

RAPPORTER

83/II

**ETTERSPØRSELSFUNKSJONER FOR
ARBEIDSKRAFT, ENERGI OG
VAREINNSATS**

EN MODAG-RAPPORT

AV
ØYSTEIN OLSEN

**STATISTISK SENTRALBYRÅ
CENTRAL BUREAU OF STATISTICS OF NORWAY**

RAPPORTER FRA STATISTISK SENTRALBYRÅ 83/11

ETTERSPØRSELSFUNKSJONER FOR ARBEIDSKRAFT, ENERGI OG VAREINNSATS

EN MODAG-RAPPORT

AV
ØYSTEIN OLSEN

STATISTISK SENTRALBYRÅ
OSLO — KONGSVINGER 1983

ISBN 82-537-1935-3
ISSN 0332-8422

EMNEGRUPPE
Økonomisk og statistisk
teori og analyse

STIKKORD
Økonomiske modeller

FORORD

I Statistisk Sentralbyrå pågår det arbeid med å videreutvikle den makroøkonomiske modellen MODAG. I denne rapporten presenteres en versjon av modellen, som er utvidet med etterspørselsfunksjoner for arbeidskraft, energi og vareinnsats avledet fra den spesifiserte produksjonsstrukturen i MSG-modellen.

Rapporten drøfter den teoretiske bakgrunnen for de spesifiserte etterspørselsrelasjonene og gir en dokumentasjon av hvordan den utvidede modellversjon er etablert i programsystemet TROLL. Den empiriske betydningen av de innførte relasjoner blir belyst ved å studere avledede etterspørselselastisiteter. Dessuten foretas en sammenligning av beregningsresultater fra den utvidede modellversjon og grunnversjonen av MODAG.

Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 17. mai 1983

Arne Øien

INNHold

	Side
1. Innledning	7
2. Teoretisk bakgrunn	8
2.1. Generell formulering	8
2.2. Nærmere om sammenhengen mellom den kortsiktige og langsiktige produksjonstilpasningen	10
2.3. En kortsiktig kostnadsfunksjon avledet fra en langsiktig GL-kostnadsfunksjon	11
2.4. Noen merknader om estimering av koeffisientene i produksjonsstrukturen	13
2.5. Teknisk framgang og kapasitetsutnytting	13
3. En dokumentasjon av MODAG P1	15
4. En sammenligning av MODAG P1 og MODAG M	19
5. Sammenhengen mellom kortsiktige og langsiktige pris- og skalaelastisiteter	25
Vedlegg:	
Etablering av ligningssystem og modellgrunnlag for MODAG P1	35
Referanser	38
Utkommet i serien Rapporter fra Statistisk Sentralbyrå (RAPP)	39

1. INNLEDNING*)

En grunnversjon av den makroøkonomiske modellen MODAG forelå operasjonell høsten 1980. Som beskrevet i Cappelen, Garaas og Longva (1981) er denne første utgaven av MODAG intet annet enn en aggregert utgave av MODIS IV, i den forstand at balanse- og definisjonsligninger og adferdsrelasjoner i de to modellene prinsipielt sett er de samme. Et viktig formål med konstruksjonen av en "aggregert MODIS-versjon" er imidlertid at en slik modellramme vil muliggjøre utprøving og innarbeiding av nye relasjoner som det på teoretisk grunnlag er grunn til å anta er i virksomhet i økonomien, dvs. endogenisere grupper av variable som nå fastlegges eksogent i MODIS/MODAG. En utvikling av modellrammen i retning av mer endogenisering er trolig særlig viktig når MODAG benyttes til analyser på mellomlang sikt (5-6 år), hvor sammenhenger mellom ulike variable i mindre grad vil være "låst" enn på helt kort sikt (1-2 år).

Ett område hvor det har vært ansett som viktig å komme fram til en mer generell og fleksibel spesifisering i MODAG er produksjonsstruktur og produksjonstilpasning. I MODAG kan produksjonsstrukturen grovt sett karakteriseres på følgende måte:

- (i) Det er forutsatt faste forhold mellom innsatsen av de ulike varer og bruttoproduksjonen.
- (ii) Arbeidsproduktiviteten (forholdet mellom bruttoproduksjonen og sysselsettingen) fastlegges eksogent.
- (iii) Investeringene (og dermed kapitalbeholdningene i produksjonssektorene) gis eksogent.

Bruttoproduksjonen og vareinnsats i de ulike sektorer blir etterspørselsbestemt i kvantumsdelen av modellen. Den gitte produktivitetsutviklingen sammen med produksjonsutviklingen i de ulike sektorer bestemmer sysselsettingsutviklingen, mens det ikke er noen bånd mellom kapitalbeholdning og produksjonskapasitet.

For mange formål er en slik stiv og mangelfullt spesifisert produksjonsstruktur klart utilfredsstillende. Spesielt når MODAG-modellen benyttes til simulering 4-5 år fram i tid vil det være viktig både å innarbeide relasjoner som beskriver endringer i forholdet mellom faktorinnsats og produksjon og sørge for konsistens mellom kapitalakkumulasjon og produksjon og annen faktorbruk i de ulike sektorer.

I Byrået har det i det siste vært arbeidet med flere mulige formuleringer av produksjonsstruktur i MODAG. Ett opplegg tar sikte på å innføre arbeidskraftrelasjoner i modellen med utgangspunkt i en analyse av sammenhengen mellom sysselsetting og produksjon i industrisektorer utført av Bergland og Cappelen (1981). Et sentralt element i dette opplegget er en hypotese om at det på kort sikt er tregheter i tilpasningen av antall sysselsatte, bl.a. som en følge av "hiring og firing costs". De beregninger som er foretatt tyder på at det på kort sikt er et tiltakende utbytte i sammenhengen mellom produksjon og antall sysselsatte, dvs. at det gjennomgående er større variasjoner i produksjonen enn i antall ansatte. I engelsk terminologi tas dette ofte som en indikasjon på såkalt "labour hoarding". For en del industrisektorer er sammenhengen mellom sysselsetting og produksjon antatt å være avhengig av kapasitetsutnyttningen. Arbeidskraftrelasjoner av denne typen er nylig implementert i en egen MODAG-versjon.¹⁾

En alternativ spesifisering av produksjonsstruktur i MODAG bygger på de produksjonssammenhenger i form av kostnadsfunksjoner som allerede er estimert og innarbeidet i MSG-4. Som beskrevet bl.a. i Longva, Lorentsen og Olsen (1980) er dette statiske, nyklassiske kostnadsfunksjoner av typen Generalisert Leontief som gir muligheter for substitusjon mellom de spesifiserte innsatsfaktorene realkapital, arbeidskraft, energi og annen vareinnsats. Som vi skal komme nærmere tilbake til nedenfor er det med utgangspunkt i disse funksjonene også mulig å avlede eksplisitte relasjoner for tilpasningen i en situasjon hvor produsentene oppfatter kapitalmengden som eksogent gitt. De tilhørende etterspørselsfunksjoner for de øvrige, "variable" innsatsfaktorer kan dermed forholdsvis enkelt kobles sammen med grunnstrukturen i MODAG (hvor som sagt investeringer gis eksogent) og benyttes til å endogenisere vareinnsats- og arbeidskraftkoeffisienter i modellen.

*) Adne Cappelen, Petter Frenger og Svein Longva takkes for nyttige råd og kommentarer til dette arbeidet.

1) I denne modellversjonen, som foreløpig er kalt MODAG A, er det i tillegg til sysselsettingsrelasjoner spesifisert eksportrelasjoner, importandelsrelasjoner, lagerrelasjoner og mer generelle prisrelasjoner.

Denne rapporten redegjør for det metodiske grunnlaget for den sistnevnte modellspefifikasjonen, og inneholder dessuten en dokumentasjon av den resulterende modellvarianten.¹⁾ I neste kapittel vil vi gå nærmere inn på den teoretiske bakgrunnen for de relasjoner som er innarbeidet i denne modellen, og vise hvordan "kortsiktige etterspørselsfunksjoner" (med realkapitalen gitt) kan avledes fra "langtidsfunksjonene" i MSG-4. Kapittel 3 inneholder en forholdsvis kortfattet dokumentasjon av hvordan disse "nye" relasjonene knyttes til MODAG-modellen. I kapittel 4 gis en nærmere drøfting av forskjellen i økonomisk innhold mellom grunnversjonen av MODAG (MODAG M) og den utvidede modellen (MODAG P1), blant annet i form av en presentasjon og jamføring av simuleringsresultater fra de to modellvariantene. Kapittel 5 inneholder en presentasjon av "kortsiktige" og "langsiktige" pris- og skalaelasticiteter avledet fra henholdsvis MODAG P1 og MSG-4. Som vedlegg er tatt med en dokumentasjon av hvordan MODAG P1 er implementert i TROLL.

2. TEORETISK BAKGRUNN

2.1. Generell formulering

I MSG-4 er det på implisitt form (dvs. i form av kostnadsrelasjoner) spesifisert et sett med produktfunksjoner av følgende generelle type:

$$(1) \quad X = F(V_1, \dots, V_n, K)$$

hvor

X er produktmengde

K er realkapitalbeholdning, og

V_1, \dots, V_n betegner innsats av andre produksjonsfaktorer.

Funksjonen F antas å være kvasikonkav i det aktuelle variasjonsområdet for innsatsfaktorene og ha kontinuerlige 1. og 2. deriverte.

Produsentene forutsettes å minimere totale produksjonskostnader, gitt ved

$$(2) \quad C = \sum_{i=1}^n P_i V_i + P_K K$$

hvor P_1, \dots, P_n, P_K angir faktorpriser,

med sikte på å produsere et bestemt produksjonskvantum og under hensyntagen til at (1) gjelder. Denne adferden impliserer en kostnadsfunksjon av typen

$$(3) \quad C = C(P_1, \dots, P_n, P_K, X)$$

med tilhørende faktoretterspørselsfunksjoner

$$(4) \quad V_i = \frac{\partial C}{\partial P_i} = f_i(P_1, \dots, P_n, P_K, X) \quad i = 1, \dots, n$$

$$(5) \quad K = \frac{\partial C}{\partial P_K} = f_K(P_1, \dots, P_n, P_K, X)$$

¹⁾ I den interne sjargong kalles denne modellversjon MODAG P1, mens den opprinnelige MODAG, som bortsett fra aggregeringsnivået er svært lik MODIS-modellen, kalles MODAG M.

Den adferden som er beskrevet ovenfor omfatter altså også investeringsbeslutninger, dvs. at produsentene tilpasser nivået på sine kapitalbeholdninger på ethvert tidspunkt simultant med tilsettingen av andre innsatsfaktorer. Videre forutsettes det i dette skjemaet momentan tilpasning av alle variable. Disse særtrekkene, med marginal tilpasning av alle innsatsfaktorer, innebærer at modellen i første rekke er egnet til å beskrive en langsiktig likevektsløsning, som ofte er den tolkning som knyttes til utviklingsbaner beregnet ved MSG-modellen. I det følgende vil (3)-(5) betegnes som langsiktige relasjoner.

Som antydnet innledningsvis er det imidlertid ikke disse langsiktige funksjonene som er brukt til å beskrive faktoreterspørselsfunksjonene i MODAG P1. De etterspørselsfunksjoner som er implementert i denne modellen er derimot avledet fra en tilsvarende optimalisering som ovenfor, men med tilleggsrestriksjonen om at kapitalbeholdningen oppfattes som gitt ved marginaltilpasningen av de øvrige innsatsfaktorene. Mer presist bygger spesifikasjonen i MODAG P1 på en antagelse om at produsentene minimerer "variable" produksjonskostnader definert ved

$$(6) \quad C^* = \sum_{i=1}^n P_i V_i$$

med (1) som bibetingelse, hvor altså både X og K tas som gitt. Denne tilpasningen leder fram til kostnadsfunksjonen

$$(7) \quad C^* = G(P_1, \dots, P_n, K, X),$$

og etterspørselsfunksjonene

$$(8) \quad V_i = \frac{\partial G}{\partial P_i} = g_i(P_1, \dots, P_n, K, X) \quad i = 1, \dots, n$$

Det er relasjoner av typen (8) som er benyttet til å endogenisere faktorinnsats i MODAG P1.

Relasjonene (7) og (8) karakteriseres ofte som kortsiktige kostnads- og etterspørselsfunksjoner (jfr. for eksempel Henderson og Quandt (1971), s. 75-79), og denne betegnelsen vil også bli benyttet i det følgende. En slik tolkning er nærliggende på bakgrunn av at produsentene tar kapitalmengden som gitt i tilpasningen og en antagelse om at det tar tid å endre beholdningene av realkapital. Det bør imidlertid understrekes at det ikke på noen måte er selvnlysende at (7) og (8) er "korttidsrelasjoner". For det første er jo modellen ovenfor rent statisk, slik at det ikke er definert hva som skal forstås med "kort sikt". For det andre kan det være rimelig å anta at det på virkelig "kort sikt" også er andre innsatsfaktorer enn realkapitalen som vanskelig lar seg endre; det kan i denne forbindelse henvises til de forannevnte spesifikasjoner som behandler sysselsettingen som en "quasi-fixed" produksjonsfaktor (en oversikt over noen slike modellopplegg er gitt i Bergland og Cappelen (1981)). Ved at tregheter i tilpasningen av for eksempel arbeidskraften er utelatt i modellen ovenfor, kan (7)-(8) snarere tolkes som relasjoner som har gyldighet på mellomlang sikt. Det kan i denne sammenheng også nevnes at for enkelte sektorer kan en modell hvor realkapitalen oppfattes som en eksogen variabel gi en brukbar beskrivelse også av den langsiktige tilpasningen. Et eksempel på dette kan være innenlandsk samferdsel, hvor investeringene i hovedsak blir fastlagt av offentlige myndigheter. Til tross for at modellen ovenfor kan gis ulike tolkninger vil betegnelsen "korttidsrelasjoner" likevel bli benyttet i det følgende for å skille (7)-(8) fra "langtidsfunksjonene" (3)-(5).

Den grunnleggende egenskapen som skiller (7) - (8) fra (3)-(5) er som nevnt at realkapitalen tas som eksogent gitt i tilpasningen. Uansett hvilken tolkning som legges til grunn, må i alle fall denne spesifikasjonen bygge på at investeringsbeslutninger foretas separat fra justeringen av "variable" innsatsfaktorer. En slik forholdsvis streng forutsetning er for de fleste sektorens vedkommende mer realistisk på kort sikt enn på lang sikt. Følgelig kan det være grunn til å hevde at relasjonene (7) og (8) mer naturlig kan innpasses i en modell for kortsiktige/mellom-langsiktige analyser av typen MODAG enn for eksempel i en langtidsmodell som MSG.

Fra et modellteknisk synspunkt kan det også pekes på at etterspørselsfunksjonene (8) forholdsvis enkelt lar seg knytte til den eksisterende modellstrukturen i MODAG, hvor som tidligere nevnt, investeringer nettopp gis eksogent og direkte bestemmer kapitalbeholdning etter sektor. Innføring av produksjonstilpasningen representert ved (7) og (8) bryter altså ikke med denne forutsetningen i grunnversjonen av MODAG¹).

