 Ådne Cappelen, Eva Ivås og Paal Sand: MODIS IV Detaljerte virkningstabeller for 1978 ISBN 82-537-1142-5

" 80/21 Olav Bjerkholt og Øystein Olsen: Optimal kapasitet og fastkraftpotensial i et vannkraftsystem ISBN 82-537-1154-9

Pris kr 9,00

Publikasjonen utgis i kommisjon hos H. Aschehoug & Co. og Universitetsforlaget, Oslo, og er til salgs hos alle bokhandlere.

ISBN 82-537-1154-9
ISSN 0332-8422