Det er viktig å være klar over at kostnadsfunksjonene (3) og (7) under visse forutsetninger (se Frenger (1982) for en nærmere redegjørelse) er ekvivalente representasjoner av produksjonsstrukturen (1), de adskiller seg bare ved ulik antagelse om adferd (hvilke variable som kan tilpasses i kostnadsminimeringen). Den underliggende produktfunksjonen i (3) og (7) er den samme, dvs. at vi forutsetter at produktfunksjonen teknisk sett har de samme egenskaper, f.eks. substitusjonsmuligheter, både på kort og lang sikt. Dette står i klar kontrast til de modellformuleringer som baserer seg på at selve produktfunksjonen er forskjellig på kort og lang sikt, som f.eks. i produksjonsmodeller bygget på putty-clay-tankegangen.

2.2. Nærmere om sammenhengen mellom den kortsiktige og den langsiktige produksjonstilpasningen

Forskjellen mellom det kortsiktige og langsiktige tilpasningsproblemet i den modellen som er postulert ovenfor er at det er en "fri" variabel mer i den langsiktige optimeringen, nemlig realkapitalen. Rent matematisk følger det da at det med utgangspunkt i den ene kostnads-/etterspørselsstrukturen i prinsippet er mulig å utlede den andre. Det er denne egenskapen vi skal utnytte i det følgende ved utledning av kortsiktige etterspørselsfunksjoner fra de tilhørende langsiktige funksjonene i MSG-modellen. Med utgangspunkt i den kortsiktige tilpasningen beskrevet ved (7) og (8) er den langsiktige kostnadsfunksjonen - og dermed de langsiktige etterspørselsfunksjonene - definert ved

$$(9) \quad \min_K \{P_K K + G(P_1, \dots, P_n, K, X)\}$$

1. ordensbetingelsen for løsning av dette problemet er gitt ved

$$(10) \quad P_K + \frac{\partial G}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow P_K + \sum_{i=1}^n P_i \frac{\partial g_i}{\partial K} = 0$$

Denne betingelsen uttrykker at realkapitalen skal tilsettes i en slik mengde at den marginale virkningen på de variable kostnadene er lik prisen ved å anvende kapitalen. Relasjon (10) bestemmer implisitt den langsiktige etterspørselsfunksjonen for realkapital, dvs. relasjon (5). De langsiktige etterspørselsfunksjonene for de "variable" produksjonsfaktorene (V 'ene) framkommer ved å benytte (5) til å eliminere K i (8).

At en utledning av de langsiktige relasjonene (3) og (4) i to skritt, via korttidstilpasningen samt (9), faktisk er ekvivalent med en direkte minimering m.h.p. alle faktorer samtidig, følger generelt av teorien om optimering under bibetingelser, og kan for eksempel innses på følgende måte: Kostnadsminimeringsproblemet kan generelt formuleres som

$$(11) \quad \min_{V_1, \dots, V_n, K} \{P_K K + \sum_{i=1}^n P_i V_i\} \quad \text{når} \quad \begin{array}{l} \text{(i)} \quad \bar{X} = F(V_1, \dots, V_n, K) \\ \text{(ii)} \quad K \leq \bar{K} \end{array}$$

1. ordensbetingelsene for løsning av dette problemet er

$$(12) \quad P_i - \lambda F'_i = 0$$

$$(13) \quad P_K - \lambda F'_K - \omega = 0$$

1) Forutsetningen om eksogene investeringer er selvfølgelig ingen "hellig ku" i MODAG. Investeringsadferd er tvert imot et viktig felt i det videre arbeid med modellen. Hele produksjonstilpasningen bør i så fall modifiseres.

hvor λ og ω er Lagrangeparametre knyttet til h.h.v. bibetingelse (i) og (ii). I korttidstilpasningen er skranken (ii) oppfylt som likhet, hvilket igjen innebærer at ω er større en null. Relasjonen (13) må benyttes til å bestemme denne. K blir i dette tilfellet bestemt direkte av bibetingelsen (ii), mens λ og V_1, \dots, V_n bestemmes av (12) og produktfunksjonen (i). En overgang fra korttidstilpasningen til langtidstilpasningen kan innenfor denne problemformuleringen skje ved at en tenker seg \bar{K} i bibetingelsen (ii) øke (eventuelt mot uendelig) slik at denne skranken ikke lenger blir effektiv (oppfylt som ekte ulikhet). En nødvendig betingelse for løsning av programmeringsproblemet er da at $\omega = 0$. Vi ser da at (12) og (13) faller sammen med de kjente 1. ordensbetingelsene for kostnadsminimering som (sammen med produktfunksjonen) implisitt definerer langtidfunksjonene (4) og (5).

Den prinsipielle forbindelsen mellom "kortsiktig" og "langsiktig" tilpasning er med dette redegjort for. For mange funksjonsformer vil det imidlertid kunne være komplisert eller umulig å foreta en eksplisitt utledning av den ene tilpasningen med utgangspunkt i det andre settet med relasjoner. En nærmere drøfting av denne overgangen under mer generelle betingelser er gitt i Frenger (1982). De faktoreterspørselsfunksjonene som er implementert i MSG-4 er avledet fra en (langsiktig) Generalisert Leontief (GL) kostnadsfunksjon. Som vi skal se i neste avsnitt er det med utgangspunkt i disse langtidfunksjonene forholdsvis enkelt å utlede de tilhørende kortsiktige relasjonene ved å anvende de sammenhenger som er postulert ovenfor.

2.3. En kortsiktig kostnadsfunksjon avledet fra en langsiktig GL-kostnadsfunksjon

Som beskrevet i Longva og Olsen (1983) er de GL-kostnadsfunksjoner som beskriver produksjonsstruktur og adferd i MSG-4 gitt ved

$$(14) \quad C = \sum_j \sum_i c_{ij} (P_i P_j)^{\frac{1}{2}} \quad i, j = K, L, U, M$$

hvor P_L, P_U, P_M er prisindekser for henholdsvis faktorene arbeidskraft (V_L), energi (V_U) og annen vareinnsats (V_M).

Det tilhørende settet med faktoreterspørselsfunksjoner er gitt ved

$$(15) \quad V_i = \sum_j c_{ij} \left(\frac{P_j}{P_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad i, j = K, L, U, M$$

$$(16) \quad K = \sum_j c_{Kj} \left(\frac{P_j}{P_K} \right)^{\frac{1}{2}} \quad j = K, L, U, M$$

Som påpekt i avsnittet ovenfor er det den langsiktige etterspørselsfunksjonen for kapital skrevet på implisitt form (relasjon (10) som så å si danner forbindelsen mellom den langsiktige og den kortsiktige kostnadsfunksjonen. Med funksjonsformen (16) kan etterspørselsfunksjonen for kapital enkelt omformes til

$$(17) \quad P_K^{\frac{1}{2}} = \frac{\sum_{j \neq K} c_{Kj} P_j^{\frac{1}{2}}}{\bar{K} - c_{KK}}$$

Dette er nettopp etterspørselsfunksjonen for kapital skrevet på formen (10), dvs. som betingelsen for minimum kostnader når optimal tilsetning av variable innsatsfaktorer (betinget av kapitalmengden) allerede er foretatt (jfr. problemet (9)). At relasjonen (16) kan omformes til denne formen er en vesentlig grunn til at utledningen av den kortsiktige kostnadsstrukturen fra den langsiktige går såpass greit.

Totalkostnadsfunksjonen (14) kan nå videre omformes på følgende måte:

$$(18) \quad C = P_K K^* + X \cdot \sum_{i \neq K} \sum_j c_{ij} (P_i P_j)^{\frac{1}{2}}$$

$$= P_K K^* + X \sum_{i \neq K} \sum_{j \neq K} c_{ij} (P_i P_j)^{\frac{1}{2}} + X \sum_{i \neq K} c_{iK} (P_i P_K)^{\frac{1}{2}}$$

hvor K^* angir at det er den (langtids-)optimale kapitalmengden som inngår i dette uttrykket. Ved å benytte (17) gir dette

$$(19) \quad C = P_K K^* + X \sum_{i \neq K} \sum_{j \neq K} \left(c_{ij} + \frac{c_{iK} c_{Kj}}{\frac{K^*}{X} - c_{KK}} \right) (P_i P_j)^{\frac{1}{2}}$$

Hvis vi sammenholder den utledning vi her har foretatt og det resultat vi har kommet fram til med problemformuleringen (9) i avsnitt (2.2) innser vi at det andre leddet på høyre side i (19) nettopp er den kortsiktige kostnadsfunksjonen tilhørende en langsiktig GL-funksjon. Det er videre interessant å notere seg at hvis vi innfører betegnelsen

$$(20) \quad d_{ij} = c_{ij} + \frac{c_{iK} c_{Kj}}{\frac{K^*}{X} - c_{KK}}$$

kan den kortsiktige kostnadsfunksjonen skrives

$$(21) \quad C^K = X \sum_{i \neq K} \sum_{j \neq K} d_{ij} (P_i P_j)^{\frac{1}{2}}$$

Skrevet på denne formen er den kortsiktige kostnadsfunksjonen formelt sett helt analog til langtidsfunksjonen (14); størrelsene d_{ij} i (21) inngår på samme måte som parametrene c_{ij} i (14). En viktig forskjell mellom de to spesifikasjonene er imidlertid at d_{ij} gitt ved (20) er variable størrelser, avhengig av enhetskoeffisienten for kapitalinnsats (K/X). De kortsiktige etterspørselsfunksjonene for arbeidskraft, energi og annen vareinnsats avledet fra (21) er gitt ved

$$(22) \quad V_i = X \sum_{j \neq K} d_{ij} \left(\frac{P_j}{P_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad i = L, U, M$$

Det er disse relasjonene som er brukt til å endogenisere faktorinnsatskoeffisienter i modellen MODAG P1.

Som tidligere nevnt er både (14) og (21) under visse forutsetninger ekvivalente beskrivelser av den underliggende produksjonsteknologien (antydnet på generell form ved (1)) gitt den kostnadsminimerende adferd som leder fram til hver enkelt av disse funksjonene. Som nevnt ovenfor er det i MSG-opplegget a priori forutsatt at de implisitte produktfunksjonene er av pari-passu karakter, hvilket innebærer at de langsiktige kostnadsfunksjonene er homogene av grad én i produksjonsmengden. Av (20) og (21) ses at når kapitalmengden "fryses", vil innsatsene av "variable" produksjonsfaktorer variere ikke-homotetisk med produsert kvantum¹⁾. Dette innebærer bl.a. at skalaelastisiteter beregnet ut fra relasjonene (22) (elastisiteter av V_i med hensyn på X) vil være variable størrelser forskjellig fra én, og de vil også generelt være forskjellig for de ulike innsatsfaktorene. Videre vil selvfølgelig også settet med priselastisiteter som kan avledes fra (22) vanligvis være forskjellig fra de tilsvarende langsiktige priselastisiteter definert med utgangspunkt i (15). Vi skal ikke gå nærmere inn på denne typen relasjoner her, men bare henvise til avsnitt 5 hvor sammenhengen mellom "langsiktige" og "kortsiktige" pris- og skalaelastisiteter er nærmere drøftet.

1) Homotetiske produktfunksjoner er definert og drøftet i Forsund (1974). Det vises der bl.a. at denne klassen funksjoner er karakterisert ved at kostnadsfunksjonen er separabel i et pris- og kvantumsledd, slik at f.eks. (3) kan skrives

$$(3') \quad C = C(P_1, \dots, P_n, P_K, X) = H(X)P(P_1, \dots, P_n, P_K)$$

2.4. Noen merknader om estimering av koeffisientene i produksjonsstrukturen

Det er ovenfor vist hvordan en kortsiktig kostnadsfunksjon, hvor pr. definisjon én av innsatsfaktorene - realkapitalen - holdes fast, kan utledes fra en langsiktig GL-kostnadsfunksjon med marginaltilpasning av alle produksjonsfaktorene. I dette ligger at hvis en kjenner koeffisientene (c 'ene) i GL-funksjonen kan en direkte avlede relasjonene som beskriver kortsiktig tilpasning (slik "kort sikt" her er definert) uten at det er behov for noen separat tallfesting av "kortsiktige" parametre. Ved implementering av de kortsiktige faktoreterspørselsfunksjonene i MODAG PI har en nettopp benyttet seg av denne egenskapen og basert seg på den koeffisientstrukturen som allerede er estimert for langtidsfunksjonene i MSG-4. En avgjørende forutsetning for en slik framgangsmåte er selvfølgelig at man har "fått tak i" de "sanne" parametrene ved estimering av langtidsfunksjonene. I denne forbindelse er det verdt å nevne at de nævrende GL-funksjonene i MSG-modellen er estimert på grunnlag av tidsserier (1962 - 1978). En vanlig innvending mot bruk av tidsseriedata til estimering av statiske modeller er at estimatene vil kunne være påvirket av kortsiktige bevegelser i de involverte variable. En slik framgangsmåte kan imidlertid forsvares hvis korttidssvingningene har preg av tilfeldige variasjoner omkring mer langsiktige utviklingstendenser for de variable. En alternativ metode for tallfesting av koeffisientene i GL-funksjonene ville kunne ha vært å estimere de kortsiktige faktoreterspørselsfunksjonene direkte. Det kan hevdes at en slik metode bedre ville ha fanget opp de kortsiktige variasjonene i sysselsetting og vareinnsats som vil være nedlagt i tidsseriematerialet. Problemet med å "konfrontere" en slik statistisk korttidsmodell med tidsseriedata er at realkapitalen over en så lang periode som det her er snakk om (17 år) i de fleste sektorer også vil ha vært gjenstand for tilpasning, slik at denne ikke kan betraktes som en eksogen variable i økonometrisk forstand.

Spørsmålet om på hvilken form produksjonsstrukturen bør estimeres avhenger av hva slags type modell/tilpasning man mener har generert det observerte datamaterialet. "Idealløsningen" på dette problemet ville trolig ha vært å spesifisere og estimere en modell som i tillegg til de rent statiske funksjoner for kortsiktig og langsiktig tilpasning som er postulert ovenfor også inneholder dynamikk, dvs. relasjoner som angir hvordan den kortsiktige tilpasningen av de variable endres over tid¹⁾.

2.5. Teknisk framgang og kapasitetsutnyttning

I utledningen av den kortsiktige GL-kostnadsfunksjonen ovenfor er det utelatt et par elementer fra de langtidsrelasjoner som faktisk er spesifisert i MSG-4. Det første er et ledd som ivaretar betydningen av teknisk framgang. I MSG-modellen er det foreløpig forutsatt såkalt Hicks-nytral teknisk framgang. Dette innebærer at overalt hvor produktmengden, X , opptrer skal denne variabel erstattes med leddet $Y = h(t)X$, hvor h er en stigende funksjon av tiden, t . Et annet utelatt element i det ovenstående, som også er inkludert i etterspørselsfunksjonene i MSG, er et sett koeffisienter, γ_K , som uttrykker graden av utnyttning av realkapitalen i hver sektor. Rent konkret skal ifølge spesifikasjonen i MSG-4 variabelen K i relasjonene ovenfor erstattes med leddet $\gamma_K K$. Det kan hevdes at eksistensen av slike kapitalutnyttingskoeffisienter er et fremmedelement innenfor nyklassisk produksjonsteori. Begrunnelsen for likevel å ha slike koeffisienter med i MSG-4 er primært å korrigere for mulig ulikevekt i basisåret og få til en gradvis innfasing av økonomien mot en langsiktig likevektsbane. Spesifikasjonen kan imidlertid også forsvares med at det er mellom faktisk utnyttet kapitalbeholdning og innsats av andre faktorer det er meningsfylt å spesifisere en teknologisk sammenheng av typen (1), dvs. at denne egentlig kan postuleres som ²⁾

$$(1') \quad X = \phi(V_1, \dots, V_n, \gamma_K K; t)$$

1) En nærliggende dynamisk formulering av modellen ovenfor fås ved å kombinere relasjonene (5) og (8) med en "partial adjustment"-relasjon for realkapitalen, slik at den komplette modellen som beskriver faktorbruken over tid vil være gitt ved

$$(5') \quad K^* = f_k(P_1, \dots, P_n, P_k X)$$

$$(8) \quad V_i = g_i(P_1, \dots, P_n, K, X) \quad i, 1, \dots, n$$

$$(*) \quad K - K(-1) = \lambda(K^* - K(-1)), \quad 0 < \lambda < 1$$

Her betegner K^* ønsket kapitalbeholdning på et gitt tidspunkt og $K(-1)$ "fjorårets" kapitalbeholdning. Relasjonen (*) uttrykker "partial adjustment", dvs. at bare en viss andel (λ) av avviket mellom ønsket kapitalmengde og fjorårets beholdning realiseres hvert år. 2) Tilsvarende argumenter kan framføres for andre innsatsfaktorer, f.eks. arbeidskraften. I MSG-4 kan det hevdes at dette hensynet er i alle fall i noen grad ivare tatt ved at arbeidsinnsatsen er målt i timeverk.

hvor K underforstått angir tilstedeværende kapitalbeholdning.

Både i MSG-4 og MODAG P1 inngår γ_K som eksogene variable. Med tanke på sistnevnte modell kan det gis en ytterligere begrunnelse for å inkludere disse størrelsene i tillegg til ønsket om å korrigere for et unormalt basisår. Som allerede nevnt er det på det nåværende stadium ikke spesifisert noen investeringsadferd i MODAG-modellene. Investeringene gis eksogent etter art, og "spres" deretter ut på bedriftssektorer ved hjelp av faste nøkler (se Cappelen, Garaas og Longva (1981) for en nærmere redegjørelse). Denne metoden kan føre til en viss vilkårlighet når det gjelder investeringer og kapitalbeholdning etter sektor. I MODAG P1 kan størrelsene γ_K brukes til å utnytte sektorinformasjon om størrelsen på kapitalbeholdninger¹⁾.

Det er imidlertid klart at det med utgangspunkt i (1') fra et teoretisk synspunkt kan være tvilsomt å behandle kapitalutnyttingskoeffisientene som eksogene størrelser, uavhengig av andre variable i modellen. Spørsmålet gjenstår i så fall om hvorfor denne produksjonskapasiteten ikke utnyttes fullt ut. Med tanke på bruken av modellapparatet kan det være nyttig å filosofere litt over hvilke sammenhenger som kan tenkes å gjelde i en mer omfattende modell mellom kapital-/kapasitetsutnyttning og andre variable. Både Smith (1970) og Epstein og Denny (1980) tar i prinsippet utgangspunkt i en teknologifunksjon av typen (1'). Beholdningen av realkapital forutsettes fastlagt i en langsiktig tilpasning. På kort sikt tilpasser produsentene graden av kapitalutnyttning simultant med innsatsen av andre faktorer. Den mekanismen som sørger for at det ikke nødvendigvis er optimalt å benytte all tilstedeværende kapitalmengde er at det koster noe å utnytte kapitalstyret, bl.a. i form av slitasje på maskiner, transportmidler o.l. Formelt er altså den fysiske utrangeringen endogen i disse modellene. I den kortsiktige tilpasningen blir dermed den optimale kapitalutnyttningen en funksjon av priser på variable innsatsfaktorer (lønn osv.), priser på kapitalutstyr, kapitalbeholdning, produktmengde (forutsatt kostnadsminimering) samt eventuelle parametre som angir kapitalslitasjen ved bruk.

Alternativt kan man forlate den rent nyklassiske teorirammen for å si noe om relasjoner og forhold som påvirker utnyttning av realkapitalen. Som et mer realistisk utgangspunkt blir ofte framhevet hypotesen om at det hersker såkalt putty-clay teknologi i hver av de mikroenheter (bedrifter) som utgjør en produksjonssektor. Innenfor et slikt opplegg vil kapasitetsutnyttningen og kapitalutnyttningen for sektoren under ett variere med kvasirenten - differansen mellom produktpris og variable gjennomsnittskostnader²⁾. Vanligvis forutsettes at bare enheter med positiv kvasirente er i virksomhet (drives for fullt) og at kapasitetsutnyttning varierer negativt med størrelsen på gjennomsnittskostnaden. I Cappelen (1981) argumenteres det imidlertid for at også mikroenheter med negativ kvasirente kan være i (delvis) drift mens mikroenheter med positiv kvasirente ikke utnytter sin kapasitet fullt ut. Dette kan gjøre sammenhengen mellom kapasitetsutnyttning og lønnsomhet/kostnader mer komplisert.

Selv om de kapitalutnyttingskoeffisienter som opptrer i MODAG P1 er spesifisert som eksogene variable kan det være nyttig å ha i tankene en mer omfattende produksjonsmodell som også inkluderer kapasitetstilpasning når en braker modellapparatet og for eksempel skal gi anslag på disse størrelsene framover i tid. Anslagene for kapasitetsutnyttning bør da naturlig ses i sammenheng med anslagene for investeringer/realkapital. Som nevnt ovenfor kan en mulig svakhet ved den produksjonstilpasningen som er innarbeidet i MODAG P1 være at kapitalen forutsettes helt "stiv", mens de øvrige produksjonsfaktorer er helt fleksible. De sistnevnte variable tar dermed "hele støytten" ved fluktuasjoner f.eks. i produksjonen³⁾. Justeringer i kapasitetsutnyttningen kan bidra til å dempe utslagene i de "variable" innsatsfaktorene.

1) Det pågår imidlertid arbeid i Byrået med sikte på å omformulere kapital- og kapitalslitmodellen MODAG. I første omfang vil dette bli gjort ved at investeringene gis eksogent etter sektor. 2) Det bør her nevnes at teorirammen med putty-clay teknologi i de enkelte mikroenheter kan være forenlig med en (kortsiktig) produktfunksjon på sektornivå med tilnærmede "nyklassiske" egenskaper (se Johansen (1972)). 3) Det bør understrekes at denne "svakheten" har sammenheng med at produktfunksjonene i det rent nyklassiske opplegget er den samme både på kort og lang sikt, jfr. merknadene i siste del av avsnitt 2.1.

3. EN DOKUMENTASJON AV MODAG P1

I dette avsnittet skal vi gi en oversikt over de konkrete endringer i ligningssystemet som er foretatt i forhold til grunnversjonen, her kalt MODAG M, slik den er beskrevet i Cappelen, Garaas og Longva (1981). I den følgende oversikt over tilleggsrelasjoner i MODAG P1 vil vi der det er hensiktsmessig henviser til nummererte modellrelasjoner i denne publikasjonen.

Nødvendige endringer i grunnversjonen

Det som skiller MODAG P1 fra MODAG M er, som redegjort for ovenfor, at vareinnsats- og arbeidskraftkoeffisienter i MODAG P1 blir endogent bestemt av et sett med faktoretterspørselsfunksjoner, mens disse størrelsene blir fastlagt eksogent i MODAG M. Ved å bruke samme notasjon som i tidligere dokumentasjon berører dette direkte følgende kategorier variable i MODAG

Z_{Ej} - elektrisitet sinnsats pr. produsert enhet, sektor j

Z_{Fj} - oljeinnsats pr. produsert enhet, sektor j

Z_{Mj} - annen vareinnsats pr. produsert enhet, sektor j

Z_{NWj} - lønnskostnader pr. produsert enhet, sektor j

I prisdelen av MODAG inngår disse variable i relasjonene (4.1) i kostnadskalkylemodellen. Disse er av formen

$$(23) \quad \sum_i X_{ij} BH_i = Z_{Mj} P_{Mj} + Z_{Ej} P_{Ej} + Z_{Fj} P_{Fj} + Z_{NWj} W_j + Z_{YKj}$$

i = VARELISTE¹⁾

j = PPSEKTORLISTE²⁾

hvor

BH_i - hjemmeprisindeks for vare i (basispris)

P_{Ej} - netto kjøperprisindeks for elektrisitet sinnsats, sektor j

P_{Fj} - netto kjøperprisindeks for oljeinnsats, sektor j

P_{Mj} - netto kjøperprisindeks for annen vareinnsats, sektor j

W_j - lønnskostnad pr. årsverk, sektor j

Z_{YKj} - brutto driftsmargin pr. produsert enhet, sektor j

Summen av de fire første leddene på høyre side i (23) kan betegnes variable enhetskostnader. (23) uttrykker derfor at et veid gjennomsnitt av produktprisene i en sektor er lik variable enhetskostnader pluss brutto driftsmargin. I MODAG M, som er det nåværende referansepunkt for MODAG P1, fastlegges som kjent BH_i eksogent for konkurranseutsatte produkter. For hver av disse gir (23) én ligning til beregning av bruttodriftsmargin i den sektor hvor vedkommende produkt er angitt som hovedvare. For skjermede sektorer gis derimot driftsmarginene eksogent og dermed prisene på sektorenes hovedvarer endogent (kostnadsoverveltning).

Relasjonene (23) holdes uforandret i MODAG P1, dog med den vesentlige forskjell at de variable enhetskoeffisientene - Z_{Ej} , Z_{Fj} , Z_{Mj} ; og Z_{NWj} - spesifiseres som endogene variable for de sektorer hvor en ønsker innført kortsiktige faktoretterspørselsfunksjoner (sektorer i PZSEKTORLISTE³⁾). Dette

1) Koderekke for varer i MODAG. 2) Koderekke for bedriftssektorer i MODAG. 3) Koderekke for sektorer med endogene enhetskoeffisienter i MODAG P1.

innebærer at "prisdannelsesfilosofien" fra MODAG M - "gitte verdensmarkedspriser" eller "kostnadsovervelting" - beholdes i denne første versjonen av MODAG P1¹⁾. (Dette bør ikke betraktes som en selvfølgerlighet når produksjonssiden og produsenttilpasningen i modellen tillegges mer vekt; med den produksjonsstrukturen som er spesifisert i MODAG P1, og som er redegjort for i tidligere avsnitt, kunne for eksempel en prisfastsetting etter grensekostnadsprinsippet vært et nærliggende alternativ). Likevel bør det bemerkes at den faktiske prisdannelsen i MODAG P1 blir essensielt påvirket av de endringer som innføres i forhold til grunnversjonen i MODAG: av (20) - (22) i avsnitt 2 ser vi at de kortsiktige faktoretterspørselsfunksjonene som er utledet av en GL-kostnadsrelasjon er funksjoner både av realkapitalbeholdning og produksjonsnivå - dvs. av kvantumsstørrelser - i tillegg til faktorpriser. En kobling av disse funksjonene - normert mot produksjonsnivå for å gi relasjoner for enhetskoeffisienter - fører derfor til at MODAG P1 blir en simultan modell. Modellen kan altså ikke som MODAG løses "todelt", men løsningen for (de endogene) prisene og driftsmarginene i MODAG P1 avhenger også av kvantumsdelen av modellen. En nærmere drøfting av forbindelseslinjene mellom "prisdelen" og "kvantumsdelen" i MODAG P1 er gitt i avsnitt 4.

De størrelsene som ovenfor er betegnet variable enhetskoeffisienter inngår også i kvantumsdelen i MODAG M, i relasjonene (4.10)-(4.13) i Cappelen, Garaas og Longva (1981). Disse ligningene knytter forbindelsen mellom nivåer for faktorbruk og produksjonsnivå, dvs. de er av formen

$$\begin{array}{ll}
 (24) & E_j = Z_{Ej} X_j \\
 (25) & F_j = Z_{Fj} X_j \\
 (26) & M_j = Z_{Mj} X_j \\
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} (24) \\ (25) \\ (26) \end{array}} \right\} \begin{array}{l} j = \text{PPSEKTORLISTE} \\ -11, 60, 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 (27) & NW_j = Z_{NWj} X_j \\
 \end{array} \quad \begin{array}{l} j = \text{PPSEKTORLISTE} \\ -60, 65, 72 \end{array}$$

hvor de nye symbolene betegner

E_j - elektrisitetsinnsats, sektor j

F_j - oljeinnsats, sektor j

M_j - annen vareinnsats, sektor j

NW_j - antall lønnstakerårsverk, sektor j

Enhetskoeffisientene i disse relasjonene i MODAG P1 er de samme som i prisdelen (jfr. relasjon (23)) av modellen, dvs. at de er deklarerert som endogene variable for sektorer i PZSEKTORLISTE.

Kortsiktige faktoretterspørselsfunksjoner

Endogeniseringen av enhetskoeffisientene i (23)-(27) gir isolert sett $4n_z$ nye frihetsgrader (n_z er antall sektorer i PZSEKTORLISTE) som må fjernes for at modellen igjen skal være determinert. Dette skjer først og fremst ved innføring av de kortsiktige faktoretterspørselsfunksjonene som ble utledet i avsnitt 2. Regnet pr. produsert enhet er disse gitt ved:

$$(28) \quad Z_{ij} = n_{ij} h_j(t) \sum_r (c_{irj} + \frac{c_{iKj} c_{Krj}}{\gamma_{Kj} K_j / h_j(t) X_j - c_{KKj}}) (P_{rj} / P_{ij})^{\frac{1}{2}}$$

$i, r = L, U, M$
 $j = \text{PZSEKTORLISTE}$

1) Den utvidede MODAG-versjonen, MODAG A, som ble implementert i løpet av våren 1983 inneholder som nevnt nye prisrelasjoner både for hjemmepriser og eksportpriser.

I disse relasjonene er følgende variable ikke definert tidligere:

- Z_{Lj} - arbeidskraftinnsats målt i timeverk pr. produsert enhet, sektor j
 Z_{Uj} - total energiinnsats pr. produsert enhet, sektor j
 $h_j(t)$ - ledd som angir nøytral teknisk framgang i sektor j
 n_{ij} - koeffisienter som får relasjonene til å passere gjennom basisåret for modellen.

Relasjonene (28) er som nevnt de sentrale ligningene i MODAG P1 sammenliknet med MODAG M. Innarbeiding av (28) i MODAG er imidlertid alene ikke tilstrekkelig til å "lukke" modellen. For det første gir (28) bare $3n_z$ nye ligninger, mens vi ovenfor (midlertidig) innførte $4n_z$ nye frihetsgrader i MODAG P1 i forhold til grunnversjonen. For det andre introduserer relasjon (28) enkelte nye variable i modellsystemet, dvs. variable som kommer i tillegg til de som ble endogenisert ovenfor. Alt i alt krever tilpasning av (28) til grunnmodellen at ytterligere ligningsblokker inkluderes i MODAG¹⁾. Disse kan grupperes etter følgende tre stikkord

- spesifikasjon av energiinnsats
- mål for arbeidskraftinnsats
- kapitalbeholdning etter sektor.

Spesifikasjon av energiinnsats

Det framgår av relasjonene (22) og (28) at disse i første omgang kun fastlegger total energiinnsats (pr. produsert enhet i (28)). Av (23)-(25) ses derimot at det i MODAG P1 er behov for en videre oppsplitting av energiforbruket i hver enkelt sektor i elektrisitetsinnsats og oljeinnsats. Det forhold at bare total energiinnsats opptre i (28) reflekterer en grunnleggende forutsetning om produksjonsstruktur i MSG-4, nemlig at elektrisitets- og oljeinnsats utgjør en separabel gruppe (aggregatet kalt "total energi") blant alle spesifiserte produksjonsfaktorer (se Longva og Olsen (1983) for en nærmere redegjørelse om dette). Denne forutsetningen innebærer at produsentene kan avgjøre nivået på samlet energiinnsats uavhengig av sammensetningen av energiforbruket. Denne grunnleggende hypotesen om produksjonsstruktur og -tilpasning er også lagt til grunn i MODAG P1. I spesifikasjonen av fordelingen av energiforbruket tas det i MSG-4 (og altså i MODAG P1) utgangspunkt i en enhetskostnadsfunksjon for samlet energiinnsats, som for de aktuelle sektorer i MODAG P1 kan angis ved

$$(29) \quad P_{Uj} = \sum_i \gamma_{ij} n_{ij} \sum_r b_{irj} (P_{ij} P_{rj})^{\frac{1}{2}} \quad i, r = E, F$$

j = PZSEKTORLISTE

I disse relasjonene betegner γ_{ij} og n_{ij} henholdsvis temperaturkorrigeringskoeffisienter og koeffisienter som gjør at relasjonene passerer gjennom basisåret.

Fra (29) kan andeler av energiinnsatsen avledes ved

$$(30) \quad Z_{Uij} = \gamma_{ij} n_{ij} \sum_r b_{irj} (P_{rj}/P_{ij})^{\frac{1}{2}} \quad i = E, F$$

j = PZSEKTORLISTE

hvor de venstresidevariable er definert som

Z_{UEj} - elektrisitetsinnsats pr. enhet total energiinnsats, sektor j

Z_{UFj} - oljeinnsats pr. enhet total energiinnsats, sektor j

1) Alternativt kunne det vært innført et tilstrekkelig antall eksogene forutsetninger.

Av definisjonene av de ulike typer enhetskoeffisienter som er innført ovenfor følger følgende sammenheng

$$(31) \quad Z_{ij} = Z_{Uij} \cdot Z_{Uj} \quad \begin{array}{l} i = E, F \\ j = \text{PZSEKTORLISTE} \end{array}$$

Sammen med relasjonene (24) og (25) fra MODAG M knytter (31) forbindelsen mellom aktivitetsnivåene for produksjon og de to typene energiinnsats.

Mål for arbeidskraftinnsats

Spesifikasjon av (28) i MODAG P1 innebærer blant annet at et sett med enhetskoeffisienter for arbeidskraftinnsats - Z_{Lj} - blir endogent bestemt i modellen. Dette var jo også et erklært formål med innføringen av de kortsiktige faktoretterspørselsfunksjonene. Det gjenstår imidlertid å knytte forbindelsen mellom enhetskoeffisientene Z_{Lj} og størrelsene Z_{NWj} som opptrer (endogent) i relasjonene (23) og (27) foran. I MSG-4 er innsatsen av arbeidskraft målt i timeverk. De variable Z_{Lj} definerer dermed arbeidsinnsatsen målt i timeverk pr. produsert enhet. I MODAG M blir derimot arbeidsinnsatsen målt i årsverk, og størrelsene Z_{NWj} definerer som nevnt antall lønnstakerårsverk pr. produsert enhet. Beregningen av antall lønnstakerårsverk (ved relasjon (27)) er sentral blant annet for konsum- og skatteberegningene i MODAG. For å knytte forbindelsen mellom enhetskoeffisienter for henholdsvis timeverk og lønnstakerårsverk i MODAG P1 forutsettes et eksogent gitt forholdstall mellom totalt antall timeverk og totalt antall årsverk i hver sektor, dvs. at

$$(32) \quad N_j = n_{Lj} \cdot L_j \quad j = \text{PZSEKTORLISTE}$$

Her betegner

N_j - totalt antall årsverk, sektor j

L_j - totalt antall timeverk, sektor j

n_{Lj} - eksogent gitt forholdstall, sektor j

Totalt antall timeverk, L_j , bestemmes definisjonsmessig ved

$$(33) \quad L_j = Z_{Lj} \cdot X_j \quad j = \text{PZSEKTORLISTE}$$

og totalt antall årsverk, N_j , er lik summen av antall lønnstakerårsverk og antall årsverk utført av selvstendige (jfr. relasjon (4.14)).

Kapitalbeholdning etter sektor

I de kortsiktige faktoretterspørselsfunksjonene (28) opptrer blant annet total realkapitalbeholdning i den enkelte sektor som argument. I MODAG M beregnes beholdninger av ulike kapitalarter i produksjonssektorene for beregning av kapitalslit, men denne modellen inneholder ikke relasjoner som "summerer opp" disse til samlet produktiv kapital i de forskjellige sektorene. Slike definisjons-sammenhenger må derfor føyes til i MODAG P1.

$$(34) \quad K_j = \sum_i K_{ij} \quad \begin{array}{l} i = B1, M2, M3 \text{ i JSEKTORLISTE}^1) \\ j = \text{PZSEKTORLISTE} \end{array}$$

1) Liste for investeringsaktiviteter i MODAG

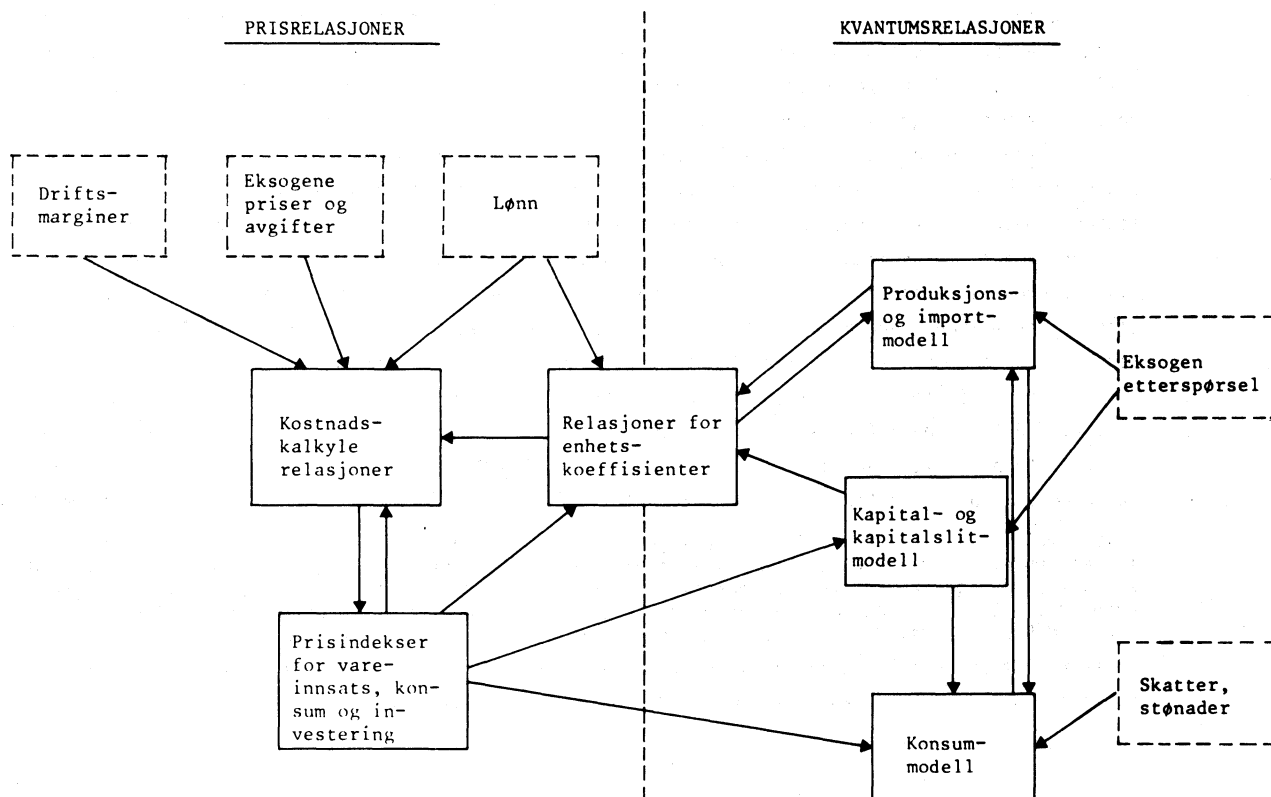
4. EN SAMMENLIGNING AV MODAG P1 OG MODAG M

I foregående avsnitt er det redegjort for hvordan det i modellversjonen MODAG P1 er innført etterspørselsfunksjoner for arbeidskraft, energi og vareinnsats avhengig av relative faktorpriser, kapitalbeholdning og produksjonsnivå. I dette avsnittet skal vi gå noe nærmere inn på hva innføringen av slike kortsiktige faktoretterspørselsfunksjoner i MODAG P1 innebærer for strukturen og løsningen av modellen. For å få en oversikt over hva de prinsipielle forskjeller i modellstruktur mellom MODAG M og MODAG P1 betyr rent empirisk, skal vi også sammenligne resultater fra parallelle simuleringer på de to modellvariantene.

Som nevnt ovenfor innebærer spesifikasjonen av de kortsiktige faktor-etterspørselsfunksjonene i modellstrukturen at MODAG P1 blir en simultan modell. Dette i motsetning til strukturen i MODAG M, som formelt kan deles i en prismodell og en kvantumsmodell. Hovedtrekkene i modellstrukturen i MODAG P1 er forsøkt gjengitt i figur 1 nedenfor. I denne figuren angir de stiplede boksene grupper av eksogene variable i modellen, mens de heltrukne boksene representerer formaliserte deler av modellen.

Det at MODAG P1 er en simultan modell har sammenheng med to forhold, som begge virker gjennom de spesifiserte relasjoner for enhetskoeffisienter, dvs. relasjonene (28). (Disse ligningene er følgelig plassert i "grenseland" mellom pris- og kvantumsrelasjonene i figur 1). For det første representerer de spesifiserte faktoretterspørselsfunksjonene i MODAG P1 en produksjonsteknologi med et (kortsiktig) avtakende utbytte m.h.p. produksjonsskalaen. Dette innebærer at produksjonsnivået i de enkelte sektorer påvirker tilpasningen av den optimale faktorsammensetningen. Denne effekten er angitt i figuren ved en pil fra produksjons- og importmodellen til boksen for enhetskoeffisienter. For det andre innebærer forutsetningen om "kortsiktig tilpasning" at også kapitalbeholdningene påvirker de optimale enhetskoeffisientene, jfr. den inntegnede pila fra kapital- og kapitalslitmodellen til blokken med relasjoner for enhetskoeffisienter. I MODAG M er begge disse forbindelsene fra kvantumsdelen til prisdelen brutt, i og med at enhetskoeffisientene opptrer som eksogene variable.

Figur 1. Modellstrukturen i MODAG P1



Hva er så i grove trekk konsekvensene for modellberegningene av å endogenisere enhetskoeffisientene for faktorinnsats? De innførte relasjonene representerer en produksjonsteknologi som innebærer muligheter for endogen substitusjon (også på kort sikt) mellom arbeidskraft, energi og vareinnsats. Hvis prisen på en av disse produksjonsfaktorene øker, innebærer dette at produsenten vri-
 faktorbruken bort fra den relativt sett dyrere faktoren for å produsere et gitt kvantum. Denne muligheten til å vri faktorbruken i produksjonssektorene bort fra en innsats som øker i pris, innebærer isolert sett at prisimpulsene i MODAG P1 blir svakere enn i en modell med faste forhold mellom produksjonsfaktorene, som MODAG M. I samme retning trekker det forhold at de spesifiserte faktoreterspørselsfunksjonene tar hensyn til "investeringenes kapasitetsskapende effekt", vel å merke hvis (den eksogent gitte) investeringsutviklingen fører til økte kapitalbeholdninger i produksjonssektorene. Økt kapitalbeholdning i en sektor innebærer normalt (se avsnitt 5 for en presisering av disse effektene) et lavere behov for andre innsatsfaktorer til å produsere et gitt kvantum og dermed reduserte enhetskostnader. Eksistensen av avtakende utbytte m.h.p. produksjonsskalaen virker derimot isolert sett i setning av sterkere prisstigning i MODAG P1 enn i MODAG M hvis den økonomiske utviklingen er preget av vekst i produksjonen. I begge modellene settes prisene lik variable enhetskostnader pluss en brutto driftsmargin (jfr. relasjon (23)). Avtakende utbytte innebærer som kjent at enhetskostnadene øker med produksjonsnivået; det samme vil følgelig (de endogene) prisene i MODAG P1. I MODAG M er derimot enhetskostnadene uavhengig av produksjonsnivået.

Utviklingen i (de variable) enhetskoeffisientene i MODAG P1 har som illustrert i figuren også implikasjoner for kvantumberegningene, jfr. pilen fra boksen for enhetskoeffisient-relasjoner til boksen som angir produksjons- og importmodellen. Endringer i relative faktorpriser vil føre både til endringer i bedriftenes behov for arbeidskraft og til endringer i "kryssløpskoeffisientene" i modellen.

Arbeidskraftetterspørselen virker i sin tur på konsumberegningene, mens størrelsen på vareinnsatskoeffisientene er bestemmende for hvor "produktiv" økonomien er, dvs. hvor stor produksjonen som kreves for gitte sluttleveringer. I MODAG M vil økt lønnsats i kvantumsmodellen ha en entydig etterspørselsstimulerende effekt, ved at en slik endring fører til økte konsummotiverende realinntekter¹⁾. I MODAG P1 fører imidlertid økte lønnsatser også til redusert arbeidskraftetterspørsel i produksjonssektorene. Isolert sett trekker dette i retning av å dempe virkningene av økt lønnsats på konsumberegningene. Samtidig vil riktignok bruken av vareinnsats i produksjonssektorene gjennomgående øke, og produksjonen i enkelte næringer vokse, men selv om slike ringvirkninger kan virke positivt på arbeidskraftetterspørselen er det grunn til å anta at sysselsettingen alt i alt vil bli redusert som en følge av en lønnsøkning.

Økte investeringer vil både i MODAG M og MODAG P1 ha en etterspørselsstimulerende effekt. I sistnevnte modell tas det imidlertid også hensyn til at kapitalbeholdningene inngår som produksjonsfaktor i bedriftssektorene. Økte investeringer/kapitalbeholdninger i MODAG P1 fører derfor til at det "i gjennomsnitt" blir mindre behov for andre innsatsfaktorer for å produsere et gitt kvantum; den kort-siktige produksjonsteknologien blir mer effektiv²⁾. Disse effektene gir virkninger både på det totale etterspørselsnivået gjennom konsumberegningene og vare-/sektorsammensetningen i tillegg til de rene etterspørselseffekter av økte investeringer som genereres i grunnversjonen av MODAG M.

For å belyse hva forskjeller i modellstruktur mellom MODAG M og MODAG P1 betyr rent empirisk skal vi i det følgende foreta en sammenligning av beregningsresultater fra de to modellvariantene. Det tas utgangspunkt i en konstruert simulering på MODAG M fram til 1985. Det samme settet med eksogene variabler benyttes deretter i en modellkjøring med MODAG P1³⁾. For å fokusere på betydningen

1) Overveltning av kostnader i prisene skjer bare i skjermede sektorer. Husk også at det her referes til en grunnversjon av MODAG uten prisavhengige import- og eksportrelasjoner. 2) Normalt vil både arbeidskraft- og vareinnsatsetterspørselen reduseres, men dette behøver ikke være tilfelle, jfr. avsnitt 5. 3) Ved denne beregningen må det i tillegg gis anslag på eksogene variable som kun opptrer i MODAG P1, dvs. P_{Lj} (lønn pr. timeverk, forutsatt samme utvikling som lønn pr. årsverk), n_{Lj} (årsverk i forhold til antall timeverk, forutsatt konstant), γ_{Kj} (kapasitetsutnyttning, forutsatt konstant) og $h_j(t)$ (teknisk framgang, anslag hentet fra en MSG-4-beregning fram til 1985).

av de innførte faktoretterspørselsfunksjoner skal vi først studere hvordan de variable som inngår i disse relasjonene - enhetskoeffisienter for faktorinnsats og "forklaringsvariablene" relative priser, produksjonskvantum og realkapitalbeholdning - utvikler seg i simuleringen med MODAG P1. I tabell 1 vises først utviklingen i relative priser, henholdsvis forholdet mellom lønn og pris på vareinnsats (P_L/P_M), lønn og pris på energi (P_L/P_U) og elektrisitetspris og oljepris (P_E/P_F) fra simuleringen med MODAG P1, hvor alle prisforhold er normert til 100 i 1981. Det fremgår av disse resultatene at denne utviklingsbanen er kjennetegnet ved at lønningene vokser sterkere enn prisen på vareinnsats i hele perioden. Når det gjelder forholdet mellom lønn og energipris ser vi at dette synker noe fram til 1983, men mot slutten av perioden er lønningene antatt å vokse sterkere enn energiprisene. Videre fremgår det av tabell 1 at elektrisitetsprisene er antatt å stige betydelig sterkere enn oljeprisene i den beregningen som her er konstruert.

Tabell 1: Utviklingen i relative priser. Prisforhold i 1981 satt lik 100

Sektorer	P_L/P_M			P_L/P_U			P_E/P_F		
	1981	1983	1985	1981	1983	1985	1981	1983	1985
16 Næringsmidler	100	104,6	108,9	100	97,1	104,1	100	121,1	144,2
17 Nytellesmidler	100	105,1	110,8	100	101,2	113,1	100	121,2	143,8
18 Tekstil og bekledning	100	103,2	109,4	100	95,7	101,1	100	121,4	144,4
26 Trevarer	100	102,9	108,7	100	94,4	97,9	100	121,0	142,6
27 Kjemiske og mineralske produkter	100	102,6	108,7	100	99,8	109,5	100	121,3	145,7
28 Grafiske produkter	100	99,0	102,1	100	96,7	100,4	100	121,3	138,9
31 Bergverksdrift	100	99,6	103,6	100	97,0	103,6	100	121,2	145,8
34 Treforedling	100	103,7	110,5	100	97,0	103,5	100	120,5	146,4
37 Kjemiske råvarer	100	103,7	110,5	100	98,0	102,2	100	118,0	145,3
43 Metaller	100	103,4	110,3	100	90,8	88,1	100	119,0	145,9
45 Verkstedsproduksjon	100	101,0	106,8	100	96,1	101,6	100	121,7	143,6
50 Skip og plattformer	100	99,4	103,3	100	95,9	101,1	100	120,9	140,8
79 Reparasjoner av kjøretøyer	100	99,9	105,1	100	97,9	101,9	100	123,1	138,1
81 Varehandel	100	97,9	101,0	100	105,7	122,6	-	-	-
82 Bank og forsikring	100	91,3	89,2	100	101,2	108,3	100	124,1	138,1
83 Boligtjenester	100	100,5	103,9	100	107,6	120,7	-	-	-
84 Annen privat tjenesteyting	100	100,4	104,2	100	92,8	93,8	100	120,9	143,1

Utviklingen i kvantumsvariablene i etterspørselsfunksjonene, bruttoproduksjon og realkapital i faste priser, er gjengitt på indeksform i tabell 2. Vi ser at den utviklingsbanen for økonomien som denne modellkjøringen beskriver er preget av forholdsvis svak produksjonsvekst i perioden under ett i de fleste næringer. I vel halvparten av sektorene går imidlertid bruttoproduksjonen ned i første del av perioden (og spesielt markert i sektor 45 Verkstedsproduksjon), for så å ta seg noe opp igjen fram til 1985. Unntaket her er sektor 18 Tekstil og bekledning, hvor produksjonen viser en sterk synkende tendens i hele perioden¹⁾.

Tabell 2 viser videre at det blant de eksogene anslag som ligger til grunn for modellberegningene er lagt inn et forholdsvis høyt nivå på investeringene. Dette resulterer i at beholdningene av realkapital gjennomgående øker med 8-9 prosent fra 1981 til 1983, mens de i 1985 ligger 16-18 prosent høyere enn i basisåret for de fleste sektorenes vedkommende. Den sektoren som skiller seg klart fra dette bildet er sektor 81 Varehandel, hvor kapitalbeholdningen blir redusert med 3-4 prosent i perioden.

1) I tilknytning til tabell 2 kan det nevnes at modellkjøringen med MODAG M gav tilnærmet det samme bilde for produksjonsutvikling som det som er vist i tabell 2. Det eneste vesentlige avviket ble registrert for sektor 37 Kjemiske råvarer hvor bruttoproduksjonen lå om lag 2 prosent høyere i alle år i MODAG M-simuleringen.

Tabell 2: Utviklingen i bruttoproduksjon (X) og realkapitalbeholdning (K). Indekser normert til 100 i 1981

Sektorer	X			K		
	1981	1983	1985	1981	1983	1985
16 Næringsmidler	100	99,7	100,4	100	108,9	117,4
17 Nyttelsesmidler	100	98,9	100,8	100	108,9	117,9
18 Tekstil og bekledning	100	87,6	81,3	100	108,3	116,0
26 Trevarer	100	98,6	99,3	100	110,3	120,2
27 Kjemiske og mineralske produkter	100	94,7	92,2	100	108,7	117,0
28 Grafiske produkter	100	100,7	103,8	100	109,9	119,2
31 Bergverksdrift	100	102,1	104,8	100	108,7	117,1
34 Treforedling	100	100,8	104,2	100	110,0	119,2
37 Kjemiske råvarer	100	94,7	97,3	100	108,2	115,6
43 Metaller	100	97,4	101,0	100	108,8	116,9
45 Verkstedsproduksjon	100	82,4	93,2	100	109,6	118,8
50 Skip og plattformer	100	106,9	111,4	100	108,5	116,6
79 Reparasjoner av kjøretøyer	100	103,4	107,6	100	101,2	103,7
81 Varehandel	100	103,6	106,7	100	96,2	96,7
82 Bank og forsikring	100	102,8	106,3	100	107,1	114,0
83 Boligtjenester	100	98,3	107,6	100	108,2	116,1
84 Annen privat tjenesteyting	100	102,1	105,2	100	106,8	113,4

I tabell 3 presenteres så utviklingen i faktorinnsatskoeffisientene for arbeidskraft, vareinnsats, elektrisitet og oljeprodukter i MODAG P1. På bakgrunn av den utvikling i relative priser som er vist i tabell 1 og den gjennomgående tendensen til økte kapitalbeholdninger vist i tabell 2 burde en vente en utvikling mot mindre arbeidsintensive teknikker i produksjonssektorene. En slik tendens blir tydelig bekreftet av tallene i tabell 3, som viser at enhetskoeffisientene for arbeidsinnsats (i årsverk), Z_{NWj} , blir redusert i beregningsperioden for de aller fleste sektorer. For bevegelsene i enhetskoeffisientene for vareinnsats, Z_{Mj} , er bildet derimot ikke så entydig. I om lag halvparten av produksjonssektorene blir teknologien noe mer råvareorientert, slik at det finner sted en viss økning i Z_{Mj} i modellberegningen med MODAG P1. I de øvrige sektorene er den samlede virkning av vridningen i relative priser og bevegelsene i produksjonsnivå og kapitalbeholdning at behovet for vareinnsats pr. produsert enhet forblir uendret eller avtar noe.

Den avgjørende faktoren for at enhetskoeffisientene for vareinnsats blir redusert i enkelte sektorer er økningen i kapitalbeholdningene slik det framgår av tabell 2. Som vi skal se i avsnitt 5 innebærer de estimerte relasjonene i disse næringene at det er alternativitet i etterspørselen mellom vareinnsats og kapital, dvs. at økte kapitalbeholdninger reduserer behovet for vareinnsats pr. produsert enhet.

På energisiden observerer vi fra resultatene i tabell 3 klare tendenser til reduserte enhetskoeffisienter for elektrisitet og økte enhetskoeffisienter for innsats av oljeprodukter. Denne utviklingen forklares i hovedsak av utviklingen i forholdet mellom elektrisitetspris og oljepris som ble vist i figur 1. Det forhold at ikke alle enhetskoeffisientene for oljeinnsats, Z_{Fj} , øker utover i perioden skyldes at disse koeffisientene, i tillegg til å være avhengig av den "interne vridningen" mellom elektrisitet og oljeprodukter, også er påvirket av endringen i innsatsen av total energi pr. produsert enhet, Z_{Uj} .

Den prinsipielle forskjellen mellom MODAG P1 og MODAG M er altså at enhetskoeffisientene for faktorinnsats i MODAG P1 blir bestemt innenfor modellen som drøftet ovenfor, mens de blir fastlagt eksogen - dvs. utenfor modellen i MODAG M. Dette siste betyr imidlertid ikke nødvendigvis at de holdes faste i en modellkjøring på MODAG M. Når f.eks. Finansdepartementet utarbeider anslag på eksogene variable, søker de i noen grad å ta hensyn til sammenhenger som ikke er spesifisert i modellen. Spesielt blir anslagene for arbeidskraftproduktivitet - dvs. enhetskoeffisientene Z_{NW} - underkastet en særlig vurdering, og i beregningene endres vanligvis disse størrelsene over tid. Det kan således være av interesse å studere hvordan anslagene på arbeidskraftproduktivitet som er lagt til grunn for den referansekjøring på MODAG M som presenteres i dette avsnittet henger sammen med utviklingen i arbeidskraftproduktivitet som er modellberegnet av MODAG P1 og presentert i tabell 3. En slik jamføring er foretatt i tabell 4.

Tabell 3: Utviklingen i endogene enhetskoeffisienter i MODAG P1

Sektorer	Z_{NW}			Z_M			Z_E			Z_F		
	1981	1983	1985	1981	1983	1985	1981	1983	1985	1981	1983	1985
16 Næringsmidler0013	.0012	.0011	.739	.730	.717	.0068	.0059	.0054	.0094	.0090	.0091
17 Nytellesmidler ..	.0013	.0012	.0012	.238	.238	.235	.0049	.0035	.0026	.0086	.0090	.0098
18 Tekstil og be- kledning0037	.0036	.0033	.515	.523	.531	.0074	.0067	.0061	.0096	.0107	.0117
26 Trevarer0022	.0019	.0017	.546	.568	.582	.0089	.0070	.0062	.0073	.0064	.0064
27 Kjemiske og mineralske pro- dukter0022	.0022	.0022	.502	.494	.489	.0131	.0139	.0147	.0299	.0337	.0375
28 Grafiske pro- dukter0033	.0033	.0032	.467	.473	.477	.0044	.0041	.0042	.0067	.0068	.0073
31 Bergverksdrift	.0027	.0025	.0022	.407	.406	.403	.0341	.0312	.0331	.0456	.0427	.0462
34 Treforedling ..	.0016	.0016	.0014	.613	.616	.617	.0322	.0305	.0298	.0341	.0341	.0350
37 Kjemiske rå- varer0011	.0010	.0009	.582	.550	.539	.0468	.0466	.0478	.0435	.0521	.0561
43 Metaller0016	.0015	.0014	.593	.600	.606	.0834	.0806	.0760	.0121	.0118	.0114
45 Verkstedspro- duksjon0026	.0024	.0023	.464	.466	.466	.0079	.0057	.0054	.0088	.0079	.0090
50 Skip og platt- former0019	.0019	.0019	.632	.631	.626	.0038	.0034	.0036	.0047	.0047	.0052
79 Reparasjoner av kjøretøyer0030	.0030	.0027	.235	.232	.223	.0004	.0003	.0003	.0064	.0068	.0070
81 Varehandel0026	.0026	.0025	.229	.228	.228	-	-	-	.0162	.0171	.0177
82 Bank og for- sikring0023	.0023	.0023	.961	.967	.963	.0051	.0051	.0151	.0132	.0133	.0133
83 Boligtjenester	.0002	.0002	.0002	.240	.238	.240	-	-	-	.0024	.0024	.0024
84 Annen privat tjenesteyting	.0040	.0040	.0038	.294	.294	.293	.0157	.0147	.0144	.0180	.0213	.0253

Et hovedtrekk ved resultatene i tabell 4 er at beregningen med MODAG P1 i de fleste sektorer gir en sterkere vekst i arbeidskraftproduktiviteten - det vil si at enhetskoeffisientene synker - enn de anslag som er lagt inn i referansekjøringen med MODAG M¹⁾. I begge beregningsalternativene anslås enhetskoeffisienten for arbeidskraft å gå mest ned for industrisektorene. Den relativt sett sterkere produktivitetsovergangen i MODAG P1 må som nevnt ses på bakgrunn av utviklingen i relative priser og ikke minst den forholdsvis sterke veksten i kapitalholdningene som er lagt til grunn for beregningene. Selv om det er all grunn til å understreke usikkerheten i modellens relasjoner kan beregningsresultatene fra MODAG P1 tas som en indikasjon på at anslagene på arbeidskraftproduktivitet i referansekjøringen på MODAG M under- vurderer visse substitusjonseffekter og den kapasitetsskapende effekten av investeringene i produksjons- sektorene, kanskje spesielt hvis det fokuseres på resultatene mot slutten av beregningsperioden.

Til slutt i dette avsnittet presenteres utviklingen i makroøkonomiske hovedstørrelser i de to parallelle modellkjøringene med MODAG M og MODAG P1. I tabell 5 er vist årlig prosentvis endring i hovedpostene i generalbudsjettet samt total sysselsetting i de to modellberegningene.

1) To sektorer som skiller seg klart fra dette hovedbildet er sektor 50 Skip og plattformen og sektor 81 Varehandel. I førstnevnte sektoren er forklaringen (trolig) at arbeidskraft og kapital er estimert til å være komplementære (se avsnitt 5) dvs. at økt kapitalbeholdning trekker med seg økt arbeidskraft- innsats pr. produsert enhet. I sektoren Varehandel er arbeidskraft og kapital alternative i etter- spørselen, men kapitalbeholdningen synker i beregningsperioden som vist i tabell 2.

Tabell 4. Utviklingen i enhetskoeffisienter for arbeidskraft (Z_{NW}) i MODAG M (M) og MODAG P1 (P1).
Alle enhetskoeffisientene er normert til 100 i 1981

Sektorer	1981	1983		1985	
		M	P1	M	P1
16 Næringsmidler	100	96,1	90,6	92,9	82,7
17 Nyttelsesmidler	100	97,7	96,1	95,4	90,7
18 Tekstil og bekledning	100	98,6	95,2	95,6	88,8
26 Trevarer	100	96,8	88,1	94,5	77,1
27 Kjemiske og mineralske produkter	100	96,4	97,3	93,8	91,1
28 Grafiske produkter	100	96,7	98,2	94,0	95,8
31 Bergverksdrift	100	97,1	91,9	92,6	81,9
34 Treforedling	100	96,3	95,7	91,4	88,3
37 Kjemiske råvarer	100	96,3	90,7	91,7	85,2
43 Metaller	100	96,3	90,7	91,4	84,6
45 Verkstedsproduksjon	100	97,0	91,3	94,3	88,6
50 Skip og plattformer	100	92,0	101,1	87,2	98,9
79 Reparasjoner av kjøretøyer	100	100,3	99,0	99,7	90,2
81 Varehandel	100	100,4	103,1	97,7	98,8
82 Bank og forsikring	100	100,4	100,0	100,0	99,2
83 Boligtjenester	100	100,0	93,8	100,0	100,0
84 Annen privat tjenesteyting	100	100,0	98,5	98,7	95,5

Tabell 5: Tilgang og bruk av varer og tjenester fra MODAG M (M) og MODAG P1 (P1). Faste priser.
Prosentvis endring fra foregående år

	1982		1983		1984		1985	
	M	P1	M	P1	M	P1	M	P1
Bruttonasjonalprodukt	0,4	0,2	1,1	1,2	0,7	0,7	0,7	0,8
+ import	4,6	4,9	4,3	4,1	2,1	2,2	0,0	0,0
= total tilgang	1,6	1,5	2,0	2,1	1,1	1,1	0,5	0,5
- eksport	-0,2	-0,2	0,7	0,7	-0,4	-0,4	1,4	1,4
= innenlands bruk	2,5	2,5	2,7	2,8	1,8	1,9	0,1	0,1
privat konsum	1,3	1,2	1,5	1,6	2,9	3,0	1,8	1,8
offentlig konsum	1,9	1,9	2,0	2,1	2,0	2,0	1,4	1,4
investeringer	-1,9	-1,9	4,3	4,3	-3,7	-3,7	6,6	6,6
lagerendring	-114,4	-114,5	119,0	124,2	197,3	194,0	-186,1	-182,3
Total sysselsetting	-0,8	-0,9	-0,2	-0,6	0,5	0,1	-0,4	-1,0

Det framgår av tallene i disse tabellene at det "makroøkonomiske bildet" som framkommer ved parallelle beregninger med de to modellvariantene er om lag det samme. Vi ser at det i det første beregningsåret (1982) skjer en viss vridning fra norsk produksjon til import i beregningsforløpet med MODAG P1 i forhold til MODAG M. Utover i beregningsperioden gir imidlertid simuleringen med MODAG P1 en noe sterkere vekst i BNP enn MODAG-beregningen. På anvendelsessiden viser MODAG P1 en noe lavere konsumvekst fra 1981 til 1982. Til gjengjeld øker volumet av det private konsumet relativt sterkere i MODAG P1-simuleringen i 1983 og 1984. Forøvrig kan det bemerkes at de betydelige svingningene i investeringene som framtrer i tabell 1 skyldes variasjoner i investeringene i oljevirkosomhet, og disse påvirker derfor ikke i særlig grad den sammenligning som er foretatt av de to modellberegningene.

Som en følge av den gjennomgående sterkere veksten i arbeidskraftproduktiviteten i beregningen med MODAG P1 gir denne modellen en større nedgang i sysselsettingen i perioden enn det som blir anslått i MODAG M-alternativet. Forskjellene i vekstprosenten for sysselsettingen vist i tabell 5 innebærer at beregningen med MODAG P1 gir om lag 20 000 færre årsverk i 1985 enn det som blir resultatet i simuleringen med MODAG M.

Tabell 6. Prisindekser for varer og tjenester. 1981 = 100

	1981	1983		1985	
		M	P1	M	P1
Bruttonasjonalprodukt	100,0	119,5	119,4	138,3	137,7
+ import	100,0	116,6	116,6	130,6	130,6
= total tilgang	100,0	118,6	118,6	136,0	135,5
- eksport	100,0	111,2	111,1	123,5	123,4
= innenlands bruk	100,0	122,3	122,2	142,1	141,5
privat konsum	100,0	123,4	123,2	143,3	142,2
offentlig konsum	100,0	120,3	120,3	139,9	139,8
investeringer	100,0	121,9	121,9	141,3	141,1
lagerendring	100,0	124,3	124,7	135,6	134,5

Som en grov illustrasjon av forskjeller i prisimpulser i de to modellberegningene har vi i tabell 6 stilt opp utviklingen i de implisitte prisene for de samme hovedstørrelsene på tilgangs- og anvendessiden som i tabell 5. Heller ikke på prissiden er forskjeller i utviklingen særlig markerte mellom de to simuleringene. Beregningsresultatene fra MODAG P1 viser imidlertid en tendens til noe svakere prisvekst enn i MODAG-beregningen. En slik tendens virker også intuitivt rimelig ut fra de nevnte effekter som trekker i retning av relativt svakere prisimpulser i MODAG P1 (substitusjonsmuligheter og kapasitetsvekst), og den relativt moderate produksjonsveksten i perioden som er vist i tabell 2 og 5.

5. SAMMENHENGEN MELLOM KORTSIKTIGE OG LANGSIKTIGE PRIS- OG SKALAELASTISITETER

I Longva og Olsen (1983) presenteres et sett med beregnede priselastisiteter avledet fra de spesifiserte faktoreterspørselsfunksjonene i MSG-4, dvs. relasjonene angitt ved (15) og (16) i avsnitt 2. Vi har ovenfor argumentert for at det kan være rimelig å tolke disse som langsiktige elastisiteter. På samme måte kan det være av interesse å framskaffe anslag på kortsiktige elastisiteter med utgangspunkt i (de kortsiktige) etterspørselsfunksjonene som er implementert i MODAG P1, dvs. relasjonene (22) ovenfor. Et sett med slike kortsiktige priselastisiteter blir presentert i dette avsnittet og sammenholdt med de tilhørende langsiktige elastisitetene. I tillegg blir det gjengitt beregninger av kortsiktige skalaelastisiteter, dvs. elastisiteter av korttidsfunksjonene m.h.p. produsert kvantum. Disse størrelsene er som nevnt trivielle på lang sikt (lik én i alle sektorer) som en følge av forutsetninger om pari-passu produktfunksjoner i MSG-modellen.

For å drøfte sammenhengen mellom langsiktige og kortsiktige elastisiteter er det hensiktsmessig å gå tilbake til de generelle funksjonssammenhengene som ble introdusert i avsnitt 2, dvs. ta utgangspunkt i de langsiktige etterspørselsfunksjonene gitt ved (4) og (5) og de kortsiktige etterspørselsfunksjonene gitt ved (8). I den teoretiske utledningen i avsnitt 2 ble det påpekt at de langsiktige etterspørselsfunksjonene for de "variable" innsatsfaktorene (relasjonene gitt ved (4)) kan utledes ved å benytte (5) til å eliminere realkapitalbeholdningene i korttidsfunksjonene (8). Som identitet

gjelder altså

$$(35) \quad f_i(P_1, \dots, P_n, P_K, X) = g_i(P_1, \dots, P_n, f_K(P_1, \dots, P_n, P_K, X), X)$$

Det er disse identitetene som gir forbindelsen mellom langsiktige og kortsiktige elastisiteter.

a) Priselastisiteter

Ved implisitt elastisering av (35) m.h.p. P_j fås følgende uttrykk for langsiktige priselastisiteter:

$$(36) \quad \epsilon_{ij}^L = \frac{\partial \log f_i(\cdot)}{\partial \log P_j} = \frac{\partial \log g_i(\cdot)}{\partial \log P_j} + \frac{\partial \log g_i}{\partial \log K} \cdot \frac{\partial \log f_K}{\partial \log P_j}$$

Med kompakt notasjon kan dette skrives som

$$(37) \quad \epsilon_{ij}^L = \epsilon_{ij}^K + \epsilon_{iK}^K \cdot \epsilon_{Kj}^L \quad i, j, = 1, \dots, n$$

Det første leddet på høyre side i (37), ϵ_{ij}^K , er den kortsiktige priselastisiteten, og gir altså uttrykk for virkningen på etterspørselen av faktor i ved en økning i prisen på faktor j når realkapitalbeholdningen er uendret. Det andre leddet i (37) er produktet mellom en kortsiktig kapitalelastisitet ϵ_{iK}^K , og den langsiktige priselastisiteten for kapitalinnsats, ϵ_{Kj}^L . Dette leddet gir uttrykk for tilleggseffekten på etterspørselen etter faktor i av at produsentene (på lang sikt) også tilpasser kapitalutstyret til den nye prissituasjonen.

Det er vanlig innenfor økonomisk teori å anta at etterspørselen etter en vare/faktor er mer elastisk på lang sikt enn på kort sikt når prisen på denne varen/faktoren endres. Med den presisering av "lang" og "kort" sikt som er benyttet i denne rapporten følger dette resultatet direkte av den matematiske formuleringen ved at det er pålagt en ekstra restriksjon (kapitalbeholdningen gitt) i korttidstilpasningen¹⁾. Av (37) ses at avgjørende for dette resultatet og mer generelt for forskjellen mellom den langsiktige og den tilhørende kortsiktige priselastisiteten er produktleddet på høyre side i denne relasjonen. For igjen å fokusere på de direkte priselastisitetene ses at for at etterspørselen generelt skal være mer elastisk på lang sikt enn på kort sikt må dette leddet være negativt for alle konstellasjoner av priser og kvanta. Dette innebærer at den kortsiktige kapitalelastisiteten, ϵ_{iK}^K , og den langsiktige priselastisiteten for kapitalinnsats, ϵ_{Ki}^L , alltid må ha motsatte fortegn. En intuitiv forståelse av denne konklusjonen kan fås ved å resonnerer litt omkring begrepene komplementaritet og alternativitet i etterspørselen. I tilknytning til de langsiktige etterspørselsfunksjonene sies faktorene K og V_i ofte å være komplementære i etterspørselen dersom $\epsilon_{Ki}^L < 0$, og alternative hvis $\epsilon_{Ki}^L > 0$. I relasjon til settet av kortsiktige etterspørselsfunksjoner vil det på den annen side være rimelig å relatere avhengigheten i etterspørselen mellom kapital og andre faktorer til effekten av økt kapitalinnsats på etterspørselen etter de variable innsatsfaktorene. Slike virkninger uttrykkes nettopp av kapitalelastisiteten ϵ_{iK}^K . K og V_i kan naturlig sies å være komplementære dersom $\epsilon_{iK}^K > 0$, og alternative dersom $\epsilon_{iK}^K < 0$. Vi ser at hvis de to definisjonene av komplementaritet/alternativitet skal være konsistente må ϵ_{Ki}^L og ϵ_{iK}^K ha motsatte fortegn.

Dette resultatet - og enkelte andre sammenhenger som gjelder mellom de ulike elastisitetene i (37) - blir vist i det følgende ved å ta utgangspunkt i tilpasningsbetingelsene for kostnadsminimum,

1) Denne egenskapen ved den spesifiserte modellen er kjent som LeChatelier-prinsippet.

dvs. relasjonene (12) og (13). Da vi i første rekke er interessert i fortegn på de ulike priseffekter har vi her funnet det hensiktsmessig å studere sammenhenger mellom deriverte.

Betingelsene for kortsiktig kostnadsminimum er gitt ved

$$(*) \quad \begin{aligned} (1) \quad X &= F(V_1, \dots, V_n, \bar{K}) \\ (12) \quad \lambda F'_i &= P_i \end{aligned}$$

hvor λ er en Lagrange-multiplikator.

Derivasjon av systemet (*) m.h.p. P_j gir:

$$(38) \quad \sum_{k=1}^n F'_k \frac{\partial V_k}{\partial P_j} = 0$$

$$(39) \quad \lambda \sum_{k=1}^n F''_{ik} \frac{\partial V_k}{\partial P_j} + F'_i \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} = \delta_{ij} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

Løst med hensyn på for eks. $\frac{\partial V_i}{\partial P_j}$ fås:

$$(40) \quad \frac{\partial V_i}{\partial P_j} = \frac{(-1)^{i+j} D^n_{ji}}{\lambda D^n}$$

hvor D^n er determinanten til den "bordede" Hessian-matrisen

$$\begin{bmatrix} 0 & F'_1 & \dots & F'_n \\ F'_1 & F''_{11} & \dots & F''_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F'_n & F''_{n1} & \dots & F''_{nn} \end{bmatrix}$$

og D^n_{ji} er kofaktoren (den determinanten som framtrer når linje for V_j og kolonne for V_i strykes i D^n) til determinanten D^n .

Siden D^n er en symmetrisk matrise har vi at

$$(41) \quad \frac{\partial V_i}{\partial P_j} = \frac{\partial V_j}{\partial P_i}$$

Ved å derivere ligningssystemet (*) m.h.p. K fås på samme måte:

$$(42) \quad \sum_{k=1}^n F'_k \frac{\partial V_k}{\partial K} + F'_K = 0$$

$$(43) \quad \lambda \left\{ \sum_{k=1}^n F''_{ik} \frac{\partial V_k}{\partial K} + F''_{iK} \right\} + F'_i \frac{\partial \lambda}{\partial K} = 0$$

Løst m.h.p. $\frac{\partial V_i}{\partial K}$ gir dette:

$$(44) \quad \frac{\partial V_i}{\partial K} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & F'_1 & \dots & F'_{i-1} & (-F'_{iK}) & F'_{i+1} & \dots & F'_n \\ F'_1 & F''_{11} & \dots & F''_{1,i-1} & (-F''_{1K}) & F''_{1,i+1} & \dots & F''_{1n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ F'_n & F''_{n1} & \dots & F''_{n,i-1} & (-F''_{nK}) & F''_{n,i+1} & \dots & F''_{nn} \end{vmatrix}}{D^n}$$

(44) uttrykker virkningen (nivåeffekten) på korttidsetterspørselen for variable innsatsfaktorer av økt kapitalbeholdning. Som nevnt ovenfor er det disse effektene i kombinasjon med langsiktige priseffekter på kapitalinnsatsen som er avgjørende for forholdet mellom langsiktige og kort-siktige priseffekter.

Langsiktige priseffekter kan avledes på helt tilsvarende måte som ovenfor ved å ta utgangspunkt i relasjonene for "langtidstilpasningen", gitt ved

$$(**) \quad \begin{cases} (1) & X = F(V_1, \dots, V_n, K) \\ (12) & \lambda F'_i = P_i \\ (13) & \lambda F'_K = P_K \end{cases}$$

og derivere dette systemet implisitt m.h.p. P_j . Dette leder fram til uttrykkene

$$(45) \quad \frac{\partial V_i}{\partial P_j} = \frac{(-1)^{i+j} D_{ji}^{n+1}}{\lambda D^{n+1}}$$

$$(46) \quad \frac{\partial V_i}{\partial P_K} = \frac{(-1)^{i+n+1} D_{Ki}^{n+1}}{\lambda D^{n+1}}$$

$$(47) \quad \frac{\partial K}{\partial P_j} = \frac{(-1)^{n+1+j} D_{jK}^{n+1}}{\lambda D^{n+1}}$$

$$(48) \quad \frac{\partial K}{\partial P_K} = \frac{D_{KK}^{n+1}}{\lambda D^{n+1}}$$

Her er D^{n+1} determinanten til matrisen

$$\begin{bmatrix} 0 & F'_1 & \dots & F'_n & F'_K \\ F'_1 & F''_{11} & \dots & F''_{1n} & F''_{1K} \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ F'_n & F''_{n1} & \dots & F''_{nn} & F''_{nK} \\ F'_K & F''_{K1} & \dots & F''_{Kn} & F''_{KK} \end{bmatrix}$$

hvor de deriverte hvor K inngår konvensjonelt er plassert som linje/kolonne $n+1$ i Hessianmatrisen, og D_{ji}^{n+1} , D_{Ki}^{n+1} , D_{jK}^{n+1} , D_{KK}^{n+1} er kofaktorer til D^{n+1} , hvor forskriftene angir henholdsvis hvilken linje og kolonne som er strøket.

* * *

Med hensyn til størrelsesforholdet mellom langsiktige og kortsiktige priseffekter er vi nå spesielt interessert i en sammenligning av uttrykkene i (44) og (47). Generelt - dvs. for $i \neq j$ - er det ikke mulig å si noe om forholdet mellom $\frac{\partial V_i}{\partial K}$ og $\frac{\partial K}{\partial P_j}$. For $i = j$ - dvs. tilfellet hvor vi sammenholder direkte priseffekter - noterer vi derimot følgende:

- (i) Determinantene D^n i (44) og D^{n+1} i (47) (og dermed nevnerne i de to uttrykkene) har alltid motsatte fortegn. Dette følger av 2. ordensbetingelsene for det langsiktige kostnadsminimeringsproblemet, som krever at de såkalte ledende, prinsipale underdeterminanter fortløpende skifter fortegn.
- (ii) Med hensyn til tellerne i de to uttrykkene minner vi først om at Hessian-matrisen til produktfunksjonen, $[F_{ij}^1]$, er en symmetrisk matrise. Ved videre å benytte at for en vilkårlig, kvadratisk matrise A gjelder $|A| = |A'|$, og at en determinant skifter fortegn hver gang en bytter om to linjer eller kolonner, får vi at telleren i (44) kan skrives $(-1)^{-n+1+i} \cdot D_{iK}^{n+1}$. Ved å sammenligne dette med telleren i (47) ser vi at disse to uttrykkene er identiske for $i = j$.

Av (i) og (ii) følger at de deriverte $\frac{\partial K}{\partial P_i}$ og $\frac{\partial V_i}{\partial K}$ i uttrykkene ovenfor alltid har motsatt fortegn. Følgelig har vi med dette vist den egenskapen som ble nevnt ovenfor, nemlig at den langsiktige elastisiteten for kapitalinnsats m.h.p. P_i og den kortsiktige elastisiteten av V_i m.h.p. K har motsatte fortegn, såfremt ingen av disse elastisitetene er lik null. Som påpekt innebærer dette at de langsiktige direkte elastisitetene er større i tallverdi enn de kortsiktige.

Mens altså dette resultatet blant annet er uavhengig om vedkommende faktor og den faste faktoren (realkapital) er komplementære eller alternative i etterspørselen, er avhengigheten i etterspørselen av mer fundamental betydning når det gjelder forholdet mellom krysspriselastisitetene, ϵ_{ij}^K og ϵ_{ij}^L ($i \neq j$). Av (37) og det som er sagt ovenfor følger at når prisen på en faktor j som er alternativ i etterspørselen med kapital ($\epsilon_{Kj}^L > 0$) øker, er den optimale etterspørselen etter faktor i

- mindre på lang sikt enn på kort sikt ved alternativitet ($\epsilon_{iK}^K < 0$)
- større på lang sikt enn på kort sikt ved komplementaritet ($\epsilon_{iK}^K > 0$).

Når V_j og K er komplementære i etterspørselen "snus" disse konklusjonene: Ved alternativitet mellom V_i og K benyttes en relativt sett høyere faktorintensitet i langtidstilpasningen enn på kort sikt, mens det omvendte er tilfelle ved komplementaritet. Det bør imidlertid bemerkes at det alltid må finnes minst én faktor som er alternativ til K , i dette siste tilfellet er det på kort sikt denne (disse) som må "gi etter"/reduseres, mens innsatsen av faktorer som er komplementære til K opprettholdes i forhold til langtidstilpasningen.

Med hensyn til avhengighetsforholdet mellom faktor i og j viser resonnementene ovenfor at vi godt kan ha komplementaritet i etterspørselen på kort sikt, men alternativitet på lang sikt, eller omvendt.

For å anskueliggjøre virkningen på prispfølsomheten av at en faktor - realkapitalen - holdes fast er det i tabell 7 nedenfor gitt en presentasjon av beregnede langsiktige og kortsiktige priselastisiteter avledet fra de estimerte kostnadsfunksjonene i MSG-modellen. De formelle uttrykkene for disse priselastisitetene er gitt ved (49) (langsiktige) og (50) (kortsiktige) nedenfor.

$$(49) \quad \epsilon_{ij}^L = \frac{1}{2} \left(\frac{c_{ij} p_j^{\frac{1}{2}}}{\sum_k c_{ik} p_k^{\frac{1}{2}}} - \delta_{ij} \right) \quad i, j, k = K, L, U, M$$

$$(50) \quad \epsilon_{ij}^k = \frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij} p_j^i}{d_{ik} p_k^i} - \epsilon_{ij} \right) \quad i, j, k = L, U, M$$

hvor ϵ_{ij} er Kronecker delta og d_{ij} er variable størrelser definert ved (20) i avsnitt 2. Blant tallstørrelsene i tabell 7 kan vi først notere oss at med ett unntak er alle direkte langsiktige elastisiteter større eller lik (i tallverdi) de tilhørende kortsiktige elastisiteter. Dette er helt i overensstemmelse med de resultater som ble utledet ovenfor. Unntaket fra denne "regelen" er den direkte priselastisiteten for energi i sektor 81, hvor elastisiteten tilsynelatende er noe større på kort sikt. Dette skyldes trolig en unøyaktighet i beregningsgrunnlaget.

Tabell 7. Kortsiktige og langsiktige priselastisiteter for utvalgte MODAG-sektorer¹⁾. Beregnet for 1978

Type elastisitet:	ϵ_{LL}^i		ϵ_{UU}^i		ϵ_{MM}^i		ϵ_{LU}^i		ϵ_{LM}^i		ϵ_{UM}^i	
	K	L	K	L	K	L	K	L	K	L	K	L
Kort(K), lang (L):												
16 Næringsmidler	-0,50	-0,81	-0,29	-0,51	-0,08	-0,12	0,03	-0,05	0,46	0,74	-0,03	0,70
17 Nyttelsesmidler	-0,28	-0,40	-0,55	-0,57	-0,19	-0,19	0,00	-0,01	0,28	0,28	0,52	0,52
18 Tekstil og bekledning	-0,25	-0,55	0,00	-0,07	-0,18	-0,23	0,00	0,04	0,25	0,41	0,00	-0,57
26 Trevarer	-0,63	-1,1	-1,57	-1,60	-0,25	-0,32	0,06	0,02	0,57	0,84	0,32	0,75
27 Kjemiske og mine- ralske produkter ..	-0,70	-0,71	-0,31	-0,46	-0,32	-0,49	0,04	0,06	0,66	0,05	0,06	-0,57
31 Bergverksdrift	-0,62	-0,92	-2,31	-2,31	-0,56	-0,58	0,17	0,16	0,45	0,52	0,92	0,94
34 Treforedling	-0,74	-0,83	-0,27	-0,32	-0,18	-0,19	0,10	0,07	0,64	0,56	-0,06	-0,07
37 Kjemiske råvarer ..	-0,47	-0,53	-0,37	-0,41	-0,17	-0,24	0,13	0,16	0,33	0,23	0,10	0,19
43 Metaller	-0,66	-0,76	-0,90	-0,95	-0,27	-0,27	0,10	0,13	0,56	0,47	0,68	0,79
45 Verkstedsproduksjon	-0,43	-0,57	-0,39	-0,48	-0,29	-0,29	0,02	0,00	0,41	0,43	-0,14	-0,03
50 Skip og plattformar	-0,68	-1,41	-1,51	-1,59	-0,27	-0,61	0,02	0,00	0,65	1,57	0,56	1,71
81 Varehandel	-0,64	-0,68	-1,05	-0,98	-0,74	-0,75	0,02	0,02	0,61	0,58	-0,32	-0,35
84 Annen privat tjenesteyting	-0,18	-0,31	-0,61	-0,71	-0,20	-0,20	0,03	0,06	0,15	0,16	-0,06	-0,07

1) Sektorene i denne tabellen er de sektorer blant sektorene i MODAG/MSG-4 hvor de implementerte funksjonene er basert direkte på selvstendige estimerte funksjoner.

Blant kryseffektene er det ingen vesentlig forskjell på "kort" og "lang" sikt når det gjelder sammenhengen mellom energi- og arbeidskraftinnsats. Derimot ser vi at det i enkelte sektorer er klare forskjeller i substitusjonsforholdet mellom annen vareinnsats og henholdsvis arbeidskraft og energi i de to "modellvariantene". Endringene følger det mønsteret som det ble redegjort for ovenfor. Som eksempel kan vi trekke fram sektor 16 Næringsmidler. Her er vareinnsats en komplementær innsatsfaktor til kapital, mens både energi og arbeidskraft er alternative faktorer til kapital. Ifølge konklusjonene ovenfor innebærer disse kombinasjonene en høyere faktorintensitet både for L og U på lang sikt enn på kort sikt når prisen på M øker. Utslaget er særlig sterkt for energiinnsatsen, idet den langsiktige tilpasningen av kapitalen "snur" fortegnet på ϵ_{UM} . I denne sektoren er altså energi og annen vareinnsats kortsiktige komplementar (riktignok svært svake), men langsiktige alternativer.

b) Skalaelasticiteter

Ved igjen å ta utgangspunkt i (35), og elasticitere denne relasjonen implisitt m.h.p. produsert kvantum, X , fås følgende generelle sammenheng mellom langsiktig skalaelasticitet for faktor i , ϵ_{iX}^L , og den tilsvarende kortsiktige skalaelasticitet, ϵ_{iX}^K :

$$(51) \quad \epsilon_{iX}^L = \frac{\partial \log f_i(\cdot)}{\partial \log X} = \frac{\partial \log g_i(\cdot)}{\partial \log X} + \frac{\partial \log g(\cdot)}{\partial \log K} \cdot \frac{\partial \log f_K(\cdot)}{\partial \log X}$$

eller med mer kompakt notasjon

$$(52) \quad \epsilon_{iX}^L = \epsilon_{iX}^K + \epsilon_{iK}^K \cdot \epsilon_{KX}^L, \quad i = 1, \dots, n$$

I likhet med (37) er langtidselasticiteten lik korttidselasticiteten tillagt et ledd som uttrykker virkningen på tilpasningen av V_i via den langsiktige tilpasningen av kapitalbeholdningen.

Sammenhenger mellom disse elasticitetene kan finnes på samme måte som tidligere ved å derivere tilpasningsbetingelsene implisitt m.h.p. X . Uten å gjennomføre denne regningen her innser vi at tilpasningsbetingelsene ikke legger restriksjoner på fortegnet til elasticitetene i det andre leddet i (52) slik tilfellet var med de direkte priselasticitetene. ϵ_{iK}^K har vi tidligere konstatert kan være både positiv og negativ. Det samme gjelder i prinsippet ϵ_{KX}^L : Skalaelasticiteten beskriver en bevegelse av faktormengden langs substitumalen. Fra "produksjonsteorien" vet vi at denne kan synke m.h.p. én eller flere faktorer, men den må stige m.h.p. minst én innsatsfaktor. Som "det normale tilfellet" regnes vanligvis at substitumalen er stigende m.h.p. alle faktorer. Det er verd å merke seg at dette f.eks. gjelder klassen av homotetiske funksjoner (én måte å karakterisere disse på er at en prosentvis økning i produktmengden via kostnadsminimerende tilpasning fører til samme prosentvise økning i alle faktormengdene (men ikke nødvendigvis proporsjonal med produktmengden)).

For den videre "klassen" av funksjoner hvor skalaelasticiteten for K er positiv ser vi fra (52) at:

$$\epsilon_{iX}^L \gtrless \epsilon_{iX}^K \text{ alt ettersom } \epsilon_{iK}^K \gtrless 0$$

dvs. alt ettersom K og V_i er $\left\{ \begin{array}{l} \text{komplementære} \\ \text{uavhengige} \\ \text{alternative.} \end{array} \right.$

Når X øker og K er "stiv", vil altså produsentene i sin kortsiktige tilpasning "holde igjen" på innsatsen av komplementære faktorer og "kompensere" med økt innsats av alternative faktorer.

I to-faktortilfellet (eksempelvis bare L og K) må det nødvendigvis "herske" alternativitet. Av ovenstående kan vi da slutte at den kortsiktige skalaelasticiteten (for arbeidskraftinnsatsen) er større enn den langsiktige og hvis sistnevnte størrelse er felles for L og K (som vil gjelde hvis f.eks. produktfunksjonen er homotetisk, er vi framme ved det tradisjonelle resultatet at den kortsiktige passuskoeffisienten (som her er den inverse av den størrelsen vi har benevnt skalaelasticiteten) er mindre enn den langsiktige.

Med flere enn to spesifiserte faktorer i produktfunksjonen er det derimot muligheter for komplementaritet i etterspørselen. Som vi har sett fører dette til at utslaget på vedkommende innsatsfaktor av en gitt produksjonsøkning er mindre på kort sikt enn på lang sikt. Dette resultatet kan ses på som en variant av Okun's lov, dvs. at det på kort sikt er tiltakende utbytte i sammenhengen mellom produktmengde og innsatsen av produksjonsfaktorer, f.eks. arbeidskraft. Fra et teoretisk synspunkt er det interessant å merke seg at dette resultatet her framkommer innenfor rammen av tradisjonell nyklassisk

produksjonsteori og uten å forutsette tregheter i tilpasningen av arbeidskraften. En annen ting er at slike tregheter trolig faktisk eksisterer, og at slike kan gi en alternativ, mer realistisk begrunnelse for Okun's lov. Det bør også bemerkes i denne forbindelse at de fleste empiriske undersøkelser av "multi-input" produksjonsstrukturer har gitt som resultat at arbeidskraft og kapital er alternative i etterspørselen.

Igjen kan det være interessant å studere hvilke elastisiteter som følger av de estimerte kostnadsfunksjonene i MSG-modellen. Som kjent er imidlertid de langsiktige kostnadsfunksjonene i MSG-4 a priori forutsatt å være homogene av grad én i "output", dvs. at ϵ_{iX}^L og ϵ_{iX}^K i (52) er forutsatt lik én. Følgelig reduseres (52) til

$$(52') \quad \epsilon_{iX}^K = 1 - \epsilon_{iK}^K$$

(52') gir en direkte sammenheng mellom den kortsiktige skalaelastisiteten, ϵ_{iX}^K og kapitalelastisiteten, ϵ_{iK}^K . I tabell 8 presenteres settet av kortsiktige skala- og kapitalelastisiteter for de samme MODAG-sektorer som er inkludert i tabell 7. Det formelle uttrykket for skalaelastisiteten er gitt ved

$$(53) \quad \epsilon_{iX}^K = 1 + c_{iK} \frac{K \cdot X}{(K - c_{KK} X)^2} \frac{\sum_j c_{Kj} P_j^{\frac{1}{2}}}{\sum_j d_{ij} P_j^{\frac{1}{2}}} \quad i, j = L, U, M$$

Av tabell 8 ses at i alle sektorer bortsett fra nr. 50 Produksjon av skip og boreplattformer er de kortsiktige skalaelastisitetene for faktoren arbeidskraft (L) større enn 1, dvs. at en endring i produktmengden gir større utslag i arbeidskraftinnsatsen på kort enn på lang sikt. Som påpekt ovenfor reflekterer dette at arbeidskraft og den faste faktoren, kapital, er alternative i etterspørselen, jfr. at de tilhørende kapitalelastisitetene er negative. I sektor 50 er det derimot estimert et slags kortsiktig "tiltakende utbytte" mellom bevegelser i arbeidsinnsats og produktmengde.

For energiinnsatsen (U) fordeler de anslåtte skalaelastisitetene seg forholdsvis jevnt på begge sider av 1. Man kan merke seg at de kortsiktige skalaelastisitetene er anslått å være forholdsvis små i de energitunge sektorene 27, 37 og 43, hvor energi og kapital ifølge estimeringsresultatene er komplementære. I sektor 84 har en forholdsvis sterk komplementaritet resultert i en negativ skalaelastisitet for energiinnsats (dvs. at substitumalen er fallende med hensyn på denne faktoren når K er gitt).

For faktoren annen vareinnsats (M) ligger mange av de anslåtte skalaelastisitetene forholdsvis nær 1.

Tabell 8. Kortsiktige skalaelastisiteter og kapitalelastisiteter for utvalgte MODAG-sektorer.
Beregnet for 1978

Sektor	Type elastisitet	ϵ_{LX}^K	ϵ_{UX}^K	ϵ_{MX}^K	ϵ_{LK}^K	ϵ_{UK}^K	ϵ_{MK}^K
16 Næringsmidler		2,21	4,25	0,81	-1,21	-3,25	0,19
17 Nyttelsesmidler		1,20	1,35	0,99	-0,20	-0,35	0,01
18 Tekstil og bekledning		2,09	1,0	0,57	-1,09	0,0	0,43
26 Trevarer		1,57	1,89	0,86	-0,57	-0,89	0,14
27 Kjemiske og mineralske produkter		1,06	0,38	1,18	-0,06	0,62	-0,18
31 Bergverksdrift		1,93	1,24	0,75	-0,93	-0,24	0,25
34 Treforedling		1,22	1,14	1,03	-0,22	-0,14	-0,03
37 Kjemiske råvarer		1,32	0,68	1,23	-0,32	0,32	-0,23
43 Metaller		1,41	0,71	1,04	-0,41	0,29	-0,04
45 Verkstedsproduksjon		1,21	1,73	0,98	-0,21	-0,73	0,02
50 Skip og plattformer		0,58	0,43	1,20	0,42	0,57	-0,20
81 Varehandel		1,13	1,83	1,05	-0,13	-0,83	-0,05
84 Annen privat tjenesteyting		1,70	-3,03	0,96	-0,70	4,03	0,04

ETABLERING AV LIGNINGSSYSTEM OG MODELLGRUNNLAG FOR MODAG P1

I likhet med MODAG M er MODAG P1 programmert i datapråket TROLL og implementert på Norges Banks IBM-maskin. Den første versjonen av MODAG P1, med 1981 som modellgrunnlag, er lagt inn på "TROLL-maskinen" MODAGK. Som beskrevet bl.a. i Ouren (1983) er TROLL et interaktivt datapråk, hvor en modellbruker kommuniserer direkte med systemet via terminal eller dataskjerm.

Etablering av det komplette ligningssystemet for MODAG P1 og oppdatering av modellgrunnlaget er basert på at det allerede foreligger en tilsvarende oppdatert versjon av grunnversjonen av MODAG i TROLL. Normalt oppdateres MODAG-modellen én gang i året. Grunnversjonen av MODAG kopieres over i den aktuelle TROLL-maskinen. En modellblokk bestående av tilleggsrelasjoner i MODAG P1 "smeltes" så sammen med grunnversjonen. Nedenfor følger en punktvis gjennomgang av modellgenereringen og etableringen av det nødvendige datagrunnlaget.

1. Modellinnlesningen starter ved å kalle på "startmakroen"¹⁾

```
&INNMOD
```

Denne makroen oppretter arkivstrukturen

```
MODAG_MSG_
```

for makroer, modeller, data- og konstant-filer i MODAGK og sørger også for adgang til andre TROLL-maskiner og arkiver som inneholder elementer som benyttes ved implementeringen av MODAG P1²⁾. Startmakroen leser også inn en liste, LISTEPZ, som inneholder sektorkoder for de sektorer hvor en ønsker innført faktoreterspørselsfunksjoner (tilsvarende PZSEKTORLISTE i avsnitt 3).

2. Grunnversjonen av MODAG, MODAG M, kopieres over i den aktuelle TROLL-maskinen, ved kommandoen:

```
COPY SEARCH MODAG MODEL MODAGM MODAGP1;
```

Her er det antatt at grunnversjonen er lagret i TROLL-maskinen MODAG, og kopien gis altså TROLL-navnet MODAGP1.

3. De nødvendige endringer i grunnversjonen av MODAG gjennomføres etter oppskriften gitt i avsnitt 3, dvs. at koeffisientene Z_{Ej} , Z_{Fj} , Z_{Mj} og Z_{NWj} omdeklarerer til endogene variable ved kommandoene

```
USEMOD MODAGP1;
```

```
CHANGESYM ENDOGENOUS .....;1)
```

4. Innlesing av tilleggsrelasjoner i MODAG P1, først i en egen modellblokk, MODAGM2, skjer ved å kalle på en styremakro

```
&MODAGM2.
```

Denne makroen kaller i sin tur på en rekke submakroer som suksessivt leser inn de ulike sett med nye relasjoner for sektorer i LISTEPZ.

- &LESINN1 leser inn de definisjonsmessige sammenhengene mellom de ulike typer enhetskoeffisienter for energiinnsats (jfr. relasjon (31)).
- &LESINN2 leser inn settet med kortsiktige faktoreterspørselsfunksjoner (jfr. relasjon (28)).
- &LESINN3 leser inn prisindeksrelasjonene for samlet energiinnsats (jfr. relasjon (29)).

1) &"makronavn" benyttes i dette vedlegget som betegnelse på makroer for å skille disse fra andre file-typer. TROLL-navnet på makroen er det som står etter &-tegnet. 2) Hvilke arkiver og TROLL-maskiner det er nødvendig å ha adgang til kan endres fra gang til gang, og bør derfor undersøkes spesielt for innlesningen starter. 3) Her og flere steder vil en kunne nytte makroen &CIJ som ved hjelp av listen LISTEPZ "ruller gjennom" de aktuelle variable.

Merknad: etter at ligningene er lest inn på samme form for alle sektorer i LISTEPZ, må det av løsningsmessige hensyn foretas visse endringer for sektorer som bare forbruker én type energiinnsats (oljeprodukter); i 1981-versjonen av modellen gjelder dette sektor 81 og sektor 83. For disse sektorene endres de innleste P_{Uj} -relasjonene til $P_{Uj} = P_{Fj}$ $j = 81, 83$ ¹⁾

- &LESINN4 leser inn relasjoner for andeler av energiinnsats (jfr. relasjon (30)).

Merknad: de innleste ligningene for sektorene 81 og 83 må endres av samme grunn som nevnt ovenfor, dvs. at Z_{Uij} -relasjonene endres til $Z_{UEj} = 0$, $Z_{UFj} = 1$, $j = 81, 83$.

- &LESINNNL leser inn tilleggsrelasjoner for sysselsettingsstrukturen (jfr. relasjonene (32) og (33)).

- &LESINNK leser inn relasjoner for kapitalbeholdning etter sektor (jfr. relasjon (34)).

Merknad: de innleste ligningene for enkelte sektorer må endres da disse ikke inneholder alle de tre kapitalartene som forutsatt i den generelle innlesningsrutinen. I 1981-versjonen av modellen gjelder dette sektorene 79 og 81 (inneholder ikke kapitalarten B1 - bygningskapital) og 83 (inneholder bare bygningskapital).

5. Modellblokken MODAGMS koples til MODAG P1 ved hjelp av en SOURCEMOD-kommando på følgende måte:

```
TROLL COMMAND: USEMOD MODAGM2;
MODEDIT COMMAND: SOURCEMOD EQUATIONS ALL;
TROLL COMMAND: USEMOD MODAGP1;
MODEDIT COMMAND: &MODAGM2
MODEDIT COMMAND: FILEMOD;
```

6. Før uttesting av den nye modellstrukturen kan finne sted må en sørge for å etablere datagrunnlag (parameterverdier og tall i basisåret) for nye koeffisienter og variable (makroen &INMOD sørger for at en automatisk har adgang til grunnlagsdata og konstantfiler i grunnversjonen av MODAG).

i) Etableringen av grunnlagsdata for nye variable styres av makroen

&LAGDATA

De rutiner som denne makroen kaller på generer basisårstall for følgende variable for sektorer i LISTEPZ:

- forholdet mellom totalt antall årsverk og timeverk (n_{Lj} i relasjon (32))
- enhetskoeffisienter for elektrisitets- og oljeinnsats (Z_{Ej} og Z_{Fj} i relasjonene (23)-(25))
- kapitalbeholdning etter sektor (K_j i relasjon (34)).

ii) De sentrale nye koeffisientene i MODAGP1 er c_{ij} -koeffisientene (og b_{ij} -koeffisientene) i de kortsiktige faktoreterspørselsfunksjonene. Disse koeffisientene hentes som sagt fra de tilhørende langtidsfunksjonene i MSG-4.

En konstant-file inneholdende verdier for disse koeffisientene er etablert på arkivet MODAG MSG under navnet MSG.4E. Denne konstant-filen må smeltes sammen med konstant-filen

MODAG (inneholdende alle koeffisientverdier i MODAG M ved hjelp av en

MERGE-kommando, for eksempel ved

```
TROLL COMMAND: CEDIT MODAG;
CEDIT COMMAND: MERGE MSG.4E;
CEDIT COMMAND: FILE MODAGP1;
```

1) Formelt sett innebærer dette ingen endring i modellen da koeffisient-strukturen i de innleste ligningene faktisk innebærer at $P_{Uj} = P_{Fj}$ i disse sektorene. Løsningsmessig er det imidlertid problematisk med "0-koeffisienter" i ligningene.

7. Både de kortsiktige faktoreterspørselsfunksjonene og fordelingsrelasjonene for energiinnsatsen (relasjonene (30)) inneholder konstantledd (n_{ij}) som må beregnes som residualer slik at modellen "passerer gjennom" basisåret. Dette kan gjøres ved hjelp av makroen

&RES

som kaller på subrutinene

- &RES2 (beregner konstantledd i relasjon (28))
- &RES4 (beregner konstantledd i relasjon (30)).

Konstantleddene er deklarerert som koeffisienter i modellen, og må folgelig innlemmes i konstant-filen MODAGP1. Dette gjøres ved å gi kommandoen

BINDVAL CONST MODAGP1

før en setter i gang &RES.

8. Uttestingen av den innleste modellstrukturen MODAG P1 er basert på at grunnstrukturen av MODAG er ferdig testet og funnet i orden. Eventuelle feil/avvik som avdekkes ved uttestingen av MODAG P1 kan dermed lokaliseres til nye variable/blokker med relasjoner.

Uttesting av MODAG P1 i basisåret foretas ved hjelp av makroen

&TESTP1

Denne makroen kaller på et sett med subrutiner som for hver av de nye ligningene i MODAG P1 beregner differansen mellom den venstreside-variable og tilhørende uttrykk på høyre side i relasjonene. Avvikene blir fortløpende "printet" ut på terminalen/skjermen.

Ved simuleringer videre framover er det ett forhold som bør nevnes spesielt. De funksjonsformer som er valgt som faktoreterspørselsfunksjoner i MODAG P1 (avledet fra GL-kostnadsfunksjoner) er så fleksible at de generelt hverken sikrer at funksjonene er konkave eller at de simulerte faktorinnsatsene er positive for alle kombinasjoner av faktorpriser, produksjon og kapitalbeholdning. På grunn av at det inngår kvadratrotuttrykk i relasjonene (28) vil løsningsalgoritmen vanligvis ikke godta at en eller flere av faktorinnsatsene blir negative, og løsningen av modellen vil i slike tilfelle avbrytes. Ved uttesting av 1981-versjonene av MODAG P1 oppsto det problemer med negativ faktorinnsats i et par sektorer ved framskrivninger av modellen. Etter å ha foretatt visse justeringer av parametrene i etterspørselsfunksjonene i disse sektorene har modellen vist seg mer robust på dette punkt.

Simuleringer med MODAG P1 foretas enklest ved å benytte det generelle programmet

&SIMULER

som anvendes til simuleringer med MODAG og MSG-4¹⁾. For innlesning av anslag på eksogene variable kan en benytte programmet

&EXOGEN

for størrelser som er eksogene i MODAG M-versjonen. For eksogene variable som er spesifikke for MODAG P1 (P_{Lj} , n_{Lj} og $h_j(t)$) kan en eventuelt benytte en særskilt makro

&EXOP1

som går gjennom sektorer i LISTEPZ for oppgitt variabel.

1) For en dokumentasjon av dette brukerprogrammet, se Ouren (1983).

REFERANSER

- Bergland, H. og A. Cappelen (1981): *Produktiviteten og sysselsetting i industrien*. Rapporten fra Statistisk Sentralbyrå nr. 81/23.
- Bjerkholt, O., S. Longva, Ø. Olsen og S. Strøm (1983): *Analysis of supply and demand for electricity in the Norwegian economy*. Samfunnsøkonomiske studier nr. 53 fra Statistisk Sentralbyrå.
- Cappelen, A. (1981): A short run factor demand function based on imperfect aggregation of micro units. An example. Upublisert notat, oktober 1981, Cambridge, England.
- Cappelen, A., E. Garaas og S. Longva (1981): *MODAG. En modell for makroøkonomiske analyser*. Rapporten nr. 81/30 fra Statistisk Sentralbyrå.
- Epstein, L. og M. Denny (1980): Endogenous capital utilization in a short-run production function. *Journal of Econometrics*, Vol. 12.
- Frønger, P. (1982): A short run Generalized Leontief cost function. Upublisert notat. (PFR/KJe, 6/12-82).
- Førsund, F.R. (1974): *Studies in the neo-classical theory of production*. Memorandum fra Sosialøkonomisk institutt, 4. februar 1974.
- Henderson, J.M. og R.E. Quandt (1971): *Microeconomic theory. A mathematical approach. Second edition*. Mc Graw-Hill/Kogakusha, Tokyo.
- Johansen, L. (1972): *Production functions*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
- Longva, S., L. Lorentsen og Ø. Olsen (1980): *Energy in a multi-sectoral growth model*. Rapporten fra Statistisk Sentralbyrå nr. 80/1.
- Longva, S. og Ø. Olsen (1983): Producer behaviour in the MSG model. I Bjerkholt, O., S. Longva, Ø. Olsen og S. Strøm (1983), kap. III.
- Ouren, J. (1983): *MSG-4E. Oppdatering til nytt basisår og brukerveiledning*. Interne notater fra Statistisk Sentralbyrå nr. 83/6.
- Smith, K.R. (1970): Risk and optimal utilization of capital. *Review of Economic Studies*, Vol. 37.



Pris kr 12,00

Publikasjonen utgis i kommisjon hos H. Aschehoug & Co. og
Universitetsforlaget, Oslo, og er til salgs hos alle bokhandlere.



ISBN 82-537-1935-3
ISSN 0332-8422